

-

23 2022

4 :):
7 2 72 .

-

16

10

2022

-5.	
-7	

2.

$C(L), C^1(L) \quad H_\mu(L).$

8

				-	-
1.		2	2		
2.	,	8	2	2	4
3.		8	2	2	4
4.		8	2	2	4
5.		6	2	2	2
6.		14	2	2	10
7		10	2	2	6
8.		10	2	2	6
9.		6		2	4
		72	16	16	40

$C(L), C^1(L) \quad H_\mu(L).$

3.

4

5

6

7

8

1.

Контрольные вопросы и задания:

2.

$$z = x + iy.$$

3.

$\rho.$

4.

6.

7

$$z_0 = x_0 + iy_0$$

?

Задания для аудиторной работы:

1.

$$|z+1+i|=2; \quad \operatorname{Im} \frac{z}{1+i}=0; \quad |z+i|+|z-i|=2;$$

$$\left| \frac{z-1}{z+1} \right|=2; \quad \operatorname{Re} z^2=1 \quad \operatorname{Arg}(2iz-4)=0.$$

2.

$$2-i$$

$$1+i$$

$$\frac{\pi}{3};$$

$$2i \quad -2$$

$$\varepsilon=2.$$

L

3.

$$z(t)=x(t)+i \cdot y(t),$$

$$z(t)=2-3it, \quad t \in R;$$

$$z(t)=2t+1+(t-2)i, \quad t \in [-1;2];$$

$$z(t)=2 \sin t + i3 \cos t, \quad 0 < t < \pi.$$

4.

L

L

L

L

$$z=i$$

$$\operatorname{Im} z=-1;$$

$$-1+i \quad 2-3i.$$

$$2-i$$

$$f(x)=\begin{cases} 0, & \text{если } x=0, \\ \frac{1}{\ln x}, & \text{если } x \in (0; 0,5] \end{cases}$$

$[0; 0,5]?$

7

$C(L) \subset C^1(L) \subset H_\mu(L)?$ Ответ обосновать.

Задания для самостоятельной работы:

1.

$$|z+1+i|=|iz+1+i|; \quad \operatorname{Re} \frac{z+1}{1-i}=0; \quad |iz+1|+|iz-1|=2;$$

$$|z-2|+|z+i|=4.$$

2.

$$1+i$$

$$1-i$$

$$|z-1|=|z-i|;$$

$$i \quad -2$$

$$\varepsilon=0,5.$$

L

3.

$$z(t)=x(t)+i \cdot y(t)$$

$$z(t)=3t+4it, \quad t \in R;$$

$$z(t)=2t+1+(t+1)^2 i, \quad t \in [-1;2];$$

$$z(t)=e^t + ie^{-t}, \quad -1 < t < 1.$$

4.

L

L

$$z=i, \quad z=-2i$$

$$a=4;$$

$$L \quad ; \quad 1 + 2i \quad 3 - 4i. \quad 1 + i$$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x = 0, \\ \frac{\sin x}{x}, & \text{если } x \in (0; 0,5] \end{cases}$$

[0; 0,5]?

Контрольные вопросы и задания:

2.

$z = \infty$?

4.

5.

D ?

Задания для аудиторной работы:

1.

$$\oint_L \frac{\cos z}{z^2} dz \quad L = \{z : |z| = 1\};$$

$$\oint_L \frac{\sin z}{\left(z - \frac{\pi}{3}\right)^3} dz \quad L = \{z : |z - i| = 4\}.$$

2.

$a \quad b -$

$e^{az};$

$\sin az;$

$e^{az} \cos bz.$

$$\int_{|z-a|=\rho} f(z) dz \quad r < \rho < R \quad r < |z-a| < R$$

$\rho.$

Задания для самостоятельной работы:

а.

$$\oint_L \frac{\cos z}{(z-i)^3} dz \quad L = \{z : |z-i| = 1\};$$

$$\oint_L \frac{e^z}{(z-1)^3} dz \quad L = \{z : |z-1| = 1\}.$$

$a -$

$\cos az;$

$ze^{az};$

$z \cos az.$

$$\int_{|\zeta-a|=\rho} \frac{f(\zeta)}{\zeta-z} d\zeta \quad r < \rho < R \quad r < |z-a| < R$$

$$\rho.$$

Контрольные вопросы и задания:

1. об аналитическом продолжении, теореме Лиувилля, принцип симметрии и принцип аргумента.
- 2.
3. ?
- 4.

Задания для аудиторной работы:

$$1. \quad F(z) = \frac{1}{1-i} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z-i}{z-1} \right)^n$$

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} z^n.$$

$$2. \quad f(z) = e^z + 3z^4 - 1$$

3.

$$z^4 - 3z + 1 = 0 \quad (|z| < 1); \quad z^7 - 5z^4 + z^2 - 2 = 0 \quad (|z| < 1).$$

$$4. \quad \Phi^+(z) = \frac{2z^4 - 5z + 2}{z^5 - 32}$$

$$\Phi^-(z)$$

$$\Phi^-(t) = \overline{\Phi^+(t)}, \quad t \in L = \{|t|=1\}, \quad \Phi^-(z)$$

$$z = \infty.$$

Задания для самостоятельной работы:

$$1. \quad F(z) = \frac{1}{4} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{z^n}{4^n}$$

$$f(z) = \frac{1}{3} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(z+1)^n}{3^n}.$$

$$2. \quad f(z) = z^8 - 7z^5 - 3z^4 + 1$$

3.

$$2z^4 - 5z + 2 = 0 \quad (|z| < 1); \quad z^8 - 4z^5 + z^2 - 1 = 0 \quad (|z| < 1).$$

$$4. \quad \Phi^+(z) = \frac{5iz^5 - 3z^4 + 2i}{z^3 + 27}$$

$$\Phi^-(z)$$

$$\Phi^-(t) = \overline{\Phi^+(t)}, \quad t \in L = \{|t|=1\}.$$

$$z = \infty.$$

$$\Phi^-(z)$$

.

Контрольные вопросы и задания:

Задания для аудиторной работы

I

Задания для самостоятельной работы

I

5.

.

Контрольные вопросы и задания:

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

C

8.

Задания для аудиторной работы:

1. $L = \{t : |t|=1\}$

L

$$w = \frac{t^3}{t^2 + 4i};$$

$$w = \frac{\operatorname{Re} t}{\operatorname{Im} t}$$

$$w = \frac{t + 2i}{t - 2i}$$

$$w = 5\overline{t^2}.$$

2.

$$\Phi^+(t) - \Phi^-(t) = 2e^t + \frac{1}{t^5}, \quad t \in L,$$

$$L = \{t : |t| = 1\}.$$

3.

$$\Phi^+(t) = \frac{5+t}{t} \Phi^-(t), \quad t \in L;$$

$$\Phi^+(t) = \frac{t(t-2i)}{t^2+3} \Phi^-(t), \quad t \in L,$$

$$L = \{t : |t| = 1\}.$$

4.

$$\Phi^+(t) = \frac{t^3}{t^3+9} \Phi^-(t), \quad t \in L;$$

$$\Phi^+(t) = \frac{t^2(t-4i)}{2t-1} \Phi^-(t), \quad t \in L,$$

$$L = \{t : |t| = 1\}.$$

5.

$$L = \{t : |t| = 1\}.$$

a

$$\Phi^+(t) = \frac{t}{t^2+a} \Phi^-(t), \quad t \in L,$$

Задания для самостоятельной работы:

1.

$$L = \{t : |t| = 1\}$$

$L:$

$$w = \frac{3t^2}{t^2-4i};$$

$$w = \operatorname{Re} t + \operatorname{Im} t$$

$$w = \frac{t^4+16}{t}$$

$$w = \frac{2i}{t^4}.$$

2.

$$\Phi^+(t) - \Phi^-(t) = 3i \sin t - \frac{\sqrt{2}}{t^2}, \quad t \in L,$$

$$L = \{t : |t| = 1\}.$$

3.

$$\Phi^+(t) = \frac{t}{t-3} \Phi^-(t), \quad t \in L;$$

$$\Phi^+(t) = \frac{t^3(t-5i)}{t^2-2} \Phi^-(t), \quad t \in L,$$

$$L = \{t : |t| = 1\}.$$

4.

$$\Phi^+(t) = \frac{t+2}{t^2-9} \Phi^-(t), \quad t \in L;$$

$$\Phi^+(t) = \frac{t^8}{4t-1} \Phi^-(t), \quad t \in L,$$

$$L = \{t : |t| = 1\}.$$

5. $L = \{t : |t| = 1\}.$ a

$$\Phi^+(t) = \frac{t^2 - a}{t^2 + a} \Phi^-(t), \quad t \in L,$$

Контрольные вопросы и задания:

5
6

Задания для аудиторной работы 1, 3, 5 III

Задания для самостоятельной работы: III

Контрольные вопросы и задания:

Задания для аудиторной работы:

$$1. \quad T^+ \cup \Gamma \quad T^+ = \{z: |z| < 1\} \quad \Phi^+(z), \\ \Gamma = \{t: |t| = 1\}$$

$$\operatorname{Re}\left\{\frac{1}{t}\Phi^+(t)\right\} = 0.$$

$$2. \quad T^+ \cup \Gamma \quad T^+ = \{z: |z| < 1\} \quad \Phi^+(z) \\ \Gamma = \{t: |t| = 1\}$$

$$\operatorname{Re}\left\{\frac{t}{t-2i}\Phi^+(t)\right\} = 0.$$

$$3. \quad L = \{w: \operatorname{Im} w = 0\} \quad C_+ = \{w: \operatorname{Im} w > 0\} \\ C_+ \quad \Phi^+(w), \quad C_+ \cup L \quad L$$

$$\operatorname{Re}\left\{\frac{\tau-i}{\tau+i}\Phi^+(\tau)\right\} = 0.$$

$$4. \quad w = \xi + i\eta \quad \text{улиткой Паскаля } L \quad C_w$$

$$w = \rho(e^{i\theta} + me^{i2\theta}),$$

$$\rho > 0, \quad 0 < m < \frac{1}{2}, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi.$$

D^+

$$, \quad D^+ \cup L \quad L \\ \operatorname{Re}\{\overline{h(\tau)}\Phi^+(\tau)\} = 0, \\ h(\tau) = a(\tau) + ib(\tau), \quad q(\tau) - L \quad H(L) \\ h(\tau) \neq 0.$$

$$5. \quad T^+ = \{z: |z| < 1\}, \quad \Gamma = \{t: |t| = 1\} \quad T^- = \overline{C}_z \setminus (T^+ \cup \Gamma). \\ T^- \quad \Phi^-(z) \quad T^- \cup \Gamma \quad \Gamma$$

$$\operatorname{Re}\left\{\frac{1}{t}\Phi^-(t)\right\} = 0.$$

Задания для самостоятельной работы:

$$1. \quad T^+ = \{(r, \varphi): 0 < r < 1, -\pi \leq \varphi \leq \pi\}$$

$$[5 \cos \varphi + \sin 2\varphi] \cdot U(\cos \varphi, \sin \varphi) - [5 \sin \varphi - \cos 2\varphi] \cdot V(\cos \varphi, \sin \varphi) = 0?$$

$$2. \quad T^+ = \{z: |z| < 1\}, \quad \Gamma = \{t: |t| = 1\} \quad T^- = \overline{C}_z \setminus (T^+ \cup \Gamma). \\ T^- \quad \Phi^-(z) \quad T^- \cup \Gamma \quad \Gamma$$

$$\operatorname{Re}\{t^{-2} \cdot \Phi^{-}(t)\} = 0.$$

$$3. \quad \begin{array}{ll} T^{+} = \{z : |z| < 1\} & \Phi^{+}(z) \\ T^{+} \cup \Gamma & \Gamma = \{t : |t| = 1\} \end{array}$$

$$\operatorname{Re}\left\{\frac{t}{t-3i}\Phi^{+}(t)\right\} = 0.$$

$$4. \quad \begin{array}{llll} T^{+} = \{z : |z| < 1\}, \Gamma = \{t : |t| = 1\} & T^{-} = \overline{C}_z \setminus (T^{+} \cup \Gamma). & & \\ T^{-} & \Phi^{-}(z) & T^{-} \cup \Gamma & \Gamma \\ & & \operatorname{Re}\{t \cdot \Phi^{-}(t)\} = 0. & \end{array}$$

.

Контрольные вопросы и задания:

1.

$$M_0(x_0, y_0)$$

2.

$$U(x, y)$$

$D?$

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

Задания для аудиторной работы:

1.

$$U(x, y) = \operatorname{arctg} \frac{y}{x} \quad \varphi(x, y) = \ln(x^2 + y^2) \quad V(x, y) = x^3 + y^3.$$

2.

$$f(z)$$

$$\operatorname{Re} f(z) = x^2 - y^2$$

$$\operatorname{Im} f(z) = xy^2$$

$$\operatorname{Re} f(z) = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}?$$

3.

$$u(x, y)|_{\Gamma} = y^2 - x^2 - \frac{1}{2}y$$

$$\Gamma = \{(x, y) : x^2 + y^2 = \rho^2\}$$

$$4. \quad T^+ = \{z : |z| < 1\} \quad U(x, y)$$

$$\Gamma = \{t : |t| = 1\}$$

$$U|_{\Gamma} = 5 + t^2 + \frac{1}{t^2}.$$

$$5. \quad D^+ = \{(x, y) : x^2 + y^2 < \rho^2\} \quad u(x, y),$$

$$\Gamma = \{(x, y) : x^2 + y^2 = \rho^2\}$$

$$u|_{\Gamma} = x^2 + 2xy - 4y^2.$$

$$6. \quad 0 \leq r \leq 1 \quad u(r, \varphi),$$

$$\Gamma \quad u|_{\Gamma} = \pi^2 - \varphi^2, \quad -\pi \leq \varphi \leq \pi.$$

$$7. \quad D^+ = \{(x, y) : x^2 + y^2 < \rho^2\} \quad u(x, y),$$

$$\Gamma$$

$$u|_{\Gamma} = A \sin^2 \varphi + B \cos^2 \varphi \quad A \quad B - \quad -\pi \leq \varphi \leq \pi.$$

$$8. \quad T^+ = \{z : |z| < 1\}, \quad \Gamma = \{t : |t| = 1\}. \quad a$$

$$\frac{\partial U}{\partial n} \Big|_{\Gamma} = 3a + t^3 + \frac{1}{t^3}, \quad t \in \Gamma,$$

$$\frac{\partial}{\partial n} - \quad \Gamma,$$

$$a.$$

Задания для самостоятельной работы:

$$1. \quad T^+ = \{z : |z| < 1\} \quad \Phi^+(z)$$

$$T^+ \cup \Gamma \quad \Gamma = \{t : |t| = 1\}$$

$$\operatorname{Re}\{\Phi^+(t)\} = t + \frac{1}{t} + 1.$$

$$2. \quad u(x, y)|_{\Gamma} = 2x^2 - 4xy \quad \Gamma = \{(x, y) : x^2 + y^2 = \rho^2\}$$

$$3. \quad 0 \leq r \leq \rho \quad u(r, \varphi)$$

$$\Gamma \quad u|_{\Gamma} = \sin 2\varphi, \quad -\pi \leq \varphi \leq \pi.$$

$$4. \quad D^+ = \{(x, y) : x^2 + y^2 < \rho^2\} \quad u(x, y),$$

$$\Gamma = \{(x, y) : x^2 + y^2 = \rho^2\}$$

$$u|_{\Gamma} = y^2 - x^2 - \frac{1}{2}y.$$

5. $T^+ = \{z : |z| < 1\}, \Gamma = \{t : |t| = 1\}.$

b

$$\frac{\partial U}{\partial n} \Big|_{\Gamma} = 10b + t^2 + \frac{1}{t^2}, \quad t \in \Gamma,$$

$$\frac{\partial}{\partial n} \quad \Gamma,$$

b.

6.

I.

II.

I.

Образец зачетного задания

Примечание. Во всех заданиях значение параметра k равно порядковому номеру студента в учебном журнале

$$z = x + iy \quad T^+ = \{z : |z| < 1\} \quad T^- = \bar{C} \setminus (T^+ \cup L) \quad L = \{t : |t| = 1\}.$$

$$T^- \quad (\Phi^-(\infty) = k) \quad \Phi^+(z) \quad \Phi^-(z) \quad L$$

$$\Phi^+(t) = t^{10-k} \Phi^-(t) + kt^k + (10-k)t^{-k}.$$

2.

$$z = x + iy \quad L = \{t : |t| = 1\} \quad T^+ \quad \Phi^+(z) \quad L$$

$$\operatorname{Re}\{t^{-1}\Phi^+(t)\} = \frac{1}{2i^k} (t^{10-k} + (-1)^k t^{k-10}) \quad i -$$

1.

1		
2		

2.

1		3-5
2		

1. Расулов К.М.

2. Расулов К.М.

3. Гахов Ф.Д.

4. Зверович Э.И.

2015.

5. Мусхелишвили Н.И.

6. Мусхелишвили Н.И.

7. Прусов И.А.

8. Расулов К.М.

9. Heinrich Begehr. Boundary value problems in complex analysis I // Boletin de la Asociacion Matematica Venezolana. Vol. 12, No. 1 (2005). P. 65-85.

10. Heinrich Begehr. Complex analytic methods for partial differential equations. Singapore: World Scientific Publishing, 1994.

•

<http://cdo.smolgu.ru>

•

WWW-

9.

Wolfram

Mathematica

Microsoft Open License (Windows XP, 7, 8, 10, Server,

Office 2003-

Microsoft

Open License (Windows XP, 7, 8, 10, Server, Office 2003-

Dr. Web Server/Desktop Security Suite

EE4E-QN5S-6FG2-N76B

Kaspersky Endpoint Security

FB