

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Смоленский государственный университет»  
Кафедра прикладной математики и информатики

«Утверждаю»  
Проректор по учебно-  
методической работе  
\_\_\_\_\_ Ю.А. Устименко  
«23» июня 2022 г.

**Рабочая программа дисциплины  
Б1.В.02 Теория групп, колец и полей**

Направление подготовки: **44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

Направленность (профиль): **Математика, Информатика**

Форма обучения: очная

Курс – 3

Семестр – 6

Всего зачетных единиц – 2, часов – 72

Форма отчетности: зачет – 6 семестр

Программу разработала  
кандидат физико-математических наук, доцент Г.А. Банару

Одобрена на заседании кафедры  
«16» июня 2022 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ С.В. Козлов

Смоленск  
2022

## 1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Теория групп, колец и полей» относится к дисциплинам части учебного плана, формируемого участниками образовательных отношений. Обучение проходит в течение шестого семестра. Для ее успешного изучения студентам понадобятся компетенции, знания, умения и навыки, полученные при изучении таких дисциплин как математический анализ, линейная алгебра, аналитическая геометрия, основные алгебраические структуры и др.

Согласно учебному плану освоение данной дисциплины необходимо для дальнейшего изучения таких дисциплин как теория чисел, теория вероятностей и математическая статистика, числовые системы и др.

Изучение курса основано на традиционных методах высшей школы, тесной взаимосвязи со смежными курсами, а также на использовании как современной учебной и методической литературы, так и лучших образцов классических книг.

Характерной чертой курса является сочетание теоретических основ современной алгебры с практическими математическими приемами и методами.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения
<b>ПК-5.</b> Способен использовать научные знания в предметной области (математика) в процессе формирования предметной компетенции обучающихся в рамках реализации основной общеобразовательной программы	<b>Знать:</b> современное состояние и перспективы развития математики как учебной дисциплины, направления развития школьного математического образования, теоретические основы обучения математике, принципы построения методической системы обучения математике, основные линии школьного курса математики, их структуру, содержание и роль, этапы формирования математических понятий, методические подходы к изучению основных тем школьного курса математики; <b>Уметь:</b> анализировать и интерпретировать содержание математических понятий, теорем, задач, разрабатывать фрагменты уроков, организовывать образовательный процесс обучения математике, конструировать методику введения понятий, изучения теорем, решения задач; <b>Владеть:</b> основными приемами организации деятельности школьников по изучению математики, навыками разработки методики изучения частных вопросов обучения математике, исследовательскими методами в профессиональной деятельности.
<b>ПК-7</b> Способен математически корректно ставить естественнонаучные задачи и классические задачи математики, строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	<b>Знать:</b> базовые принципы постановки естественнонаучных задач и классических задач математики, определения основных понятий и доказательства теорем по основным разделам математики; <b>Уметь:</b> решать основные типы математических задач, доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть его следствия; <b>Владеть:</b> первичными навыками применения математического аппарата к решению конкретных задач из различных областей прикладной математики и информатики.

### 3. Содержание дисциплины

**1. Алгебраические системы и их основные виды.** Алгебраические и частичные операции. Бинарные алгебраические операции и их свойства. Алгебраические системы. Алгебры. Модели. Подалгебры. Основные виды алгебр с одной бинарной операцией.

**2. Группа. Подгруппа. Нормальный делитель группы.** Группа, аддитивная и мультипликативная терминология. Абелевы группы. Группа преобразований. Простейшие свойства групп. Подгруппа. Критерий подгруппы. Разложение группы по подгруппе. Смежные классы. Нормальный делитель группы. Фактор-группа.

**3. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп.** Гомоморфизмы групп и их виды. Ядро гомоморфизма. Изоморфные группы. Свойства гомоморфизмов. Теорема о гомоморфном образе группы. Теорема о гомоморфизмах групп.

**4. Порядок элемента группы.** Порядок элемента группы. Свойства порядка элемента группы. Циклические группы. Конечные группы. Теоремы Лагранжа и Кэли.

**5. Кольцо. Подкольцо.** Кольцо. Ассоциативные и коммутативные кольца. Кольца с единицей и без. Простейшие свойства колец. Подкольцо. Критерий подкольца. Делители нуля. Область целостности. Обратимые элементы кольца. Ассоциированные элементы области целостности. Простые и составные элементы области целостности.

**6. Поле. Подполе.** Поле. Простейшие свойства поля. Подполе. Критерий подполя. Числовые поля.

**7. Идеалы колец.** Идеалы колец. Главные идеалы. Кольца главных идеалов. Евклидовы кольца. Операции над идеалами. Делимость идеалов. НОК и НОД идеалов кольца.

**8. Гомоморфизмы колец.** Гомоморфизмы колец и их виды. Ядро гомоморфизма. Изоморфные кольца. Свойства гомоморфизмов колец. Теорема о гомоморфном образе кольца. Теорема о гомоморфизмах.

**9. Факториальные кольца.** Факториальные кольца. НОК и НОД элементов кольца. Поле частных области целостности. Кольцо многочленов над факториальным кольцом. Понятие о расширениях полей.

### 4. Тематический план 6 семестр

№ п/п	Разделы и Темы	Всего часов	Формы занятий			
			лекции	практические занятия	лабораторные занятия	самостоятельная работа
1	Алгебраические системы и их основные виды	10	2	4	–	4
2	Группа. Подгруппа. Нормальный делитель группы.	12	2	4	–	6
3	Гомоморфизмы групп. Порядок элемента группы.	14	2	6	–	6
4	Кольцо. Подкольцо. Область целостности. Поле. Подполе.	12	2	4	–	6
5	Идеалы колец. Гомоморфизмы колец	12	2	4	–	6
6	Факториальные кольца	12	2	4	–	6
<b>ИТОГО</b>		<b>72</b>	<b>12</b>	<b>26</b>	<b>–</b>	<b>34</b>

## 5. Виды образовательной деятельности

### Занятия лекционного типа

#### 6 семестр

- 1. Алгебраические системы и их основные виды.** Алгебраические и частичные операции. Бинарные алгебраические операции и их свойства. Алгебраические системы. Алгебры. Модели. Подалгебры. Основные виды алгебр с одной бинарной операцией.
- 2. Группа. Подгруппа. Нормальный делитель группы.** Группа, аддитивная и мультипликативная терминология. Абелевы группы. Группа преобразований. Простейшие свойства групп. Подгруппа. Критерий подгруппы. Разложение группы по подгруппе. Смежные классы. Нормальный делитель группы. Фактор-группа.
- 3. Гомоморфизмы групп.** Гомоморфизмы групп и их виды. Ядро гомоморфизма. Изоморфные группы. Свойства гомоморфизмов. Теорема о гомоморфном образе группы. Теорема о гомоморфизмах групп. Порядок элемента группы. Свойства порядка элемента группы. Циклические группы. Конечные группы. Теоремы Лагранжа и Кэли.
- 4. Кольцо. Подкольцо. Область целостности.** Кольцо. Ассоциативные и коммутативные кольца. Кольца с единицей и без. Простейшие свойства колец. Подкольцо. Критерий подкольца. Делители нуля. Область целостности. Обратимые элементы кольца. Ассоциированные элементы области целостности. Простые и составные элементы области целостности. Поле. Простейшие свойства поля. Подполе. Критерий подполя. Числовые поля.
- 5. Идеалы колец.** Идеалы колец. Главные идеалы. Кольца главных идеалов. Евклидовы кольца. Операции над идеалами. Делимость идеалов. НОК и НОД идеалов кольца. Гомоморфизмы колец и их виды. Ядро гомоморфизма. Изоморфные кольца. Свойства гомоморфизмов колец. Теорема о гомоморфном образе кольца. Теорема о гомоморфизмах колец.
- 6. Факториальные кольца.** Факториальные кольца. НОК И НОД элементов кольца. Поле частных области целостности. Кольцо многочленов над факториальным кольцом. Понятие о расширениях полей.

### Занятия семинарского типа

#### 6 семестр

##### Практические занятия

- 1-2. Алгебраические системы и их основные виды.** Алгебраические и частичные операции. Бинарные алгебраические операции и их свойства. Алгебраические системы. Алгебры. Модели. Подалгебры. Основные виды алгебр с одной бинарной операцией.
- 3. Группа. Подгруппа.** Группа, аддитивная и мультипликативная терминология. Абелевы группы. Группа преобразований. Простейшие свойства групп. Подгруппа. Критерий подгруппы.
- 4. Нормальный делитель группы.** Разложение группы по подгруппе. Смежные классы. Нормальный делитель группы. Фактор-группа.
- 5. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп.** Гомоморфизмы групп и их виды. Ядро гомоморфизма. Изоморфные группы. Свойства гомоморфизмов.

**6. Теорема о гомоморфизмах групп.** Теорема о гомоморфном образе группы. Теорема о гомоморфизмах групп.

**7. Порядок элемента группы.** Порядок элемента группы. Свойства порядка элемента группы. Циклические группы. Конечные группы. Теоремы Лагранжа и Кэли.

**8. Кольцо. Подкольцо.** Кольцо. Ассоциативные и коммутативные кольца. Кольца с единицей и без. Простейшие свойства колец. Подкольцо. Критерий подкольца.

**9. Обратимые элементы кольца.** Ассоциированные элементы области целостности. Простые и составные элементы области целостности. Простейшие свойства поля. Подполе. Критерий подполя. Числовые поля.

**10. Идеалы колец.** Идеалы колец. Главные идеалы. Кольца главных идеалов. Евклидовы кольца. Операции над идеалами. Делимость идеалов. НОК и НОД идеалов кольца.

**11. Гомоморфизмы колец.** Гомоморфизмы колец и их виды. Ядро гомоморфизма. Изоморфные кольца. Свойства гомоморфизмов колец. Теорема о гомоморфном образе кольца. Теорема о гомоморфизмах колец.

**12-13. Факториальные кольца.** Факториальные кольца. НОК И НОД элементов кольца. Поле частных области целостности. Кольцо многочленов над факториальным кольцом. Понятие о расширениях полей.

Практические занятия детально разработаны в пособии  
Банару Г.А., Банару М.Б. Теория групп и колец. Смоленск, 2008.

### **Самостоятельная работа**

Задания для самостоятельной работы представлены к каждому практическому занятию и содержатся в пособии Банару Г.А., Банару М.Б. Теория групп и колец. Смоленск, 2008.

## **6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)**

### **6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации**

#### **Теоретические вопросы**

1. Алгебраические системы и их основные виды.
2. Группа. Подгруппа. Нормальный делитель группы.
3. Гомоморфизмы групп.
4. Кольцо. Подкольцо. Область целостности.
5. Идеалы колец
6. Факториальные кольца.

#### **Критерии оценивания теоретических вопросов**

##### **1. Нормы оценивания ответов на теоретические вопросы**

№ п/п	Теоретический вопрос	Количество баллов (*)
1	Дан краткий ответ на поставленный вопрос	1 балл
2	Дан развернутый ответ на вопрос с анализом результатов	2 балла

(\*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания. Оценка «зачтено» за ответы на теоретические вопросы выставляется, если набрано не менее 3 баллов при ответе на три вопроса, в противном случае выставляется «не зачтено».

## 6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

### Зачетная контрольная работа

- Доказать, что  $\langle Z, * \rangle$  - группа, если  $a * b = a + b - 3$ .
- Является ли  $f$  гомоморфизмом, эпиморфизмом, мономорфизмом, изоморфизмом аддитивной группы матриц размера  $2 \times 2$  над полем действительных чисел в аддитивную группу целых чисел, если  $f \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = 2a - b$ ?
- Доказать, что множество чисел вида  $a + bi\sqrt{3}$ , где  $a, b \in Q$ , образует числовое поле.

### Критерии оценивания зачетной контрольной работы

- Нормы оценивания:

№п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов(*)
1	Задание 1	1 балл
2	Задание 2	2 балла
3	Задание 3	2 балла

(\*) Возможна градация в 0,25 балла.

- Шкала оценивания работы:

№ п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

### Критерий получения зачета

Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра согласно Положению о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Смоленский государственный университет» (утверждено приказом ректора № 01-113 от 26.09.2019 г.; внесены дополнения приказом ректора № 01-48 от 30.04.2020).

Для получения зачета студент должен:

- уметь отвечать на теоретические вопросы, рассмотренные на лекциях;
- уметь решать задачи, предложенные на лабораторных занятиях.

## 7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### 7.1. Основная литература

#### 6 семестр

- Бурмистрова, Е. Б. Линейная алгебра: учебник и практикум для академического бакалавриата / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. — Москва: Издательство Юрайт, 2022. — 421 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3588-2. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/508147> (дата обращения: 06.05.2022).
- Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра: учебник и практикум для бакалавриата и специалитета / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2022. — 422 с. — (Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-

- 08547-1. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/432050>
3. Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман, И. М. Тришин ; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 422 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08547-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/488965> (дата обращения: 06.05.2022).
  4. Ларин, С. В. Алгебра и теория чисел. Группы, кольца и поля : учебное пособие для академического бакалавриата / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2022. — 160 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05567-2. — Режим доступа: [www.biblio-online.ru/book/1AC57977-39C6-49FE-B4C4-7A5EF9A647DB](http://www.biblio-online.ru/book/1AC57977-39C6-49FE-B4C4-7A5EF9A647DB).
  5. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / Е. Г. Плотникова, А. П. Иванов, В. В. Логинова, А. В. Морозова ; под редакцией Е. Г. Плотниковой. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 340 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01179-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/489170> (дата обращения: 06.05.2022).
  6. Лубягина, Е. Н. Линейная алгебра : учебное пособие для вузов / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 150 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10594-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/495162> (дата обращения: 06.05.2022).
  7. Потапов, А. П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / А. П. Потапов. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 309 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01232-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/489949> (дата обращения: 06.05.2022).
  8. Привалов, И. И. Аналитическая геометрия : учебник для вузов / И. И. Привалов. — 40-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 233 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01262-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/490111> (дата обращения: 06.05.2022).
  9. Сабитов, И. Х. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие для вузов / И. Х. Сабитов, А. А. Михалев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 258 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08941-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/493221> (дата обращения: 06.05.2022).
  10. Шилин, И. А. Линейная алгебра. Задачник : учебное пособие для вузов / И. А. Шилин. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 118 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14382-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/496646> (дата обращения: 06.05.2022).

## 7.2. Дополнительная литература

1. Орлова, И. В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия для экономистов : учебник и практикум для вузов / И. В. Орлова, В. В. Угрозов, Е. С. Филонова. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 370 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-9556-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/489189> (дата обращения: 06.05.2022).
2. Пахомова, Е. Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Сборник заданий : учебное пособие для вузов / Е. Г. Пахомова, С. В. Рожкова. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 110 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08428-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/490366> (дата обращения: 06.05.2022).

3. Варпаховский Ф.Л., Солодовников А.С., Стеллецкий И.В. Алгебра. М., 2003.
4. Винберг Э.Б. Курс алгебры. М., 2002.
5. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. М., 1979.
6. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М., СПб, 2006.
7. Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры // Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2016.
8. Банару Г.А. Элементы математической логики. Множества. Отношения. Метод математической индукции. Смоленск. СГУ. 2008.
9. Банару Г.А., Банару М.Б. Теория групп и колец. Смоленск, 2008.

### **7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. Алгебра матриц и линейные пространства. Национальный открытый университет «Интуит». URL: <http://www.intuit.ru/studies/courses/992/207/info>
2. Основные сервисы и технологии Mathcad 14. URL: <http://www.intuit.ru/studies/courses/10678/1113/info>
3. Введение в алгебру. Национальный открытый университет. URL: <http://www.intuit.ru/studies/courses/1009/197/info>
4. Общероссийский математический портал MATH-NET URL: [www.mathnet.ru](http://www.mathnet.ru):

### **8. Материально-техническое обеспечение**

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная следующим оборудованием: стандартная учебная мебель (28 учебных посадочных мест), стол и стул для преподавателя – по 1 шт., кафедра для лектора – 1 шт., доска настенная трехэлементная – 1 шт., напольный мобильный проекционный экран DA-LITE – 1 шт., мультимедиапроектор BenQ – 1 шт., ноутбук Lenovo – 1шт., колонки Genius – 1 шт., персональные компьютеры, объединенные в сеть с выходом в Интернет, – 16 шт.

Помещение для самостоятельной работы аудитория №224 с выходом в Интернет оснащена следующим оборудованием: стандартная учебная мебель (15 учебных посадочных мест), стол и стул для преподавателя – по 1 шт., доска настенная – 1 шт., мультимедиапроектор BenQ – 1 шт., колонки Genius – 1 шт., персональные компьютеры, объединенные в сеть с выходом в Интернет – 15 шт.

### **9. Программное обеспечение**

1. Microsoft Open License (Windows XP, 7, Office 2003-2016) - Лицензия 66975477 от 03.06.2016 – в составе:
  - ОС Windows
2. PTC Mathcad 15.0 (Лицензия 449732)

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0  
Владелец: Артеменков Михаил Николаевич  
Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022