

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»

Кафедра математического анализа

«Утверждаю»
Проректор по учебно-
методической работе
_____ Ю.А. Устименко
«23» июня 2022 г.

**Рабочая программа дисциплины
Б1.О.19 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

Направление подготовки: **44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

Направленность (профиль): **Математика и информатика**

Форма обучения: очная

Курс – 1, 2

Семестр – 1, 2, 3, 4

Всего зачётных единиц – 15, часов – 540

Форма отчетности: экзамен – 1, 3, 4 семестры; зачёт – 2 семестр

Программу разработали:

доктор физико-математических наук, профессор Расулов К.М.;

кандидат педагогических наук, доцент Шерстнёва Н.А.

Одобрена на заседании кафедры

«16» июня 2022г., протокол №10

Заведующий кафедрой _____ К.М. Расулов

Смоленск
2022

1. Место дисциплины в структуре ОП

Математический анализ играет фундаментальную роль в теоретической и практической подготовке студентов направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование» (профиль «Математика и информатика»). Этот курс относится к обязательным для изучения дисциплинам. Логически и по своему содержанию он тесно связан с другими, формируемые в ходе изучения учебного курса знания, умения и навыки используются при изучении смежных математических дисциплин. Данная дисциплина является предшественницей и основой для изучения таких курсов, как: теория функций действительного переменного, теория функций комплексного переменного, дифференциальные уравнения и уравнения математической физики, теория вероятностей и математическая статистика, численные методы, а также для вычислительных и педагогических практик, предусмотренных ОП.

Цели освоения дисциплины:

- овладение основными понятиями математического анализа;
- овладение логическими основами курса, необходимыми для решения теоретических и практических задач;
- приобретение навыков использования аппарата математического анализа при решении задач на экстремумы, геометрических и физических задач;
- формирование навыков самостоятельной работы, необходимых для использования знаний при изучении специальных дисциплин и дальнейшей практической деятельности;
- развитие математической интуиции, воспитание математической культуры.

Задачи освоения дисциплины:

- познавательная – глубокое освоение первичных общематематических понятий, изучаемых в математическом анализе, что необходимо для изучения смежных дисциплин.
- воспитательная – привитие и развитие культуры мышления, способности логически верно выстраивать устную и письменную речь, понимать необходимость доказательств, как в математике, так и в реальных жизненных ситуациях, при общении с коллегами и при работе в ученическом и учительском коллективах.
- развивающая – усвоение определенного количества информации по данной дисциплине, накопленной человечеством в процессе развития математики, привитие способности понимания значения математического анализа в других разделах математики и возможности применения полученных знаний в своей будущей педагогической (или иной другой) профессиональной деятельности.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы
ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	Знать: объект, предмет, основные категории, принципы, закономерности, структуру педагогической науки; сущность, структуру, динамику целостного педагогического процесса; состояние и тенденции развития отечественных и международных педагогических и психологических исследований; методологию педагогического исследования; особенности, логику, закономерности, формы, методы и средства процесса обучения и воспитания; основы психологии личности, основные теоретические подходы к пониманию феномена личности; познавательные процессы, их свойства, закономерности и роль в интеллектуальной и творческой деятельности; общетеоретические основы методики преподавания предмета в объеме, необходимом

	<p>для осуществления педагогической деятельности; строение и функции организма, основные закономерности развития человека; общие закономерности и возрастные особенности функционирования основных систем организма учащихся; гигиенические требования к организации образовательного процесса и гигиену учебного процесса; инструментальные средства информационных технологий.</p> <p>Уметь: применять теоретические знания в решении педагогических задач; планировать, проектировать и осуществлять педагогический процесс в различных типах образовательных учреждений; определять структуру и методологию проведения педагогического исследования; адекватно целям выстраивать учебный и воспитательный процесс, выбирая соответствующие формы, методы и средства его осуществления; использовать в педагогической деятельности и межличностном взаимодействии современные достижения психологической науки; учитывать возрастные физиологические особенности учащихся в педагогическом процессе; использовать информационные технологии для решения профессиональных задач.</p> <p>Владеть: категориальным аппаратом педагогической науки; навыками решения педагогических задач; способами планирования и осуществления образовательного процесса; способами проведения педагогического эксперимента; формами и методами осуществления учебной и воспитательной работы; приемами и методами психодиагностики личности, изучения особенностей профессиональной деятельности; навыками организации педагогической деятельности с позиций сохранения здоровья; методами профилактики нарушений физического развития и повышения адаптационных резервов организма; методами оказания первой доврачебной помощи; методами применения информационно-коммуникационных технологий в образовательном процессе.</p>
<p>ПК-5. Способен использовать научные знания в предметной области (математика) в процессе формирования предметной компетенции обучающихся в рамках реализации основной общеобразовательной программы</p>	<p>Знать: современное состояние и перспективы развития математики как учебной дисциплины, направления развития школьного математического образования, теоретические основы обучения математике, принципы построения методической системы обучения математике, основные линии школьного курса математики, их структуру, содержание и роль, этапы формирования математических понятий, методические подходы к изучению основных тем школьного курса математики;</p> <p>Уметь: анализировать и интерпретировать содержание математических понятий, теорем, задач, разрабатывать фрагменты уроков, организовывать образовательный процесс обучения математике, конструировать методику введения понятий, изучения теорем, решения задач;</p> <p>Владеть: основными приемами организации деятельности школьников по изучению математики, навыками разработки методики изучения частных вопросов обучения математике,</p>

	исследовательскими методами в профессиональной деятельности.
ПК-7 Способен математически корректно ставить естественнонаучные задачи и классические задачи математики, строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	<p>Знать: базовые принципы постановки естественнонаучных задач и классических задач математики, определения основных понятий и доказательства теорем по основным разделам математики;</p> <p>Уметь: решать основные типы математических задач, доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть его следствия;</p> <p>Владеть: первичными навыками применения математического аппарата к решению конкретных задач из различных областей прикладной математики и информатики.</p>

3. Содержание дисциплины

- 1. Введение в анализ.** Основные числовые множества. Рациональные числа и их свойства. Действительные числа. Ограниченные и неограниченные числовые множества.
- 2. Предел последовательности.** Числовые последовательности и операции над ними. Свойства числовых последовательностей. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Сходящиеся последовательности и их свойства. Число e .
- 3. Понятие функции одной действительной переменной. Предельное значение функции. Непрерывность.** Понятие функции одной действительной переменной. Способы задания функции. Определение и свойства предела функции в точке и на бесконечности, бесконечные пределы. Сравнение бесконечно больших и бесконечно малых функций. Определение непрерывности функции в точке. Свойства функций, непрерывных в точке. Классификация точек разрыва функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
- 4. Основы дифференциального исчисления функции одной действительной переменной.** Производная, ее физический и геометрический смысл. Понятие дифференцируемости функции. Таблица производных. Правило дифференцирования сложной функции. Теорема о производной обратной функции. Дифференциал и инвариантность формы первого дифференциала. Применение дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.
- 5. Основные теоремы дифференциального исчисления.** Теоремы Ферма, Ролля. Формулы Лагранжа и Коши. Правило Лопиталя. Формула Тейлора.
- 6. Исследование функции одной действительной переменной и построение её графика. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции.** Монотонность функции. Отыскание точек экстремума. Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции. Асимптоты графика функции. Примерная схема исследования функции и построение ее графика. Нахождение наибольших и наименьших значений функции.
- 7. Неопределённый интеграл.** Понятие первообразной функции и неопределённого интеграла. Свойства неопределённого интеграла. Таблица интегралов. Основные методы интегрирования.
- 8. Интегрирование в элементарных функциях.** Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование некоторых иррациональных и трансцендентных выражений.
- 9. Определённый интеграл.** Интегральные суммы. Интегрируемость. Верхние и нижние суммы Дарбу. Необходимое и достаточное условие интегрируемости. Некоторые классы интегрируемых функций. Основные свойства определённого интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.

- 10. Геометрические и физические приложения определённого интеграла.** Площадь плоской фигуры. Длина дуги кривой. Объёмы тел и площади поверхности. Работа. Перемещение. Центр тяжести.
- 11. Несобственные интегралы.** Несобственные интегралы первого и второго рода, их свойства, методы вычисления.
- 12. Числовые ряды.** Понятие числового ряда. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический и геометрический ряды. Критерий Коши сходимости числового ряда. Знакоположительные ряды. Признаки сходимости знакоположительных рядов. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Признак Лейбница. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Теорема Римана.
- 13. Функциональные последовательности и ряды.** Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Равномерная сходимость. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов. Степенные ряды. Разложение некоторых элементарных функций в степенной ряд. Некоторые приложения степенных рядов.
- 14. Ряды Фурье.** Понятие об ортонормированных системах и тригонометрическом ряде Фурье. Условия поточечной и равномерной сходимости тригонометрического ряда Фурье. Понятие об общем ряде Фурье.
- 15. Функции нескольких переменных.** Понятие n -мерного координатного и n -мерного евклидова пространства. Множества точек n -мерного евклидова пространства. Понятие функции нескольких переменных. Предельное значение функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных. Частные производные и дифференциалы функции двух переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Локальный экстремум. Исследование функции двух переменных на экстремум.
- 16. Теория неявных функций и ее приложения.** Понятие неявной функции. Теоремы о существовании и дифференцируемости неявной функции одной и двух переменных. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
- 17. Кратные интегралы.** Определение и существование двойного интеграла. Свойства двойного интеграла. Замена переменных в двойном интеграле. Тройной интеграл и его свойства. Геометрические и физические приложения кратных интегралов.
- 18. Криволинейные интегралы.** Определение криволинейных интегралов первого и второго родов. Существование криволинейных интегралов и их сведение к определенным интегралам. Криволинейный интеграл второго рода по замкнутому контуру и формула Грина. Независимость криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования и условие полного дифференциала.

4. Тематический план

1 семестр

№ п/п	Темы	Всего часов	Формы занятий			
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Самостоятельная работа
1.	Действительные числа и их свойства	6	2	2	-	2
2.	Числовые последовательности. Предел числовой последовательности	18	8	6	-	4
3.	Функции одной действительной переменной	10	4	4	-	2

4.	Предел функции одной переменной	15	6	6	-	3
5.	Непрерывность функции в точке и на множестве	10	4	4	-	2
6.	Контрольная работа	3	-	2	-	1
7.	Дифференцируемость функции одной переменной	18	8	8	-	2
8.	Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя	11	6	4	-	1
9.	Приложения дифференциального исчисления функции одной переменной	23	10	10	-	3
10.	Контрольная работа	3	-	2	-	1
Экзамен		27	-	-	-	27
Всего за семестр		144	48	48	-	48

2 семестр

№ п/п	Темы	Всего часов	Формы занятий			
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Самостоятельная работа
1.	Обобщение материала 1-го семестра	12	-	-	8	4
2.	Первообразная и неопределённый интеграл	32	12	12	2	6
3.	Контрольная работа	4	-	2	-	2
4.	Определённый интеграл	24	8	8	2	6
5.	Геометрические и физические приложения определённого интеграла	26	10	6	4	6
6.	Контрольная работа	4	-	2	-	2
7.	Несобственные интегралы	6	2	2	-	2
Всего за семестр		108	32	32	16	28

3 семестр

№ п/п	Темы	Всего часов	Формы занятий			
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Самостоятельная работа
1.	Числовые ряды и их основные свойства.	8	2	2	2	2
2.	Признаки сходимости положительных рядов.	16	4	4	2	6
3.	Ряды с произвольными членами и теорема Римана.	16	4	4	2	6
4.	Функциональные ряды и их основные свойства.	10	2	2	-	6
5.	Свойства равномерно сходящихся рядов.	10	2	2	2	4
6.	Степенные ряды и их	34	12	10	6	6

	основные приложения.					
7.	Тригонометрические ряды Фурье.	20	6	6	2	6
8.	Контрольная работа	3	-	2	-	1
	Экзамен	27	-	-	-	27
	Всего за семестр	144	32	32	16	64

4 семестр

№ п/п	Темы	Всего часов	Формы занятий			
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Самостоятельная работа
1.	Открытие и замкнутые множества на R^n .	6	2	2	-	2
2.	Предел и непрерывность функций нескольких переменных.	20	6	6	2	6
3.	Дифференцируемость функций нескольких переменных.	36	10	10	6	10
4.	Двойные и тройные интегралы и их приложения.	26	6	6	4	10
5.	Криволинейные интегралы и их приложения.	26	8	6	4	8
6.	Контрольная работа	3	-	2	-	1
	Экзамен	27	-	-	-	27
	Всего за семестр	144	32	32	16	64

5. Виды образовательной деятельности

1 семестр

Лекция 1 «Действительные числа и их свойства»: понятие числового множества, рациональные числа и их свойства, действительные числа, модуль действительного числа, ограниченные и неограниченные числовые множества, точные грани.

Лекции 2-5 «Числовые последовательности. Предел числовой последовательности»: понятие последовательности, арифметические операции над последовательностями, понятия о пределе последовательности, теоремы пределах, бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, достаточные признаки существования предела, число e .

Лекции 6-7 «Функции одной действительной переменной»: понятие функции одной действительной переменной, способы задания функций, основные классы функций, понятие сложной функции, понятие обратной функции, свойства функций.

Лекции 8-10 «Предел функции одной действительной переменной»: определение предела функции в точке по Коши и по Гейне, предел функции на бесконечности, бесконечные пределы, теоремы о свойствах предела, бесконечно малые и бесконечно большие функции и их сравнение, замечательные пределы функции.

Лекции 11-12 «Непрерывные функции»: определение непрерывности, точки разрыва, свойства функций непрерывных в точке и на отрезке.

Лекции 13-16 «Основы дифференциального исчисления функции одной переменной»: производная, дифференцируемость функции, таблица производных и правила дифференцирования, дифференциал и его применения, производные и дифференциалы высших порядков.

Лекции 17-19 «Основные теоремы дифференциального исчисления»: теоремы Ферма, Ролля, формулы Лагранжа и Коши, правило Лопиталю раскрытия неопределенностей, формула Тейлора.

Лекции 20-24 «Применение производной функции одной переменной»: исследование функций с помощью производной на монотонность, экстремум, направление выпуклости, точки перегиба графика функции, общая схема исследования и построения графиков, нахождение наибольшего и наименьшего значений функций.

Практическое занятие 1 «Понятие действительного числа».

Контрольные вопросы: определение рационального числа, иррационального числа, свойства множества Q рациональных чисел и множества R действительных чисел, модуль действительного числа, определение ограниченного снизу (сверху) множества, неограниченного множества, определение точной нижней (верхней) грани и их характеристические свойства.

Задания для аудиторной работы: раздел 1 № 1 (а,б), 5, 7, 8, 12, 23-43 (нечётные), 20 [15].

Задания для самостоятельной работы: раздел 1 №1(в,г), 6, 9, 11, 23-43 (чётные), 21 [15].

Практическое занятие 2 «Понятие числовой последовательности».

Контрольные вопросы: определение числовой последовательности, способы задания последовательностей, классы последовательностей (монотонные, ограниченные).

Задания для аудиторной работы: раздел 1 № 303 (на выбор), 304 (на выбор), 305 (б,г) [15];

исследовать следующие последовательности на ограниченность и монотонность:

$$\text{а) } x_n = \frac{n^2 + 5}{n^2 + 1}; \quad \text{б) } x_n = \frac{\cos \pi n}{n + 1}.$$

Задания для самостоятельной работы: раздел 1 № 303, 304, 305 (а,б) [15].

Практическое занятие 3 «Понятие предела числовой последовательности».

Контрольные вопросы: определение предела последовательности, основные свойства предела последовательности, бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.

Задания для аудиторной работы: раздел 1 № 321, 322, 325, 327, 329 [15].

Задания для самостоятельной работы: раздел 1 № 323, 324, 326, 330 [15].

Практическое занятие 4 «Вычисление пределов последовательностей».

Контрольные вопросы: теоремы об арифметических операциях над последовательностями и их пределами, применение этих теорем при раскрытии различных видов неопределенностей.

Задания для аудиторной работы: 245-259 (нечетные), 266 [10].

Задания для самостоятельной работы: раздел 1 № 355 [15].

Практические занятия 5-6 «Функции одной действительной переменной и их свойства».

Контрольные вопросы: понятие числовой функции, область определения и множество значений функции одной переменной, понятие сложной и обратной функции, основные классы функций (монотонные, четные и нечетные, ограниченные и неограниченные, периодические).

Задания для аудиторной работы: раздел 1 № 44, 52, 54, 62, 104, 108, 120, 130, 157, 170, 179, 181, 198, 210, 211 [15].

Задания для самостоятельной работы: раздел 1 № 45, 51, 55, 105, 109, 121, 131, 180, 182, 198, 210, 211 [15].

Практическое занятие 7 «Понятие предела функции одной действительной переменной».

Контрольные вопросы: определение предела функции в точке (по Коши, по Гейне, на языке окрестностей), геометрический смысл предела функции, основные свойства предела, предел функции на бесконечности и бесконечные пределы, односторонние пределы, теоремы об арифметических операциях над функциями и их пределами.

Задания для аудиторной работы: раздел 1 № 374-380 (четные), 384-400 (нечетные) [15].

Задания для самостоятельной работы: раздел 1 № 374-380 (четные), 384-400 (нечетные) [15].

Практические занятия 8-9 «Вычисление пределов функций одной переменной».

Контрольные вопросы: способы раскрытия различных видов неопределенностей, замена переменной при вычислении пределов функций, замечательные пределы, сравнение бесконечно малых функций, эквивалентные бесконечно малые и их использование в практике вычисления пределов.

Задания для аудиторной работы: раздел 1 № 402, 403, 408-418 (нечетные), 422-442 (нечетные), 453-462 (четные), 475 (а, в, з) [15].

Задания для самостоятельной работы: раздел 1 № 408-442 (четные), 453-462 (нечетные) [15].

Практическое занятие 10 «Понятие непрерывности функции одной переменной».

Контрольные вопросы: различные определения понятия непрерывности функции в точке, определение непрерывности функции на отрезке, арифметические операции над непрерывными функциями, непрерывность основных элементарных функций, точки разрыва и их классификация.

Задания для аудиторной работы: раздел 1 № 485-504 (нечетные), 505, 507, 511, 515, 518 (а,б), 521 [15].

Задания для самостоятельной работы: раздел 1 № 485-504 (четные), 506, 510, 512, 514, 518 (б,г), 522 [15].

Практическое занятие 11 «Свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке».

Контрольные вопросы: формулировки основных теорем о свойствах функций, непрерывных на отрезке (ограниченность, теорема о нуле непрерывной функции, о промежуточных значениях и теорема Вейерштрасса о наименьшем и наибольшем значении), применение этих теорем (обоснование метода интегралов, приближенное решение уравнений).

Задания для аудиторной работы: раздел 1 № 546 (на выбор), 547, 551 (а,б), 552, 553, 559 [15].

Задания для самостоятельной работы: раздел 1 № 546, 548, 550, 551 (б,г), 559 [15].

Практическое занятие 12 «Контрольная работа».

Практическое занятие 13 «Понятие производной функции одной переменной».

Контрольные вопросы: определение производной функции, алгоритм её вычисления, геометрический и механический смысл, непрерывность функции, имеющей производную, таблица производных, правила вычисления производных.

Задания для аудиторной работы: раздел 2 № 16 (на выбор), 17, 19, 89 [15].

Задания для самостоятельной работы: раздел 2 № 16 (на выбор), 18, 20, 87 [15].

Практические занятия 14-15 «Вычисление производных. Дифференцируемость функции одной переменной».

Контрольные вопросы: теорема о производной сложной функции и её применение, понятие дифференцируемости функции одной переменной, необходимое и достаточное условие дифференцируемости, приём логарифмического дифференцирования.

Задания для аудиторной работы: раздел 2 № 23-73 (на выбор), 75, 81, 93 (а,б,с), 97 [15].

Задания для самостоятельной работы: раздел 2 № 23-73 (на выбор), 74, 82, 93 (б,г), 94 [15].

Практическое занятие 16 «Дифференциал функции и его применение. Производные и дифференциалы высших порядков».

Контрольные вопросы: понятие дифференциала функции, производные и дифференциалы высших порядков.

Задания для аудиторной работы: раздел 2 № 119, 121, 152 (а,в,д), 153, 154 (б), 156, 157 (а,г), 167, 177 [15].

Задания для самостоятельной работы: раздел 2 № 124, 152 (б,г), 154 (в), 157 (б,г), 168, 178 [15].

Практические занятия 17-18 «Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталья».

Контрольные вопросы: формулировки теорем Ферма, Роля, Лагранжа, Коши, правила раскрытия неопределенностей различного вида с применением правила Лопиталья.

Задания для аудиторной работы: № 212 (в), 215, 217 (в), 245-255 (нечетные), 275, 277, 281, 294 [15].

Задания для самостоятельной работы: № 212 (а), 217 (а,б), 245-255 (четные), 274, 282 [15].

Практическое занятия 19 «Условие монотонности функции одной действительной переменной на промежутке. Экстремумы функции одной действительной переменной».

Контрольные вопросы: достаточное условие постоянства функции, теорема о достаточном условии монотонности функции, дифференцируемой на промежутке, определение точки максимума (минимума), достаточные условия экстремума функции по первой и второй производной.

Задания для аудиторной работы: раздел 2 № 230 (б), 231, 235, 237, 243 (а,б,с) [15]; № 1157-1159 [6], № 300-315 (нечётные) [15].

Задания для самостоятельной работы: раздел 2 №230 (а,д), 232, 234, 236, 242 (а,б) [15]; №1156, 1158 [6], № 300-315 (чётные) [15].

Практическое занятие 20 «Исследование функции одной переменной на направление выпуклости и точки перегиба графика функции. Асимптоты».

Контрольные вопросы: понятие выпуклой вниз (вверх) на промежутке функции, точки перегиба, достаточное условие выпуклости функции, алгоритм исследования функции на выпуклость и точки перегиба, виды асимптот графика функции.

Задания для аудиторной работы: раздел 2 № 395, 397, 399 (б,д), 413 (а,в,г) [15]; №1289, 1299 [10].

Задания для самостоятельной работы: раздел 2 № 396, 398, 399 (а,г), 414 (а,в) [15]; №1287, 1291 [10].

Практические занятия 21-22 «Полное исследование функций и построение их графиков».

Задания для аудиторной работы: раздел 2 № 415 (а,д), 416 (е), 418 (ж), 419 (а) [15].

Задания для самостоятельной работы: раздел 2 № 415 (б,е), 418 (а,д), 419 (б) [15].

Практическое занятие 23 «Наименьшее и наибольшее значения функции одной действительной переменной».

Контрольные вопросы: правило отыскания наименьшего и наибольшего значения функции, непрерывной на отрезке.

Задания для аудиторной работы: раздел 2 № 317, 321, 327, 333, 341, 365, 372 [15].

Задания для самостоятельной работы: раздел 2 № 316, 318, 326, 337, 366, 364 [15].

Практическое занятие 24 «Контрольная работа».

2 семестр

Лекции1-6«Первообразная и неопределённый интеграл»:понятие первообразной функции и неопределённого интеграла, свойства неопределённого интеграла, таблица интегралов, основные методы интегрирования, интегрирование рациональных дробей, интегрирование некоторых иррациональных и трансцендентных выражений.

Лекции7-10«Определённый интеграл»:интегральные суммы, интегрируемость, верхние и нижние суммы Дарбу, необходимое и достаточное условие интегрируемости, некоторые классы интегрируемых функций, основные свойства определённого интеграла, формула Ньютона-Лейбница, замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.

Лекции11-15«Геометрические и физические приложения определённого интеграла»:площадь плоской фигуры, объёмы тел, длина дуги кривой, центр тяжести, работа, перемещение, статические моменты.

Лекция 16«Несобственные интегралы»: несобственные интегралы первого и второго рода, методы их вычисления.

Практическое занятие 1«Понятие первообразной и неопределённого интеграла».

Контрольные вопросы: определение первообразной функции на промежутке, понятие неопределённого интеграла и его основные свойства, таблица неопределённых интегралов и её применение для непосредственного интегрирования.

Задания для аудиторной работы: раздел 3 № 1-26 (нечетные) [15]; № 1676-1702 (нечетные) [10].

Задания для самостоятельной работы: раздел 3 № 1-26 (четные) [15]; № 1676-1702 (четные) [10].

Практическое занятие 2«Замена переменной в неопределённом интеграле».

Контрольные вопросы: формулировка теоремы о замене переменной в неопределённом интеграле.

Задания для аудиторной работы: раздел 3 № 35-75 (нечетные) [15].

Задания для самостоятельной работы: раздел 3 № 35-75 (четные) [15].

Практическое занятия3«Интегрирование по частям. Применение двух методов интегрирования».

Контрольные вопросы: теорема об интегрировании по частям в неопределённом интеграле.

Задания для аудиторной работы: раздел 3 № 94-120 (нечетные), 123 [15].

Задания для самостоятельной работы: раздел 3 № 94-120 (четные), 122 [15].

Практическое занятие 4«Интегрирование рациональных дробей».

Контрольные вопросы: понятие простейших дробей, представление правильной дроби общего вида в виде суммы простейших дробей, алгоритм вычисления интеграла от дроби общего вида.

Задания для аудиторной работы: раздел 3 № 127 (а)-131 (а) [15]; № 2013, 2015, 2025, 2038, 2041, 2049 [10].

Задания для самостоятельной работы: раздел 3 № 127 (б)-131 (б) [15]; № 2012, 2014, 2027, 2036, 2048 [10].

Практические занятия5-6«Интегрирование тригонометрических и некоторых иррациональных функций».

Контрольные вопросы: формулы универсальной тригонометрической подстановки, приёмы интегрирования иррациональностей.

Задания для аудиторной работы: раздел 3 № 152-174 (нечетные), 139, 141 [15].

Задания для самостоятельной работы: раздел 3 № 152-174 (четные), 140, 142 [15].

Практическое занятие 7 «Контрольная работа».

Практическое занятие8«Понятие определённого интеграла, его основные свойства.Вычисление определённого интеграла с помощью первообразных. Формула Ньютона-Лейбница».

Контрольные вопросы: понятие определённого интеграла, суммы Дарбу, условия существования и основные свойства определённого интеграла, непосредственное интегрирование с помощью формулы Ньютона-Лейбница.

Задания для аудиторной работы: раздел 3 №210 (д), 213 (а,в,д), 214 (е), 216 (а,в,д), 233, 227 (б), № 249 (а,в,ж,и), 251 (а), 252 [15].

Задания для самостоятельной работы: раздел 3 № 211 (а), 213 (б,г,е), 216 (б,г), 232,249 (б,г,е), 250 [15].

Практическое занятие9«Замена переменной в определённом интеграле».

Контрольные вопросы: формула замены переменной в определённом интеграле, её особенности по сравнению с заменой переменной в неопределённом интеграле.

Задания для аудиторной работы: раздел 3 № 253 (на выбор), 254, 259 (б,г), 260 (б) [15].

Задания для самостоятельной работы: раздел 3 № 253 (на выбор), 259 (а,в), 260 (а) [15].

Практическое занятие 10«Интегрирование по частям в определённом интеграле».

Контрольные вопросы: формула интегрирования по частям, стандартные ситуации интегрирования.

Задания для аудиторной работы: раздел 3 № 266 (на выбор) [15].

Задания для самостоятельной работы: раздел 3 № 266 (на выбор) [15].

Практическое занятие 11«Различные задачи на вычисление определённых интегралов».

Задания для аудиторной работы: № 2231, 2239, 2251, 2259, 2261, 2301, 2303, 2307 [10].

Задания для самостоятельной работы: № 2232, 2236, 2252, 2260, 2262, 2304, 2308 [10].

Практическое занятие 12 «Вычисление площадей плоских фигур в декартовых и полярных координатах».

Контрольные вопросы: понятие квадратуемой фигуры, теорема о квадратуемости криволинейной трапеции и её применение, полярная система координат, формулы связи между полярными и декартовыми координатами на плоскости, формула площади для вычисления криволинейного сектора.

Задания для аудиторной работы: раздел 3 № 299, 301, 305, 321, 325, 329, 331, 336, 347, 349 [15].

Задания для самостоятельной работы: раздел 3 № 300, 302, 306, 322, 332, 333, 348, 350 [15].

Практическое занятие 13 «Вычисление объёмов тела длины дуги плоской кривой».

Контрольные вопросы: формула объёма тела с заданным поперечным сечением, формула для вычисления объёма тел вращения, вычисление длины дуги плоской кривой.

Задания для аудиторной работы: раздел 3 № 351, 354 (б,в), 361, 365, 374, 387, 391, 397, 404, 409 [15].

Задания для самостоятельной работы: раздел 3 № 388, 389, 390, 396 [15].

Практическое занятие 14 «Физические приложения определённого интеграла».

Контрольные вопросы: центр тяжести кривой и фигуры, вычисление работы переменной силы.

Задания для аудиторной работы: раздел 3 № 468, 469, 474, 439, 450 [15].

Задания для самостоятельной работы: раздел 3 № 470, 475, 443, 452 [15].

Практическое занятие 15 «Контрольная работа».

Практическое занятие 16 «Несобственные интегралы».

Контрольные вопросы: понятие несобственных интегралов первого и второго рода, сходимость несобственных интегралов.

Задания для аудиторной работы: раздел 3 № 486-492 (нечётные), 495 (а,в,д), 496 (б), 499-503 (нечётные) [15].

Задания для самостоятельной работы: раздел 3 № 486-492 (чётные), 495 (б,г,е), 496 (в), 499-503 (чётные) [15].

Лабораторная работа 1 «Знакомство с системой WolframMathematica 10.0.

Предел последовательности».

Основные правила работы. Синтаксис и команды. Вычисление числовых выражений.

Первые 10 заданий из задач №№1-6 (раздел 1) учебного пособия [18].

Лабораторная работа 2 «Функции одной переменной. Предел и непрерывность функции».

Задание функции пользователя. Вычисление значения функции в точке. График функции.

Задачи №№ 151-154, 166-169, 175, 189-192, 242-243, 255-257, 266-269 учебного пособия [17].

Первые 10 заданий из задач №№7-20 (раздел 1) учебного пособия [18].

Лабораторная работа 3 «Дифференцируемость функции одной переменной».

Первые 10 заданий из задач №№1, 3-7 (раздел 2) учебного пособия [18].

Первые 10 заданий из задач №2 и №16 (раздел 2) учебного пособия [18].

Первые 10 заданий из задач №№17-19 (раздел 2) учебного пособия [18].

Лабораторная работа 4 «Приложения дифференциального исчисления функции одной переменной».

Первые 10 заданий из задач №№1-10 (раздел 3) учебного пособия [18].

Лабораторная работа 5 «Неопределённый интеграл».

Первые 10 заданий из задач №№1, 3, 5, 6, 7, 13 (раздел 4) учебного пособия [18].

Лабораторная работа 6 «Определённый интеграл».

Первые 10 заданий из задач №№2, 4, 8-12 (раздел 4) учебного пособия [18].

Лабораторные работы 7-8 «Приложения интегрального исчисления функции одной переменной».

Первые 10 заданий из задач №№14-22 (раздел 4) учебного пособия [18].

3 семестр

Лекция 1 «Сходящиеся числовые ряды и их основные свойства»: понятие числового ряда, сходящиеся и расходящиеся числовые ряды, основные свойства сходящихся рядов.

Лекции 2-3 «Основные признаки сходимости положительных рядов»: критерий сходимости положительных рядов, признаки сравнения, Даламбера, Коши и интегральный признак.

Лекции 4-5 «Ряды с произвольными членами. Абсолютная и условная сходимости»: знакочередующиеся ряды, признак Лейбница, свойства абсолютно сходящихся рядов, условная сходимость и теорема Римана.

Лекции 6-7 «Функциональные ряды и последовательности. Поточечная и равномерная сходимости»: понятие функциональной последовательности и ее сходимости. Поточечная и равномерная сходимости функциональных рядов и теорема Вейерштрасса. Основные свойства равномерно сходящихся рядов.

Лекции 8-13 «Степенные ряды и их приложения»: степенные ряды, радиус и интервал сходимости, основные свойства степенных рядов, разложение функций в степенные ряды, некоторые приложения степенных рядов.

Лекции 14-16 «Ряды Фурье»: понятие тригонометрического ряда, ортонормальные системы функций, тригонометрический ряд Фурье, условия поточечной и равномерной сходимости, почленное дифференцирование ряда Фурье, ряд Фурье для четных и нечетных функций, понятие ряда Фурье по произвольной ортогональной системе функций.

Планы и содержание практических занятий в 3 семестре изложено учебном пособии [6].

Лабораторная работа 1 «Сходящиеся числовые ряды и их основные свойства».

Первые 10 заданий из задач №№1-2 (раздел 6) учебного пособия [18].

Лабораторная работа 2 «Признаки сходимости положительных числовых рядов».

Первые 10 заданий из задач №№3-6 (раздел 6) учебного пособия [18].

Лабораторная работа 3 «Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды».

Первые 10 заданий из задач №№7-8 (раздел 6) учебного пособия [18].

Лабораторная работа 4 «Основные свойства равномерно сходящихся функциональных рядов».

Первые 10 заданий из задачи №№9, 11 (раздел 6) учебного пособия [18].

Лабораторная работа 5 «Радиус и область сходимости степенных рядов».

Первые 10 заданий из задач №№10, 13 (раздел 6) учебного пособия [18].

Лабораторная работа 6 «Разложения основных элементарных функций в степенные ряды».

Первые 20 заданий из задачи №14 (раздел 6) учебного пособия [18].

Лабораторная работа 7 «Некоторые приложения степенных рядов».

Первые 10 заданий из задачи №15 (раздел 6) учебного пособия [18]. Задания 11.6-11.10 из части 1 учебного пособия [1].

Лабораторная работа 8 «Условия сходимости тригонометрических рядов Фурье».

Задания 13.1-13.5, 16.4 из части 1 учебного пособия [6].

4 семестр

Лекции 1-4 «Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность»: понятие n -мерного евклидова пространства. Открытие и замкнутые множества. Понятие области. Функции нескольких переменных. График и линии уровня функции двух переменных. Предел и непрерывность функций нескольких переменных.

Лекции 5-9 «Частные производные и дифференцируемость функций нескольких переменных»: понятие частных производных, дифференцируемость функций нескольких переменных, дифференцирование сложной функции, частные производные и

дифференциалы высших порядков, формула Тейлора, неявные функции, экстремумы функций двух переменных.

Лекции 10-12 «Двойные и тройные интегралы»: понятие двойного интеграла и его основные свойства. Вычисление двойных интегралов и формула замены переменных в двойном интеграле, понятие тройных интегралов, приложения двойных и тройных интегралов.

Лекции 13-16 «Криволинейные интегралы и их приложения»: понятие криволинейного интеграла второго рода и способы его вычисления. Криволинейный интеграл второго рода по замкнутому контуру и формула Грина, условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Понятие криволинейного интеграла первого рода и его связь с криволинейным интегралом второго рода. Приложения криволинейных интегралов.

Планы и содержание практических занятий в 4 семестре изложено учебном пособии [6].

Лабораторная работа 1 «Непрерывность и дифференцируемость функций нескольких переменных».

Задания 3.6 -3.9, 4.7-4.12, 5.6-5.9, 6.5-6.9 из части 2 учебного пособия [6].

Лабораторная работа 2 «Частные производные и дифференциалы высших порядков».

Задания 7.1 -7.12 из части 2 учебного пособия [6].

Лабораторная работа 3 «Формула Тейлора для функций нескольких переменных. Неявные функции».

Задания 8.1 -8.10 из части 2 учебного пособия [6].

Лабораторная работа 4 «Экстремумы функций нескольких переменных».

Задания 9.1 -9.8, 10.5 из части 2 учебного пособия [6].

Лабораторная работа 5 «Двойные интегралы и их вычисление».

Первые 10 заданий из задач №№ 1-3 (раздел 7) учебного пособия [18].

Лабораторная работа 6 «Тройные интегралы и их вычисление».

Первые 10 заданий из задач №№ 4-5 (раздел 7) учебного пособия [18].

Лабораторная работа 7 «Некоторые приложения кратных интегралов».

Первые 3 задания из задач №№ 6-16 (раздел 7) учебного пособия [18].

Лабораторная работа 8 «Криволинейные интегралы. Формула Грина».

Задания 14.1 -14.7, 16.1, 16.5 из части 2 учебного пособия [6].

Самостоятельная работа

Задания для самостоятельной работы приводятся в планах практических занятий.

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

Текущая аттестация осуществляется на каждом практическом и лабораторном занятии в процессе фронтального опроса, выполнения заданий для аудиторной работы, в процессе проверки домашней самостоятельной работы.

С целью дифференциации уровня подготовки бакалавров и для ликвидации имеющихся при изучении дисциплины задолженностей студентам предлагаются индивидуальные дидактические задания и домашние лабораторные работы, которые выполняются в процессе внеаудиторной работы и сдаются на проверку преподавателю.

Проведение текущего контроля осуществляется также посредством проведения аудиторных контрольных работ и разноуровневых самостоятельных работ.

Оценочные средства

I. Контрольные вопросы для проверки теоретической подготовки к практическому занятию.

Перечень вопросов приводится в планах практических занятий.

II. Задания для самостоятельной работы.

Перечень практических заданий для самостоятельной работы приводится в планах практических занятий.

III. Контрольные работы по дисциплине.

Проведение текущего контроля осуществляется также посредством проведения аудиторных письменных контрольных работ (два раза в течение семестра на 1 курсе и один раз в семестр на 2 курсе).

1 семестр

Образец контрольной работы №1

- Докажите, что число $\sqrt{5}$ иррациональное.
- а) Найдите предел последовательности $x_n = \frac{3n^2 - n + 1}{2n^3 + n + 2}$.
б) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x + 3}$.
- Исследуйте функцию на непрерывность: $f(x) = \begin{cases} 2^x, & \text{если } x < 0, \\ x + 1, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$

Критерии оценивания контрольной работы

1. Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно реализован каждый метод решения	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	3,75-4
2	Хорошо	2,75-3,5
3	Удовлетворительно	2-2,5
4	Неудовлетворительно	менее 2

Образец контрольной работы № 2

- Найдите производную третьего порядка для функции $y = \ln(x + 1)$.
- Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x - 1)}{\operatorname{ctg} \pi x}$.
- Из всех прямоугольников периметра p найдите тот, который имеет наибольшую площадь.
- Исследуйте функцию $y = x + \frac{1}{x}$ и постройте ее график.

Критерии оценивания контрольной работы

1. Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно реализован каждый метод решения (последняя задача – 2 балла)	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5

3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

2 семестр
Образец контрольной работы № 1

- Найдите первообразную функции $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, если ее график проходит через точку $A(1, 2\pi)$.
- Вычислите неопределённые интегралы:
а) $\int \frac{dx}{(5-3x)^3}$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt{5-4x-x^2}}$; в) $\int \frac{dx}{3+5\cos x}$; г) $\int \frac{xdx}{(x+1)(2x-1)(x^2-1)}$.

Критерии оценивания контрольной работы

1. Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно реализован каждый метод решения	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

Образец контрольной работы № 2

- Вычислите объём тела, получаемого при вращении вокруг оси Oх фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$.
- Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $\rho = \sin 2\varphi$;
- Вычислить работу, которую надо затратить, чтобы растянуть пружину на 6 см, если сила 1 Н растягивает её на 1 см.
- Исследуйте на сходимость несобственный интеграл $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}$.

Критерии оценивания контрольной работы

1. Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно реализован каждый метод решения	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	3,75-4

2	Хорошо	2,75-3,5
3	Удовлетворительно	2-2,5
4	Неудовлетворительно	менее 2

3 семестр
Образец контрольной работы

- Доказать, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ сходится, и найти его сумму.
- Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^n + n^2}{3^n + n}$.
- Используя свойства арифметических операций над сходящимися рядами, установите сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}} + \frac{1}{n^2} \right)$.
- Пользуясь разложением функции в ряд Тейлора, вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2 + \cos x}{x^3 \sin x} - \frac{3}{x^4} \right)$.
- Разложить функцию $f(x) = \begin{cases} -x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ x^2 & \text{при } 0 < x \leq \pi \end{cases}$ в тригонометрический ряд Фурье на отрезке $[-\pi, \pi]$.

Критерии оценивания контрольной работы

1. Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно реализован каждый метод решения	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

4 семестр
Образец контрольной работы

- Найти и изобразить область определения функции $f(x, y) = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{y^2-1}$.
- Найти $\lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow +\infty}} ((x^2 + y^2)e^{-(x+y)})$.
- Является ли функция $f(x, y) = \sqrt[5]{x^5 + y^5}$ дифференцируемой в точке $O(0;0)$? Ответ обосновать.
- Исследовать на экстремум функцию $U = x^2 - 2xy + 4y^3$.
- Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x + y^2) dx dy$ по области D, ограниченной кривыми $y = x$ и $y = x^2$.

6. Вычислить криволинейный интеграл $\oint_L (x + y)dx - (x - y)dy$,

где L – эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, применив формулу Грина.

Критерии оценивания контрольной работы

1. Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно реализован каждый метод решения	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	5,75-6
2	Хорошо	4,75-5,5
3	Удовлетворительно	3-4,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

IV. Задания для аудиторных лабораторных работ.

Перечень заданий приводится в планах лабораторных занятий.

6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация осуществляется посредством проведения экзамена в 1, 3 и 4 семестрах и зачёта во 2 семестре.

Вопросы для подготовки к экзамену и образцы экзаменационных заданий.

1 семестр

Вопросы к экзамену

1. Множество рациональных чисел и их основные свойства.
2. Действительные числа и их основные свойства.
3. Ограниченные и неограниченные множества. Грани и точные грани множеств.
4. Модуль действительного числа и его свойства.
5. Понятие числовой последовательности. Ограниченные и неограниченные числовые последовательности. Монотонные последовательности. Примеры.
6. Бесконечно малые последовательности и их свойства.
7. Бесконечно большие последовательности. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими последовательностями.
8. Понятие предела последовательности. Признак предела последовательности.
9. Свойства сходящихся последовательностей.
10. Предельный переход в неравенствах.
11. Сходимость монотонных последовательностей. Число e .
12. Теорема о вложенных стягивающихся отрезках.
13. Понятие подпоследовательности. Предел последовательности и подпоследовательности.
14. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
15. Понятие фундаментальной последовательности. Критерий Коши.
16. Понятие функции одной переменной. Способы задания функции. Ограниченные и неограниченные функции. Монотонные функции.
17. Предел функции в точке. Эквивалентность определений предела функции по Коши и по Гейне.
18. Свойства предела функции в точке.
19. Предел функции на бесконечности.
20. Первый замечательный предел.
21. Бесконечно малые функции. Признак предела функции. Сравнение бесконечно малых.

22. Второй замечательный предел.
23. Непрерывность функции в точке.
24. Свойства функций, непрерывных в точке.
25. Односторонние пределы функции в точке. Примеры.
26. Точки разрыва функции и их классификация.
27. Понятие обратной функции. Существование и непрерывность обратной функции.
28. Первая и вторая теоремы Больцано-Коши.
29. Первая теорема Вейерштрасса.
30. Вторая теорема Вейерштрасса.
31. Понятие производной функции. Связь между существованием производной и непрерывностью.
32. Правила вычисления производных.
33. Производная сложной функции. Примеры. Логарифмическая производная.
34. Производная обратной функции. Примеры.
35. Понятие дифференцируемости функции.
36. Понятие дифференциала и его применение в приближенных вычислениях. Инвариантность формы первого дифференциала.
37. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.
38. Теорема Ферма. Теорема Ролля.
39. Теорема Лагранжа. Теорема Коши.
40. Правила Лопиталья. Примеры.
41. Формула Тейлора для функции одной переменной.
42. Признак постоянства функции.
43. Исследование функции на монотонность.
44. Исследование функции на экстремум.
45. Алгоритм отыскания наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Пример.
46. Направление выпуклости графика функции. Достаточное условие выпуклости графика функции.
47. Точки перегиба графика функции. Достаточные условия точек перегиба.
48. Асимптоты графика функции.

Образец экзаменационного задания

1. Производные основных элементарных и гиперболических функций.
2. Предел числовой последовательности (определение). Свойства предела числовой последовательности (с доказательством необходимого условия сходимости).
3. Найти области определения функций:

а) $f(x) = \frac{3x-1}{2x^2-3x-1}$; б) $f(x) = \frac{x+9}{\sqrt{8-x^3}}$;

в) $f(x) = \lg(2x^2 - 6x)$; г) $f(x) = \arcsin \frac{2-x}{7}$.

4. Вычислить пределы:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 + 2n})$; б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n-1}{4n+5} \right)^{n+8}$; в) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 64}{2x^2 - x - 28}$;

г) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \cos 4x}{\arctg^2(\sin x)}$.

5. Исследовать функцию на непрерывность: $f(x) = \begin{cases} e^{1/x}, & x < 0, \\ 1 - x, & 0 \leq x \leq 1, \\ \frac{1}{1-x}, & x > 1. \end{cases}$

Критерии оценивания ответа на экзамене

1. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть билета	Количество баллов
1	Правильный ответ на вопрос	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25, 0,5 и 0,75 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

2 семестр

Вопросы к зачёту

1. Понятие первообразной функции и неопределённого интеграла. Свойства неопределённого интеграла.
2. Непосредственное интегрирование. Таблица неопределённых интегралов.
3. Метод замены переменной в неопределённом интеграле.
4. Метод интегрирования по частям в неопределённом интеграле.
5. Интегрирование рациональных дробей.
6. Интегрирование тригонометрических выражений.
7. Интегрирование дробно-линейных иррациональностей.
8. Интегрирование биномиальных дифференциалов.
9. Интегрирование квадратичных иррациональностей. Подстановки Эйлера.
10. Понятие определённого интеграла. Необходимое условие интегрируемости функции.
11. Верхние и нижние суммы Дарбу и их свойства.
12. Классы интегрируемых функций.
13. Свойства определённого интеграла.
14. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
15. Замена переменной под знаком определённого интеграла.
16. Интегрирование по частям в определённом интеграле.
17. Длина дуги кривой.
18. Площадь криволинейной трапеции. Площадь криволинейного сектора.
19. Понятие кубичности тела. Объём тела вращения.
20. Физические приложения определённого интеграла.
21. Понятие о несобственных интегралах первого и второго рода.

Образец зачётного задания

1. Формула Ньютона-Лейбница.
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = e^{-|x|}$, $2y - 1 = 0$.
3. Вычислить: $\int_0^{\pi} e^x \cos x dx$.
4. Исследовать несобственный интеграл на сходимость: $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$

Критерии оценивания ответа на зачёте

1. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть билета	Количество баллов
1	Правильный ответ на вопрос	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25, 0,5 и 0,75 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Зачтено	2-4
4	Незачтено	менее 2

3 семестр

Вопросы к экзамену

1. Понятие числового ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Геометрический ряд.
2. Основные свойства сходящихся числовых рядов.
3. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
4. Критерий сходимости Коши числового ряда.
5. Необходимый и достаточный признак сходимости положительных рядов.
6. Признаки сравнения положительных рядов.
7. Признак Даламбера.
8. Признак Коши сходимости положительных рядов.
9. Интегральный признак сходимости положительных рядов.
10. Обобщенный гармонический ряд и его сходимость.
11. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
12. Теорема об остатке ряда Лейбница.
13. Абсолютная и условная сходимость рядов с произвольными членами.
14. Перестановка членов абсолютно сходящегося ряда.
15. Теорема Римана об условно сходящихся рядах. Пример.
16. Понятие о функциональном ряде. Область сходимости функционального ряда. Понятие о равномерной сходимости функционального ряда. Пример.
17. Теорема Вейерштрасса.
18. Непрерывность суммы функционального ряда.
19. Почленное интегрирование функционального ряда.
20. Почленное дифференцирование функционального ряда.
21. Степенные ряды. Теорема Абеля.
22. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Структура области сходимости степенных рядов.
23. Основные свойства степенных рядов.
24. Разложение функции в степенной ряд. Ряд Тейлора.
25. Условия сходимости рядов Тейлора.
26. Разложение в степенной ряд показательной функции.
27. Разложение в степенной ряд тригонометрических функций.
28. Разложение в степенной ряд логарифмической функции.
29. Разложение в ряд Тейлора степенной функции.
30. Применение степенных рядов к вычислению интегралов.
31. Степенные ряды как способ определения функций. Формула Эйлера.
32. Применение степенных рядов к вычислению интегралов.
33. Применение степенных рядов к вычислению корней.
34. Понятие тригонометрического ряда. Основное свойство суммы тригонометрического ряда.
35. Ортогональные системы функций и их основные свойства.
36. Основная тригонометрическая система функций и ее ортогональность.
37. Тригонометрический ряд Фурье. Единственность разложения.

38. Условия сходимости тригонометрических рядов Фурье.
39. Ряды Фурье для четных и нечетных функций.
40. Ряды Фурье по произвольной ортогональной системе функций.
41. Разложение функции в тригонометрический ряд общего вида.

Образец экзаменационного задания

1. Признак Лейбница о сходимости знакочередующихся рядов.
2. Разложите в степенной ряд функцию $f(x) = \sin x$ в окрестности точки $x_0 = 0$.
3. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^2}{2^n}$.
4. Найдите интервал и множество сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^3 x^n$.
5. Разложите в тригонометрический ряд Фурье на $[-\pi, \pi]$ функцию $f(x) = kx$.

Критерии оценивания ответа на экзамене

1. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть билета	Количество баллов
1	Правильный ответ на вопрос	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25, 0,5 и 0,75 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

4 семестр

Вопросы к экзамену

1. Евклидово пространство. Открытые и замкнутые множества в \mathbf{R}^2 .
2. Понятие непрерывной кривой и области в \mathbf{R}^2 .
3. Предел последовательности точек в \mathbf{R}^2 .
4. Определение функции нескольких переменных. График функции двух переменных.
5. Предел функции нескольких переменных. Основные теоремы о пределах.
6. Непрерывность функции нескольких переменных. Точки разрыва.
7. Непрерывность сложной функции.
8. Основные свойства непрерывных функций.
9. Равномерная непрерывность функций двух переменных.
10. Частные производные функций нескольких переменных.
11. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Понятие дифференциала.
12. Необходимые условия дифференцируемости функций двух переменных.
13. Достаточные условия дифференцируемости функций двух переменных.
14. Дифференцируемость сложных функций нескольких переменных.
15. Инвариантность формы дифференциала первого порядка.
16. Частные производные высших порядков.
17. Дифференциалы высших порядков.
18. Формула Тейлора для функций двух переменных.
19. Неявные функции. Дифференцируемость неявных функций.
20. Экстремумы функций двух переменных. Необходимое условие экстремума.

21. Понятие условного экстремума для функции двух переменных.
22. Достаточные условия экстремума для функции двух переменных.
23. Наибольшее и наименьшее значение функции в области.
24. Уравнение касательной плоскости к поверхности. Геометрический смысл дифференциала для функции двух переменных.
25. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла.
26. Определение двойного интеграла. Условия существования двойного интеграла.
27. Основные свойства двойного интеграла.
28. Понятие повторного интеграла для x -правильных областей.
29. Понятие повторного интеграла для y -правильных областей.
30. Способы вычисления двойных интегралов.
31. Замена переменных в двойном интеграле.
32. Двойной интеграл в полярных координатах.
33. Геометрические и механические приложения двойных интегралов.
34. Тройные интегралы и способы их вычисления.
35. Задача о работе плоского силового поля и метод ее решения.
36. Определение криволинейного интеграла по координатам (второго рода).
37. Основные свойства криволинейного интеграла второго рода.
38. Вычисление криволинейного интеграла второго рода.
39. Криволинейный интеграл по замкнутому контуру. Формула Грина.
40. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
41. Условия полного дифференциала.
42. Восстановление функции двух переменных по ее полному дифференциалу.
43. Понятие потенциального поля.
44. Криволинейные интегралы по длине дуги (первого рода) и их приложения.

Образец экзаменационного задания

1. Необходимые условия дифференцируемости функций двух переменных.
2. Формула Грина.

3. Найти $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \left((x^2 + y^2) e^{-\sqrt{x^2 + y^2}} \right)$.

4. Исследовать на экстремум функцию $U = x^2 - 2xy + 4y^3$.

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D \sqrt{r^2 - x^2 - y^2} dx dy$ по области D , где

$$D = \{(x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \leq rx\}.$$

Критерии оценивания ответа на экзамене

1. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть билета	Количество баллов
1	Правильный ответ на вопрос	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25, 0,5 и 0,75 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

7.1. Список основной литературы

1. Шипачев В. С. Высшая математика: учебное пособие для вузов / В. С. Шипачев. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Бакалавр и специалист) — ISBN 978-5-534-12319-7 [электронный ресурс: <https://urait.ru>].
2. Шипачев В.С. Дифференциальное и интегральное исчисление: учебник и практикум для вузов / В.С. Шипачев. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 212 с. [электронный ресурс: <https://urait.ru>].
3. Ильин В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 1: учебник для академического бакалавриата / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 324 с. [электронный ресурс: <https://urait.ru>].
4. Ильин В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 2: учебник для академического бакалавриата / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 315 с. [электронный ресурс: <https://urait.ru>].
5. Ильин В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 2: учебник для академического бакалавриата / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 324 с. [электронный ресурс: <https://urait.ru>].

7.2. Список дополнительной литературы

6. Расулов К.М. Практикум по математическому анализу. Числовые и функциональные ряды: учебное пособие. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных – Смоленск: Изд-во СОИРО, 2014. – 251 с.
7. Расулов К.М. Математический анализ. Дифференциальное и интегральное исчисления для функций нескольких переменных. Учебное пособие. – Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2008. – 145 с.
8. Шерстнева Н.А. Математический анализ. Введение в анализ функций одной и нескольких переменных. Дифференциальное исчисление функций одной и нескольких переменных. – Смоленск: СмолГУ, 2007. – 40 с.
9. Шерстнева Н.А. Математический анализ. Интегральное исчисление функций одной и нескольких переменных. – Смоленск: СмолГУ, 2008. – 32 с.
10. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. - СПб.: Изд-во «Профессия», 2008. – 416 с.
11. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1-3. - М.: Физматлит, 2006.
12. Зверович Э.И. Вещественный и комплексный анализ. Ч. 1. (Введение в анализ и дифференциальное исчисление). – Минск: Вышэйшая школа, 2006.
13. Зверович Э.И. Вещественный и комплексный анализ. Ч. 2. и Ч. 3. – Минск: Вышэйшая школа, 2008.
14. Зверович Э.И. Вещественный и комплексный анализ. Ч. 4. и Ч. 5. – Минск: Вышэйшая школа, 2008.
15. Задачник по курсу математического анализа. Часть 1 и Часть 2. Под редакцией Н.Я.Виленкина. - М.: Просвещение, 1971.
16. Демидович Б.П. Сборник задач по математическому анализу. - М.: АСТ: Астрель, 2009. – 558 с.
17. Уваренков И.М., Маллер М.З. Курс математического анализа. Том I. - М.: Просвещение, 1966.; Том II, М.: Просвещение, 1976.
18. Шагин В. Л., Соколов А.В. Математический анализ. Базовые понятия: учебное пособие для прикладного бакалавриата. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 245 с. [электронный ресурс: <https://urait.ru>].

7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

- Система дистанционного обучения Смоленского государственного университета <http://moodle.smolgu.ru>
- Электронно-библиотечная система университета <http://biblioteka.smolgu.ru>
- Национальный открытый университет <http://www.intuit.ru>
- Образовательный математический сайт <http://exponenta.ru>
- Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>
- Кафедральная электронная библиотека

8. Материально-техническое обеспечение

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине используется интерактивная доска; проектор; электронная библиотека кафедры, содержащая электронные учебники и задачки по различным главам математического анализа; система компьютерной математики Mathematica. Осуществляется поиск информации в WWW-пространстве; работа с Web-страницами и ресурсами сети Интернет.

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине в университете имеется следующая необходимая инструментальная база: учебные аудитории для проведения практических занятий; компьютерный класс, оборудованный персональными ЭВМ с необходимым математическим софтом и выходом в Интернет для проведения лабораторных занятий; кабинеты, оборудованные проекторами и электронными досками для проведения лекционных занятий. Имеется кабинет ксерокопирования и кафедральный принтер для подготовки индивидуальных дидактических карточек, контрольных и экзаменационных материалов. Доступна электронная библиотека кафедры математического анализа. Используются портреты великих математиков, необходимые чертёжные инструменты.

9. Программное обеспечение

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине используется Информационно-вычислительный центр физико-математического факультета (Положение о Центре утверждено приказом ректора №01-66 от 28.09.2015 г.).

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине используются информационные технологии обработки данных с помощью прикладных программных продуктов MicrosoftExcel, MicrosoftPowerPoint. Осуществляется поиск информации в WWW-пространстве; работа с Web-страницами и социальными ресурсами сети Интернет, а также используются различные системы компьютерной математики.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0
Владелец: Артеменков Михаил Николаевич
Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022