

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»

Кафедра аналитических и цифровых технологий

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по учебно-
методической работе

_____ Ю.А. Устименко
«30» июня 2022 г.

**Рабочая программа дисциплины
Б1.Б.8.1 Линейная алгебра**

Направление подготовки: 38.03.01 Экономика

Направленность (профиль): Цифровая экономика

Форма обучения – заочная

Курс – 1

Семестр – 1, 2

Всего зачетных единиц – 5; всего часов – 180

Лекции – 16 час.

Практические занятия- 8 час.

Самостоятельная работа – 156 час.

Форма отчетности: зачет – 1 семестр, экзамен – 2 семестр.

Программа составлена на основе ФГОС ВО по направлению подготовки
38.03.01 Экономика.

Программу разработал

кандидат педагогических наук, доцент Бояринов Д.А.

Одобрена на заседании кафедры аналитических и цифровых технологий
«23» июня 2022 года, протокол № 10

Смоленск
2022

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к базовой части образовательной программы по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, направленность (профиль): Цифровая экономика.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в средней школе при изучении школьного курса математики.

Согласно учебному плану освоение данной дисциплины необходимо для дальнейшего изучения таких дисциплин как: «Теория вероятностей и математическая статистика», «Методы оптимальных решений», «Теория игр». Поэтому четкое и ясное понимание не только содержания современных социально-экономических операций, но и их математических основ становится необходимым условием высокой квалификации экономистов.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля):

– способность выбирать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы (ОПК-3).

В результате освоения дисциплины студент должен

знать: основы линейной алгебры, необходимые для проведения, обработки и анализа финансово-экономических расчетов.

уметь: применять методы линейной алгебры для обработки экономических данных, получения и обоснования выводов.

владеть: навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических процессов.

3. Содержание дисциплины

1. Системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Векторы и операции над ними. Системы векторов. Базис и ранг. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений.

2. Матрицы и определители. Операции над матрицами. Обратная матрица. Определители квадратных матриц и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Ранг матрицы. Решение систем линейных уравнений: метод обратной матрицы, метод Крамера. Собственные значения матриц.

3. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

4. Комплексные числа. Операции над комплексными числами. Модуль и аргумент комплексного числа. Формула Муавра.

5. Элементы аналитической геометрии. Геометрические векторы на плоскости и в пространстве. Скалярное, векторное и смешанное произведения. Уравнения прямой и плоскости. Кривые второго порядка на плоскости.

4. Тематический план 1 семестр

№ п/п	Разделы и темы	Всего Часов	Формы занятий			
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа
1	Системы линейных уравнений	36	4	2	0	30
2	Матрицы и определители	32	4	2	0	26
3	Подготовка к зачету	4				4
Всего за семестр		72	8	4	0	60

2 семестр

№ п/п	Разделы и темы	Всего Часов	Формы занятий			
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа
4	Квадратичные формы	20	0	0	0	20
5	Комплексные числа	35	2	2	0	31
6	Элементы аналитической геометрии	44	6	2	0	36
7	Подготовка к экзамену	9				9
Всего за семестр		108	8	4	0	96
Итого		180	16	8	0	156

5. Виды учебной деятельности

Лекции

1 семестр

Системы линейных уравнений

Лекция № 1. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

Лекция № 2. Векторы и операции над ними. Системы векторов. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Базис и ранг системы векторов.

Матрицы и определители

Лекция № 3. Понятие матрицы. Операции над матрицами и их свойства. Обратная матрица. Построение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.

Лекция № 4. Определители квадратных матриц и их свойства. Определители 2-го и 3-го порядка. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Нахождение обратной матрицы с помощью определителя. Решение систем линейных уравнений: метод обратной матрицы, метод Крамера.

2 семестр

Комплексные числа

Лекция № 5. Комплексные числа и операции над ними. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Формула Муавра.

Элементы аналитической геометрии

Лекция № 6-7. Векторы на плоскости и в пространстве. Скалярное произведение векторов и его свойства. Угол между векторами. Векторное произведение векторов и его свойства. Смешанное произведение векторов и его свойства.

Лекция № 8. Уравнения прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Уравнения плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Уравнения прямой в пространстве. Угол между прямыми.

Практические занятия

1 семестр

Занятие 1. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Разложение вектора по системе векторов.

Базис и ранг системы векторов

Теоретические вопросы

1. Что называется решением системы уравнений с n переменными?
2. Какие системы уравнений называются равносильными?
3. Перечислите известные Вам элементарные преобразования систем уравнений?
4. Какая система называется разрешенной?
5. В чем состоит суть метода Гаусса?
6. Дайте определение n -мерного вектора. Какие два n -мерных вектора называются равными?
7. Что называется суммой двух векторов? Произведением вектора на число?
8. Какие системы векторов называются линейно независимыми?
9. Перечислите свойства линейно зависимых и линейно независимых систем векторов.
10. Дайте определение базиса системы векторов. Любая ли система векторов имеет базис?
11. Что называется рангом системы векторов?

Задачи и упражнения

1. Решите системы уравнений методом Гаусса:

$$а) \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 2, \\ 4x_1 + 4x_2 - 4x_3 = 5, \\ -x_1 - 5x_2 + 7x_3 = -1; \end{cases} \quad б) \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 7x_1 + 5x_2 - 7x_3 - x_4 = 8, \\ x_1 + 8x_2 - 18x_3 - 5x_4 = -6; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1; \end{cases} \quad г) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 3, \\ 4x_1 - x_2 - 9x_3 - 7x_5 = 6, \\ -x_1 - 3x_2 + 10x_3 - 4x_4 + 6x_5 = 3, \\ 3x_1 - 6x_3 - x_4 - 4x_5 = 4. \end{cases}$$

2. Даны векторы: $A_1 = (2; -1; 0; 3)$, $A_2 = (0; -3; 2; -1)$, $A_3 = (-4; -1; 3; 2)$. Найдите следующие линейные комбинации этих векторов:

$$а) B_1 = 3A_1 - 2A_2 + A_3; \quad б) B_2 = A_1 - 6A_3.$$

3. Выясните, разлагается ли вектор B по системе векторов $A_1 = (1; -2; 1; 3)$, $A_2 = (-2; 0; 1; 1)$, $A_3 = (2; 2; -3; 1)$.

$$а) B = (1; -4; 3; 1); \quad б) B = (-2; 1; 1; 3).$$

4. Выясните, является ли система векторов $A_1 = (-1; 0; 3)$, $A_2 = (0; -3; 2)$, $A_3 = (-3; 6; 5)$ линейно зависимой или линейно независимой.

5. Найдите какой-либо базис и ранг системы векторов и векторы, не входящие в базис разложите по базису:

а) $A_1 = (1; 1; 2)$, $A_2 = (3; 1; 2)$, $A_3 = (1; 2; 1)$, $A_4 = (2; 1; 2)$;

б) $A_1 = (1; 0; 1; 0)$, $A_2 = (-2; 1; 3; -7)$, $A_3 = (3; -1; 0; 3)$, $A_4 = (-4; 1; -3; 1)$.

Задание для самостоятельного выполнения

1. Решите системы уравнений методом Гаусса:

а)
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 = -1; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 3, \\ x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 7; \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 4, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 0; \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 4, \\ 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5, \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 11. \end{cases}$$

2. Выясните, разлагается ли вектор $B = (-3; 3; 1; 4)$ по системе векторов $A_1 = (-1; 1; 0; 2)$, $A_2 = (-3; 2; 1; 1)$, $A_3 = (-5; 3; 1; 2)$.

3. Является ли система векторов $A_1 = (1; 2; 3)$, $A_2 = (0; 3; -2)$, $A_3 = (1; -1; 1)$ линейно зависимой или линейно независимой?

4. Найдите базис системы векторов $A_1 = (1; 3; 0; 5)$, $A_2 = (1; 2; 0; 4)$, $A_3 = (1; 1; 2; 3)$, $A_4 = (1; 0; -2; 2)$, $A_5 = (1; -3; 6; 1)$ и векторы, содержащий векторы A_2 и A_5 , и все векторы разложите по базису.

Занятие 2. Матрицы. Операции над матрицами.

Определители матриц и их свойства.

Обратная матрица

Теоретические вопросы

1. Что называется матрицей? Порядком матрицы? Квадратной матрицей?
2. Дайте определения операциям над матрицами: сложению матриц, умножению матрицы на число, умножению матриц. Какими свойствами обладают эти операции?
3. Какая матрица называется обратимой? Невырожденной? Какая связь имеется между этими понятиями?
4. Как с помощью элементарных преобразований можно найти матрицу, обратную к данной?
5. По каким формулам можно найти решения матричных уравнений $A \cdot X = B$, $X \cdot A = B$, $A \cdot X \cdot B = C$, где A , B и C – некоторые известные матрицы.
6. Что называется определителем квадратной матрицы?
7. По каким правилам можно находить определители матриц второго и третьего порядка?

8. Сформулируйте теорему Лапласа. Как она помогает вычислять определители квадратных матриц?
9. Сформулируйте алгоритм нахождения обратной матрицы с помощью определителя.

Задачи и упражнения

1. Найдите $3A - 2 \cdot B$, $A \cdot B$, $B \cdot A$, $B^T \cdot A^T$ и A^2 , если: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$,
 $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$.

2. Вычислите произведения матриц:

а) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.

3. При каких значениях a матрицы $A = \begin{pmatrix} a^2 & 2 \\ 2 & a \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & a \end{pmatrix}$ перестановочны (то есть $A \cdot B = B \cdot A$)?

4. С помощью элементарных преобразований найдите матрицу, обратную к матрице:

а) $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

5. Решите матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

6. Вычислите определители:

а) $\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$.

7. Для матрицы A вычислите алгебраические дополнения всех ее элементов:

а) $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; б) $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

8. Вычислите определитель, пользуясь теоремой Лапласа

а) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & -4 & 0 \end{vmatrix}$.

9. Решите уравнение $\det(A - x \cdot E) = 0$, где E – единичная матрица,

а) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; б) $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

10. С помощью определителя найдите матрицу, обратную к матрице

а) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Задание для самостоятельного выполнения

1. Найдите $(A - B)^2$ и $A^2 - 2A \cdot B + B^2$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислите произведения матриц:

а) $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot (2 \quad -1 \quad 1)$.

3. С помощью элементарных преобразований найдите матрицу, обратную к матрице

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Вычислите определители:

а) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}$.

5. Решите уравнение $\det(A + x \cdot A^{-1}) = 0$, где $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$.

6. С помощью определителя найдите матрицу, обратную к матрице

а) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

2 семестр

Занятие 3. Комплексные числа и действия над ними. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Формула Муавра

Теоретические вопросы

1. Дайте определение комплексного числа. Приведите примеры комплексных чисел.
2. Что называется действительной (мнимой) частью комплексного числа?
3. Сформулируйте правила сложения, вычитания и умножения комплексных чисел.
4. Дайте определение комплексной плоскости. Дайте определения модуля и аргумента комплексного числа. Любое ли число имеет модуль и аргумент? Однозначно ли они определяются?
5. Сформулируйте свойства модулей и аргументов комплексных чисел.
6. Что называется тригонометрической формой записи комплексного числа?
7. Сформулируйте правила выполнения действий над комплексными числами, записанными в тригонометрической форме.
8. Что позволяет вычислить формула Муавра?
9. Как можно извлечь корень n -й степени из комплексного числа? Сколько значений имеет этот корень?

Задачи и упражнения

1. Чему равна действительная и мнимая части комплексного числа:

- а) $2 + 5i$; б) $i - 2$; в) 4 ; г) $2 + i$; д) $3i$.

2. Выполните действия:

- а) $(2 + 5i) + (1 - i)$; б) $(2 + i) \cdot (1 - i)$; в) $\frac{3i}{5 + i}$;
г) $\frac{1 - 5i}{3 + 2i}$; д) $(3i - \sqrt{2})^2$; е) i^{23} .

3. Найдите модуль и аргумент комплексного числа:

- а) $1 - i$; б) $1 + i\sqrt{3}$; в) 3 ;
г) $i\sqrt{2} - 2$; д) $-5i$; е) $\frac{1 - i}{1 + i}$.

4. Заданы ли следующие числа в тригонометрической форме?

- а) $2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$; б) $-3\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$;
в) $4\left(\cos\frac{\pi}{6} - i\sin\frac{\pi}{6}\right)$; г) $\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}$.

5. Запишите числа в тригонометрической форме

а) -5 ; б) $7i$; в) $-\frac{3}{\sqrt{2}} + i\frac{3}{\sqrt{2}}$; г) $-\sqrt{2} - i$.

6. Вычислите, используя тригонометрическую форму записи числа

а) $(2 - 2i)^{10}$; б) $\frac{(1 - i)^5}{1 + 2i}$.

7. Найдите все значения корней $\sqrt[3]{8}$.

6. Изобразите на комплексной плоскости множество точек, заданное уравнением:

а) $|2z - 1| \geq 4$; в) $\text{Arg}(z - i) = \frac{\pi}{3}$.

Задание для самостоятельного выполнения

1. Чему равна действительная и мнимая части комплексного числа:

а) $-2 - 5i$; б) $3i - 2$; в) -5 ; г) $\sqrt{2} - \frac{i}{2}$; д) $3i$;

2. Выполните действия:

г) $(2 + i) \cdot (1 - i)$; д) $\frac{3i}{5 + i}$; е) $\frac{1 - 5i}{3 + 2i}$;

ж) $(3i - \sqrt{2})^2$; з) i^{23} ; и) $\frac{(1 - i)^2}{1 + 2i}$.

3. Изобразите на комплексной плоскости множество точек, заданное уравнением:

а) $z + 4 = \text{Im } z - i \text{Re } z$; б) $z \cdot \text{Re } z - 1 = 0$; в) $\text{Re } z + i \text{Im } z = 2$;

1. Найдите модуль и аргумент комплексного числа:

а) $-3 + i$; б) $\sqrt{3} - i$; в) $3i$;

2. Запишите числа в тригонометрической форме

а) $-5i$; б) $7i - 7$; в) $-\sqrt{3} + i$;

г) $i\sqrt{2}$; д) $-1 - i$; е) $\frac{3 + i}{1 - 2i}$.

3. Вычислите, используя тригонометрическую форму записи числа

а) $(2 + 2i)^{10}$; б) $\frac{1 + 2i}{(1 + i)^6}$; в) $\left(1 - \cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)^4$.

4. Найдите все значения корней

а) $\sqrt[3]{-8}$; б) $\sqrt[6]{1}$.

5. Изобразите на комплексной плоскости множество точек, заданное уравнением (неравенством):

а) $|z - 5| = 3$; б) $|4z - 2| \leq 8$; в) $\text{Arg}(2z - i) = \frac{\pi}{2}$.

**Занятие 4. Векторы на плоскости и в пространстве.
Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов**

Теоретические вопросы

1. Что называется вектором на плоскости (в пространстве)?
2. Какие два вектора называются равными?
3. В чем состоит геометрический смысл линейной зависимости и линейной независимости векторов?
4. Что называется углом между векторами? Какие векторы называются ортогональными?
5. Дайте определение скалярному произведению двух векторов. Назовите его свойства.
6. Что называется векторным произведением двух векторов? Какими свойствами оно обладает?
7. Дайте определение смешанного произведения трех векторов. Какими свойствами оно обладает?

Задачи и упражнения

1. Даны три точки $A(-3; 4)$, $B(2; 1)$, $C(3; -2)$.
 - а) Найдите координаты векторов \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{AC} и их модули.
 - б) Найдите координаты точки K , лежащей на отрезке AB и делящей его в отношении $1:3$, считая от точки A .
 - в) Найдите длину медианы AM треугольника ABC .
 - г) Вычислите косинус угла BAC .
 - д) Вычислите площадь треугольника ABC и длину его высоты AH .
 - е) Найдите длину биссектрисы AN треугольника ABC .
 - ж) Докажите, что если $D(-1; -2)$, то диагонали четырехугольника $ABCD$ перпендикулярны.
2. При каком значении параметра m векторы $\vec{a}(m; -3; 2)$ и $\vec{b}(1; 2; -m)$ ортогональны?
3. Даны вершины треугольной пирамиды $A(3; -1; 5)$, $B(4; 2; -5)$, $C(-4; 0; 3)$ и $D(1; 0; -2)$.
 - а) Найдите координаты векторов \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , \overline{BC} и их модули.
 - б) Вычислите площадь треугольника ABC .
 - в) Вычислите косинус угла BAC .
 - г) Найдите объем пирамиды $ABCD$.
 - д) Найдите длину высоты AH пирамиды $ABCD$.

Задание для самостоятельного выполнения

1. Даны вершины треугольника $A(1; -2)$, $B(3; -1)$, $C(-1; 5)$.
 - а) Найдите стороны AB , AC и BC .
 - б) Найдите длину медианы AM треугольника ABC .
 - в) Вычислите косинус угла BAM .
 - г) Вычислите площадь треугольника ABC и длину его высоты AH .

2. Даны вершины треугольной пирамиды $S(0; 0; 0)$, $A(2; -1; 3)$, $B(-2; 2; 0)$, $C(-4; 2; 1)$.
 - а) Найдите длины ребер SA , SB и SC .
 - б) Вычислите площадь грани SAB .
 - в) Найдите объем пирамиды $SABC$.
 - г) Найдите длину высоты SH пирамиды $SABC$.

Самостоятельная работа

При изучении каждой темы курса в ходе лекций, а также на практических занятиях рассматриваются решения типовых задач по соответствующей теме. Для самостоятельной работы студентам предлагаются аналогичные задачи, поэтому они могут воспользоваться этими образцами.

Задания для самостоятельного выполнения представлены в виде информационного контента на образовательном сервере <http://cdo.smolgu.ru>.

6. Фонд оценочных средств

компетенция	этапы формирования (семестр)	дисциплины, практики, НИР, ГИА	критерии	показатели (по уровням)
ОПК-3 – способность выбирать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы	1	Б1.Б.9.1 Линейная алгебра	Знаниевый	<p>«Зачтено»: <i>знает</i> основы линейной алгебры (разделы первого семестра), необходимые для проведения, обработки и анализа финансово-экономических расчетов.</p> <p>«Не зачтено»: <i>не знает</i> основы линейной алгебры (разделы первого семестра), необходимые для проведения, обработки и анализа финансово-экономических расчетов.</p>
			Деятельностный	<p>«Зачтено»: <i>умеет</i> применять методы линейной алгебры (соответствующие разделам первого семестра) для обработки экономических данных, получения и обоснования выводов; <i>владеет</i> навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических процессов.</p> <p>«Не зачтено»: <i>не умеет</i> применять методы линейной алгебры (соответствующие разделам первого семестра) для обработки экономических данных, получения и обоснования выводов, <i>не владеет</i> навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических процессов.</p>
ОПК-3 – способность	2	Б1.Б.9.1 Линейная	Знаниевый	Оценка «отлично»: знает основы линейной алгебры

<p>выбирать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы</p>		алгебра		<p>(разделы второго семестра), необходимые для проведения, обработки и анализа финансово-экономических расчетов.</p> <p>Оценка «хорошо»: в целом знает основы линейной алгебры (разделы второго семестра), необходимые для проведения, обработки и анализа финансово-экономических расчетов.</p> <p>Оценки «удовлетворительно»: знает не в полном объеме основы линейной алгебры (разделы второго семестра), необходимые для проведения, обработки и анализа финансово-экономических расчетов.</p> <p>Оценка «неудовлетворительно»: не знает основы линейной алгебры (разделы второго семестра), необходимые для проведения, обработки и анализа финансово-экономических расчетов.</p>
			Деятельностный	<p>Оценка «отлично»: умеет применять методы линейной алгебры (соответствующие разделам второго семестра) для обработки экономических данных, получения и обоснования выводов; владеет навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических процессов</p> <p>Оценка «хорошо»: в целом умеет применять методы линейной алгебры (соответствующие разделам второго семестра) для обработки экономических данных, получения и обоснования выводов; в целом владеет навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и</p>

				<p>прогноза развития экономических процессов.</p> <p>Оценка «удовлетворительно»: умеет не в полном объеме применять методы линейной алгебры (соответствующие разделам второго семестра) для обработки экономических данных, получения и обоснования выводов; владеет не в полном объеме навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических процессов</p> <p>Оценка «неудовлетворительно»: не умеет применять методы линейной алгебры (соответствующие разделам второго семестра) для обработки экономических данных, получения и обоснования выводов; не владеет навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических процессов.</p>
--	--	--	--	--

Оценочные средства (примеры)

Промежуточная аттестация по дисциплине «Линейная алгебра» включает два этапа: зачет в 1 семестре, две аудиторные контрольные работы и экзамен во 2 семестре.

1 семестр

1) Самостоятельная работа (типовая)

Во всех заданиях контрольной работы a – число букв в фамилии!

1. Решите методом Гаусса систему уравнений
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = a + 2, \\ x_1 + x_2 - ax_3 = a - 1. \end{cases}$$

2. Разлагается ли вектор $B = (a; -5; -a)$ по системе векторов $A_1 = (1; 2; 1)$, $A_2 = (0; 3; -2)$, $A_3 = (1; -1; 1)$?

3. Найдите произведение матриц
$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ a & -2 & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & a & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

4. Вычислите определители
$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 3 & 2 \\ a & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & a \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}.$$

5. Найдите A^{-1} , если $A = \begin{pmatrix} a & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

Критерии оценивания самостоятельной работы

1. Нормы оценивания: каждое правильно выполненное задание оценивается в 1 балл, с возможностью градации в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

№ п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,35
4	Неудовлетворительно	менее 3

2) Вопросы для подготовки к зачету

1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.
2. Векторы и операции над ними. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов.
3. Базис и ранг системы векторов.
4. Понятие матрицы. Операции над матрицами и их свойства.
5. Обратная матрица. Построение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.

6. Понятие определителя матрицы. Свойства определителей. Определители 2-го и 3-го порядка.
7. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.
8. Системы линейных уравнений. Метод обратной матрицы.
9. Системы линейных уравнений. Формулы Крамера.
10. Собственные векторы и собственные числа матриц.

Вопросы для подготовки к зачету представлены в виде информационного контента на образовательном сервере <http://cdo.smolgu.ru>.

Оценивание ответов студента

"Отлично" выставляется студенту, который демонстрирует при ответе всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой. Свободно ориентируется в основной и дополнительной литературе, рекомендованной программой, а так же показывает усвоение взаимосвязи основных понятий дисциплины и их значений для приобретаемой профессии, проявляет творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.

"Хорошо" выставляется студенту, который демонстрирует при ответе хорошее знание учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные задания, усвоил основную литературу, рекомендованную в программе. Показывает систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

"Удовлетворительно" выставляется студенту, обнаружившему знание основного учебного материала в объёме, необходимом для дальнейшей учёбы и предстоящей работы по профессии, справляющимся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой, допустившим погрешности в ответе, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

"Неудовлетворительно" выставляется студенту, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий, не ознакомившемуся с основной литературой, предусмотренной программой, и не овладевшему базовыми знаниями, предусмотренными по данной дисциплине и определёнными предметными умениями.

Критерии выставления зачета

Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра согласно Положению о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Смоленский государственный университет» (утверждено Приказами ректора от 26 сентября 2019 г. №01-113, дополнения 30 апреля 2020г. №01-48).

Для получения зачета студент должен:

- уметь отвечать на теоретические вопросы, рассмотренные на лекциях;
- уметь решать задачи, предложенные на практических занятиях.

2 семестр

3) Контрольная работа №1 (типовая)

Во всех заданиях контрольной работы a – число букв в фамилии!

1. Выполните действия:

а) $(a + i) \cdot (1 - ai)$; б) $\frac{ai}{a + i}$; в) $\frac{1 - ai}{a + 2i}$.

2. Запишите числа в тригонометрической форме:

а) $(6 - a)i$; б) $i - a$; в) $-\sqrt{3} - i$.

3. Вычислите, используя тригонометрическую форму записи числа

а) $(a - ai)^{10}$; б) $\frac{(a - ai)^5}{1 + 2i}$.

4. Найдите все значения корней $\sqrt[3]{b}$, где $b = a^3$.

5. Изобразите на комплексной плоскости множество точек, заданное уравнением:

а) $|az - 1| \geq 3$; в) $\text{Arg}(z - a) = \frac{\pi}{6}$.

Критерии оценивания контрольной работы №1

1. Нормы оценивания: каждое правильно выполненное задание оценивается в 1 балл, с возможностью градации в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

№ п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,35
4	Неудовлетворительно	менее 3

4) Контрольная работа №2 (типовая)

Во всех заданиях контрольной работы a – число букв в фамилии!

1. Даны вершины треугольника $A(a; -2)$, $B(3; -a)$, $C(-a; 5)$.

а) Найдите длину медианы AM треугольника ABC .

б) Вычислите косинус угла BAM .

в) Вычислите площадь треугольника ABC и длину его высоты AH .

2. При каком значении m векторы $\vec{a}(-a; 1; m)$ и $\vec{b}(1; m; a)$ ортогональны?

3. Даны вершины треугольной пирамиды $S(0; 0; 0)$, $A(2; -a; 3)$, $B(-2; 2a; 0)$, $C(-4; 2; a)$.

а) Найдите длины ребер SA , SB и SC .

б) Вычислите площадь грани SAB .

в) Найдите объем пирамиды $SABC$.

Критерии оценивания контрольной работы №2

1. Нормы оценивания: каждое правильно выполненное задание №№1, 3 оценивается в 2 балла, задание №2 – в 1 балл, с возможностью градации в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

№ п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5

3	Удовлетворительно	3-3,35
4	Неудовлетворительно	менее 3

5) Вопросы для подготовки к экзамену

1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.
2. Векторы и операции над ними. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов.
3. Базис и ранг системы векторов.
4. Понятие матрицы. Операции над матрицами и их свойства.
5. Обратная матрица. Построение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.
6. Понятие определителя матрицы. Свойства определителей. Определители 2-го и 3-го порядка.
7. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.
8. Системы линейных уравнений. Метод обратной матрицы.
9. Системы линейных уравнений. Формулы Крамера.
10. Собственные векторы и собственные числа матриц.
11. Модель Леонтьева межотраслевого баланса.
12. Квадратичные формы. Приведение квадратичных форм к каноническому виду.
13. Комплексные числа и операции над ними. Примеры.
14. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Формула Муавра. Геометрический смысл уравнений $|z - a| = R$; $\text{Arg}(z - a) = \alpha$.
15. Векторы на плоскости и в пространстве. Геометрическая интерпретация линейной зависимости и линейной независимости системы векторов.
16. Скалярное произведение векторов и его свойства. Угол между векторами.
17. Векторное произведение векторов и его свойства.
18. Смешанное произведение векторов и его свойства.
19. Уравнения прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой.
20. Эллипс и его свойства.
21. Гипербола и ее свойства.
22. Парабола и ее свойства.
23. Уравнения плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
24. Уравнения прямой в пространстве. Угол между прямыми.

Вариант экзаменационного задания (билета)

1. Собственные векторы и собственные числа матриц.
2. Уравнения прямой в пространстве.
3. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 1, \\ x_1 + 4x_2 + x_3 = -7, \\ 3x_1 + 10x_2 - 4x_3 = -3 \end{cases}$$
 методом Гаусса.

Критерии оценивания ответа на экзамене

1. Нормы оценивания:

№ п/п	Структурная часть работы	Количество баллов (*)
1	Теоретический вопрос	2
2	Задача	1

(*) с возможностью градации в 0,25 балла

2. Шкала оценивания работы:

№	Оценка	Количество баллов
---	--------	-------------------

п/п		
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Список основной литературы

1. *Кремер, Н. Ш.* Линейная алгебра : учебник и практикум для бакалавриата и специалитета / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 422 с. — (Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-08547-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/432050>
2. *Малугин, В. А.* Линейная алгебра для экономистов. Учебник, практикум и сборник задач : для бакалавриата и специалитета / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 478 с. — (Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-02976-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/433176>
3. *Бурмистрова, Е. Б.* Линейная алгебра : учебник и практикум для академического бакалавриата / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 421 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3588-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/425852>
4. *Лубягина, Е. Н.* Линейная алгебра : учебное пособие для вузов / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 150 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10594-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/430892>

Список дополнительной литературы

1. *Татарников, О. В.* Линейная алгебра : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В. Г. Шершнева. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 334 с. — (Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-9916-3568-4. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/425853>
2. Сборник задач по высшей математике для экономистов / Под ред. В.И. Ермакова. — М.: ИНФРА-М, 2010.
3. Малыхин В.И. Математика в экономике: Учебное пособие / В.И. Малыхин. — М.: ИНФРА-М, 2002.
4. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике / Д.Т. Письменный. — М.: Айрис Пресс, 2004. — Ч. 1.
5. Бортаковский А. С. Линейная алгебра в примерах и задачах: учеб. пособие для студентов высш. техн. заведений/ А. С. Бортаковский, А. В. Пантелеева. - М.: Высшая школа, 2005.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет

1. Образовательный сервер СмолГУ <http://cdo.smolgu.ru>
<http://www.intuit.ru> Интернет-Университет Информационных технологий
2. <http://window.edu.ru> – Каталог образовательных Internet-ресурсов.
3. <http://ru.wikipedia.org> Википедия;

4. www.newlibrary.ru - новая электронная библиотека;
5. www.edu.ru – федеральный портал российского образования;
6. www.mathnet.ru – общероссийский математический портал;
7. www.elibrary.ru – научная электронная библиотека;
8. www.matburo.ru – матбюро: решения задач по высшей математике;
9. www.nehudlit.ru - электронная библиотека учебных материалов.

8. Методические указания по освоению дисциплины

1. Алексеенков В. В. Линейная алгебра : учеб.- метод. пособие для студентов 1 курса направления 080100 "Экономика" / В. В. Алексеенков. — Смоленск : СмолГУ, 2012.

9. Перечень информационных технологий

Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный АО «Лаборатория Касперского».

Microsoft Open License в составе:

- Microsoft Windows Professional XP, 7, 8, Server Russian;
- Microsoft Office 2003-2016 Russian.

10. Материально-техническая база

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации: 214000, г. Смоленск, ул. Пржевальского, д.4, уч. корпус № 2, ауд. 510.

Стандартная учебная мебель (60 учебных посадочных места), стол и стул для преподавателя – по 1 шт.

Кафедра для лектора – 1 шт.

Доска настенная трехэлементная – 1 шт.

Проекционный экран LUMA – 1 шт.

Мультимедиапроектор Acer – 1 шт.

Ноутбук HP 530 – 1шт.

Колонки Genius – 1 шт.

Помещение для самостоятельной работы: 214000, г. Смоленск, ул. Пржевальского, д.4, уч. корпус №2, ауд. 520 (компьютерная лаборатория с выходом в Интернет)

Компьютерный студенческий стол – 15 шт.

Компьютерный стол для преподавателя – 1 шт.

Интерактивная доска IQBoard

Мультимедиа проектор Optima PX 329 DLP

16 персональных компьютеров с выходом в Интернет

Стандартная учебная мебель (16 учебных посадочных мест).

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 6314D932A1EC8352F4BBFDEFD0AA3F30

Владелец: Артеменков Михаил Николаевич

Действителен: с 21.09.2022 до 15.12.2023