-

\+ +
06 2019 +

-

: --),).

:
:
1
1,2
) 216

.) /

-) + +
-) + +

0- 2019 +) 1

\+ +

2019

11+0+)
) +
)
+
+)
)
)))
) +
)
)) -
+
11+0+
)) +

-8	**3**)))))))))))))))) + **3**)

	)) + **3**) **-** +
-5	**3**)))))))) **3**))))))) **3**)) +

-7)))	**3**) **3**))) **3** +

,

. +)
) + +
+ +
+ + +
+ + +
+)
+
+
+ +
+
) +
***n*-** + +
R)
+ ***k*** **R**
) ***r*** $r < k$ +
+ +
+
+ +
+ +
+ +
+ +
+ +
+
+ +
))
+))) +
+)
+
) +
+ + +
+) +
+ +
+
+
+
+
+ +

)
+
+)
+)
+
+

-

,							
1		41	8	0	16	8	9
2		40	8	0	16	8	8
		108	16	0	32	16	17+27

,							
1		48	10	0	20	10	8
2		33	6	0	12	6	9
		108	16	0	32	16	17+27

. [1]

1

. + +)
) +

/ + + +

0+ +
+

1+ +)
+

1 -
- .

+ +
+
) + +

+
) + ***n*-**
+ +

+ **R**)
+ ***k***
R) ***r*** ***r* < *k*).**

+ + +

. + + +
+

/ + +
+ +
+ +
+ +

0+ + +
+
+

1 + +)
) +))
) +
+

+ +
+ + +
) +
+

+ +
+
+
+

+ +
+
+)
+

+ +
)
+)

-3. *Матрицы, действия над ними.*

1.))

2.)) +

- *Определение определителя.*

1. +

2. +

3. +

. *Нахождение определителя по методу Гаусса.*

1. +

2. +

+ + + + - +)))/-- +
/+. -) - + + /+0 - +
+

Нахождение определителя разложением по строке (столбцу).

.+ +
/+ +

+ + + + - +)))/-- +
/+. -) - + +
/+0 - + +

+ + + + - +)))/-- +
/+. -) - + +
/+0 - + +

0 *Ранг матрицы.*

.+ +
/+ +

+ + + + - +)))/-- +
/+1)) - +

+ + + + - +)))/-- +
/+1 -)) - +

1-9. *Обратная матрица.*

.+ +
/+ +)
+
0+ +
1+ +

+ + + + - +)))/-- +

0+. -)) +
+ 0+/ -) 0 0+

+ + + + - +))) / - - +
0+. -) +
+ 0+/ - +

) *Метод Гаусса решения линейных систем.*

. + +
+
/ + +
0+ .

+ + + + - +))) / - - +
1+.) -) +

+ + + + - +))) / - - +
1+.)) +

Метод обратных матриц решения линейных систем.

. + +
+
/ + +
0+ +

+ + + + - +))) / - - +
1+/ -) 1 0 - +

+ + + + - +))) / - - +
1+/ -) 1 0 +

Правило Крамера решения линейных систем.

. + +
+
/ + +
0+ +

+ + + + - +))) / - - +
1+1 -) 1+ - +

\+ + + + - +))) / - - +
1 1+ -) 1 + +

, -14. *Решение линейных систем общего вида.*

. + +
\+
/ + - +
0+ +
1+ +

\+ + + + - +))) / - - +
\+. - +

\+ + + + - +))) / - - +
\+. - +

. *Решение линейных систем общего вида с помощью нахождения фундаментальной системы решений.*

. + +
\+
/ + - +
0+ +
1+ +

\+ + + + - +))) / - - +
\+. - + +
\+

\+ + + + - +))) / - - +
\+. - + +
\+

Повторение материала. Контрольная работа

1.)

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ a & b & c & d \\ -1 & -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

2.

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 10 & 1 \\ 4 & 8 & 18 & 7 \\ 10 & 18 & 40 & 17 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \end{pmatrix}.$$

3.)

+

4.

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

5.

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 10 & 1 \\ 4 & 8 & 18 & 7 \\ 10 & 18 & 40 & 17 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \end{pmatrix}.$$

-2. *Определение и свойства линейного пространства*.

. + +

/ + +

. +) $n \times m$

+

/ + n)

$\oplus$ $\cdot$) λ λ

0+ n

) $\oplus$ $\cdot$) λ λ

1+)

-∞;+∞)

f $\oplus$g f $\cdot$g) λ f f^{λ}

+)

-. .) f ⊕g f (g)λ f λf

. +)

$a \oplus b = a + b,\ \lambda \quad a = [\lambda a]$?

/ +)

$a \oplus b = a \cdot b,\ \lambda \quad a = a^{\lambda}$?

, -4. *Линейная зависимость и независимость системы элементов линейного пространства.*

. +

.

/ + +

. +

1×3:

$\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\end{pmatrix}$) $\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1\end{pmatrix}$) $\begin{pmatrix}2 & -1 & 1\end{pmatrix}$;

$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2 & 1 & 3\end{pmatrix}$;

$\begin{pmatrix}-2 & 1 & 5\end{pmatrix}$) $\begin{pmatrix}4 & -3 & 0\end{pmatrix}$) $\begin{pmatrix}0 & -1 & 10\end{pmatrix}$;

$\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\end{pmatrix}$) $\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1\end{pmatrix}$) $\begin{pmatrix}2 & -1 & 1\end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix}1 & 4 & 3\end{pmatrix}$.

/ +

2×2:

$\begin{pmatrix}1 & 2 \\ 3 & 4\end{pmatrix}$)) $\begin{pmatrix}0 & 1 \\ 3 & 2\end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix}0 & 0 \\ 1 & 1\end{pmatrix}$;

$\begin{pmatrix}2 & 0 \\ 0 & 0\end{pmatrix}$) $\begin{pmatrix}1 & 1 \\ 3 & 0\end{pmatrix}$) $\begin{pmatrix}1 & 1 \\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix}2 & 1 \\ 2 & 1\end{pmatrix}$.

0+

) - (∞): $f(x) = \ln x$, $g(x) = \sin x$, $h(x) = e^{x}$.

. +

) $-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}$): $f(x) = \mathrm{tg}^2 x$, $g(x) = \frac{2}{\cos^2 x}$, $h(x) = 3$.

/ +)

/ . $a = 2$, $b = 7$.

. -6. *Базис линейного пространства.*

. +   .
/ +   +

. + $1\times 3:$

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\end{pmatrix}) \quad \begin{pmatrix}1 & 3 & 2\end{pmatrix}) \quad \begin{pmatrix}0 & 1 & 1\end{pmatrix};$$
$$\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\end{pmatrix}) \quad \begin{pmatrix}3 & 1 & 2\end{pmatrix}) \quad \begin{pmatrix}0 & 1 & 1\end{pmatrix}?$$

/ + $2\times 2:$

$$\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}) \quad \begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}) \quad \begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}?$$

0+   -

$$\begin{cases}7\,{}_1 + 2\,{}_2 - {}_3 - 2\,{}_4 + 2\,{}_5 = 0\\ {}_1 - 3\,{}_2 + {}_3 - {}_4 - {}_5 = 0\\ 2\,{}_1 + 5\,{}_2 + 2\,{}_3 + {}_4 + {}_5 = 0\end{cases} \qquad \begin{cases}{}_1 + 2\,{}_2 + {}_3 + 4\,{}_4 + {}_5 = 0\\ 2\,{}_1 - {}_2 + 3\,{}_3 + {}_4 - 5\,{}_5 = 0\\ {}_1 + 3\,{}_2 - {}_3 - 6\,{}_4 - {}_5 = 0\end{cases}.$$

. + $1\times 3:$

$$\begin{pmatrix}2 & 1 & 3\end{pmatrix}) \quad \begin{pmatrix}1 & 0 & 1\end{pmatrix}?$$

/ + $2\times 2:$

$$\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}) \quad \begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}) \quad \begin{pmatrix}0 & 2\\ 1 & 1\end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 0\end{pmatrix}?$$

3+   -

$$\begin{cases}2\,{}_1 + {}_2 - {}_3 - {}_4 = 0\\ 3\,{}_1 + {}_2 + {}_3 - {}_4 = 0\end{cases} \qquad \begin{cases}2\,{}_1 + 3\,{}_2 + 4\,{}_3 - {}_4 - {}_5 - 2\,{}_6 = 0\\ 4\,{}_1 + 6\,{}_2 + 8\,{}_3 - 2\,{}_4 - 2\,{}_5 - 4\,{}_6 = 0\end{cases}.$$

0-8. *Преобразование координат при изменении базиса. Определение линейного оператора.*

1.   +
2.   +
3.   +

4. +

. + $B' = \{e'_1; e'_2; e'_3\}$)
$B = \{e_1; e_2; e_3\}$.

. / 1

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + 3e_3 \\ e'_2 = \dfrac{3}{2}e_1 - e_2 \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3 \end{cases};$$

-3; 2; 4)

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 - e_3 \\ e'_2 = \dfrac{1}{2}e_1 - e_2 \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3 \end{cases};$$

/ + 1 2 3 +
𝒜, ℬ 𝐶)

𝒜 1 1(/ 2(0 3 1 1(2(3),

ℬ 1 1(/ 2(0 1 1(2+6),

𝐶 1 1(/ 2(0 3; 4 $\frac{4}{1}$ (2(3);

𝒜 0 1-/ 2-. - 1(/ 2(0 3),

ℬ 0 $\frac{2}{1}$ -/ 2- 3; 0 ; 0),

𝐶 0 1-/ 2- 3 - 1(/ 2(0 3);

. + $B' = \{e'_1; e'_2; e'_3\}$)
$B = \{e_1; e_2; e_3\}$.

-5; -4)

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + \dfrac{4}{5}e_3 \\ e'_2 = -4e_1 - e_2 \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3 \end{cases}.$$

/ + 1 2 3 +
𝒜, ℬ 𝐶)

𝒜 $\frac{2}{1}$ 1- 3 2(3),

ℬ . 1- 3 2(3),

𝐶 1 1- 3 2(3)?

2-10. *Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.*

. + +
/ + +

. + $\mathcal{A}$,

$$\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 7 & -4 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

/ + $\mathcal{A}$,

xy:

$\mathcal{A}$ -

$\mathcal{A}$ Oy;

$\mathcal{A}$ +

. + $\mathcal{A}$,

$$\begin{pmatrix} 7 & -6 & 6 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \frac{5}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{4}{3} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{7}{3} \end{pmatrix}.$$

/ + $\mathcal{A}$,

xy:

$\mathcal{A}=\mathcal{B}\cdot\mathcal{C}$) $\mathcal{C}$ Oy, $\mathcal{B}$ - / +

-12. *Повторение материала. Контрольная работа*

1. x 1 2 3 + A x
   Ax 1 3 $+ x_2; x_1 - x_2)$ +
2. . 6(5 +
3. . +

, -14. *Определение и свойства Евклидова пространства.*

1. +
2. - +
3. +
4. +
5. +

) +)
а *в* *с*.

. + $n \times m$
+
+*а* –) *в=а, с* +

/ + *n*)
⊕ ·) λ λ + +*а* –
) *в=а, с* +

0+ *n*)
⊕ ·) λ λ +
+*а* –) *в=а, с* +

1+)
(-∞;+∞) f)⊕g f ·g) λ f f^{λ} +
[0,1] +*а=Exp x, в=Sin x +2, с= Cos x +3.*

) +)
а *в* *с*.

. +) *a⊕b=a+b*, λ *a=*[λ*a* + *а в равно ав. а=2, в=3, с=4.*

/ +) *a⊕b=a·b*, λ $a=a^{\lambda}$+ *а в равно ав. а=2, в=3, с=4.*

. *Процесс ортогонализации.*

1. +
2. +

(1,2,0,3), (2,0,-1,1), (1,1,1,1),(-1,0,1,0).

(2,0,3), (0,-1,1), (1,1,1).

Скалярное произведение в комплексном Евклидовом пространстве.

1. +
2. - +

) +)
а, в с.

. + $n \times m$
+
+ *а* –) *в=а, с*
+

/ + *n*)
⊕ ·) λ λ +
+*а* –) *в=а, с* +

0+ *n*)
⊕ ·) λ λ +
+*а* –) *в=а, с* +

) +)
а, в с.

. +)
a⊕*b*=*a*+*b*, λ (*a*+*ib*)=[λ*a*]+i[λb +
а в равно ав. а=2+i, в=3-i, с=8.

/ +
) *a*⊕*b*=*a*· *b*, λ (*a*+*ib*)=a^{λ}+ib.
а в равно ав. а=2+i, в=3-i, с=8.

Нахождение произведения матриц.

+
+ +
) +

Нахождение определителей матриц.

+

+ +

) +

, *Разложение определителя по строке.*

+

+ +

)

+

- *Нахождение обратной матрицы.*

+

+ +

) +

. *Исследование систем элементов на линейную зависимость.*

+

+

+)

+

Метод Гаусса решения линейных систем

+ +

) +

0 *Метод Крамера решения линейных систем.*

+ +

) +

1 *Решение линейных систем общего вида.*

+

+ +) +

+

))

)))

) +

))

+

. +

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix}. \qquad \begin{vmatrix} 1 & -4 & 7 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 0 \end{vmatrix}. \qquad \begin{vmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ -3 & 5 & 2 \end{vmatrix}.$$

/ +

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & -3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & 4 & 4 \\ -3 & -5 & -4 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}. \quad \begin{pmatrix} 7 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & -7 & -2 \\ 9 & 2 & 1 \end{pmatrix}. \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 5 & 6 & -3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -2 & 8 \\ 3 & -5 & -2 \\ 9 & -2 & 6 \end{pmatrix}.$$

0+ + A^{-1}) +)

$A \cdot A^{-1}$.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -6 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}. \qquad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}. \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \end{pmatrix}.$$

1+

+ +

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20, \\ 3x_1 - x_2 - 5x_3 = 6. \end{cases} \qquad \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18. \end{cases}$$

+

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - 2x_3 = 0. \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 10x_3 - 8x_3 = 0. \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1 - 5x_2 - x_3 + 5x_4 = 0, \\ -3x_1 + 10x_2 + x_3 - 7x_4 = 0. \end{cases}$$

+ $\vec{a}$ 1) 2) 3), $\vec{b}$ (b_1, b_2, b_3), $\vec{c}$ (c_1, c_2, c_3 $\vec{d}$ (d_1, d_2, d_3

+) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$) $\vec{d}$

+

$\vec{a}$ (1,3,5), $\vec{b}$ (0,2,0), $\vec{c}$ (5,7,9), $\vec{d}$ (0,4,16).

$\vec{a}$ (1,2,3), $\vec{b}$ (-1,3,2), $\vec{c}$ (7,-3,5), $\vec{d}$ (6,10,17).

$\vec{a}$ (4,7,8), $\vec{b}$ (9,1,3), $\vec{c}$ (2,-4,1), $\vec{d}$ (1,-13,-13).

+)

+

$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ + $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$ + $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

+.+

. +)

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ a & b & c & d \\ -1 & -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

/ +

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 10 & 1 \\ 4 & 8 & 18 & 7 \\ 10 & 18 & 40 & 17 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \end{pmatrix}.$$

0+) +

1+

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

+

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 10 & 1 \\ 4 & 8 & 18 & 7 \\ 10 & 18 & 40 & 17 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \end{pmatrix}.$$

1.

,

+ +
+ +
+)
+
+ +
. - + +
. . +
n- +
. / + +
. 0+ +
. 1+ +
. + +

. + + + +
/ + +
0+

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

1.

,		
1		/
2		.
3		/

(*) -)/ +

2.

,		
1		4,75-5
2		3,75-4,5
3		3-3,5
4		0

1. +
2. +
3. +
4. +
5. +
6. +
7. +
8. +
9.) +

10.
+
11. +
12. +
13.)
+
14. +
+
15. +
16.)
+
17.)
+
. + +
+
. + + +
/ - +) +
/ . + +
/ / + +
/ 0+ +
/1 +
+
/ + +
/ + +
/ + +
/ + +
/ +)
+
0- + +
0. +)
+
32+)
+
00+ +

. + +
/ + +
0+ x $^{1\ 2\ 3}$ + A x
$Ax_{1\ 3} + x_2; x_1 - x_2)$ +

3.

,		
1		.
2		.
3		/

(*) -)/ +
4.

,		
1		4,75-5
2		3,75-4,5

3		3-3,5
4		0

0

0

. + + +

, + +) + + + +) / - . + 1 / . +

+ + ISBN 978-5-9916-3588-2.

www.biblio-online.ru/book/6A5A6F52-FA19-4717-80BF-28331B7BA668.

2. + +

, + +) + + + 2- +) + + +

) / - . + 0- + + + ISBN 978-5-534-02350-3.

+ -online.ru/book/B8B7FE48-028E-4707-BCDB-625FC196408E.

0

. + + + -))) / - - +

/ + + + + +) / - -

0+ + + + +) / - - . +

1 + + + + +) / - - - +

0 , **-**

. + ,, + -online.ru

/ + - ,, +

0+ +URL: http://www.intuit.ru/department/mathematics/;

1 + MATH-NET URL: www.mathnet.ru:

\+ intuit.ru);

\+ opened.ru).

1 **-**

)

))

/

) . +) . +)

. +) DA-LITE . +)

BenQ . +) Lenovo . +) Genius . +)

)) . +

9.

1. Microsoft Open License (Windows XP, 7, Office 2003-2016) - 66975477 03.06.2016

:

- Windows

2. PTC Mathcad . + 11 0/

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0
Владелец: Артеменков Михаил Николаевич
Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022