

! ! ! ! !
! ! ! ! !
! ! ! ! !
! ! ! ! !

! -
! / !
! / !
30 !2022 / !

8

! !49/14/2
!) *! !
! !
! 1
! 1,2
! ! 6! ! ! 180
16 /
! -8 /
! 267! /
! ! 2 ! 3! /
! ! ! ! ! ! ! !
38.03.01 .

!
! ! ! ! ! // !
! ! ! ! ! ! !
34 ! !3133! ! ! !21

0	!!	!	!			
				-	-!	-!
1	! !	36	4	2	0	30
2	!!	32	4	2	0	26
3	!	4				4
!!		72	8	4	0	60

0	!!	!	!			
				-	-!	-!
4	!	20	0	0	0	20
5	!	35	2	2	0	31
6	! !	44	6	2	0	36
7	!!	9				9
!!		108	8	4	0	96
		180	16	8	0	156

5

Системы линейных уравнений

Лекция № 1. ! ! ! ! ! ! /
Лекция № 2. ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! !
! ! ! ! ! ! ! ! /

Матрицы и определители

Лекция № 3. ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! !
! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! /
Лекция № 4. ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! !
! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! !
! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! !

Комплексные числа

Лекция № 5. ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! !
! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! !

Элементы аналитической геометрии

Лекция № 6-7. ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! !
!
! !

Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Разложение вектора по системе векторов. Базис и ранг системы векторов

Теоретические вопросы

1. ...
2. ...
3. ...
4. ...
5. ...
6. ...
7. ...
8. ...
9. ...
10. ...
11. ...

Задачи и упражнения

2) ... ;

$$*!! \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 2, \\ 4x_1 + 4x_2 - 4x_3 = 5, \\ -x_1 - 5x_2 + 7x_3 = -1; \end{cases} *!! \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 7x_1 + 5x_2 - 7x_3 - x_4 = 8, \\ x_1 + 8x_2 - 18x_3 - 5x_4 = -6; \end{cases}$$

$$*!! \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1; \end{cases} *!! \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 3, \\ 4x_1 - x_2 - 9x_3 - 7x_5 = 6, \\ -x_1 - 3x_2 + 10x_3 - 4x_4 + 6x_5 = 3, \\ 3x_1 - 6x_3 - x_4 - 4x_5 = 4. \end{cases}$$

3) ... ; $A_1 = (2; -1; 0; 3), A_2 = (0; -3; 2; -1), A_3 = (-4; -1; 3; 2)$!

* $B_1 = 3A_1 - 2A_2 + A_3;$ * $B_2 = A_1 - 6A_3.$

4) ... ! B ! ... ! $A_1 = (1; -2; 1; 3),$
 $A_2 = (-2; 0; 1; 1), A_3 = (2; 2; -3; 1).$

* $B = (1; -4; 3; 1);$ * $B = (-2; 1; 1; 3).$

5) $A_1 = (-1; 0; 3), A_2 = (0; -3; 2),$
 $A_3 = (-3; 6; 5)$

6) ;

* $A_1 = (1; 1; 2), A_2 = (3; 1; 2), A_3 = (1; 2; 1), A_4 = (2; 1; 2);$

* $A_1 = (1; 0; 1; 0), A_2 = (-2; 1; 3; -7), A_3 = (3; -1; 0; 3), A_4 = (-4; 1; -3; 1).$

Задание для самостоятельного выполнения

2) ;

$$*!! \begin{cases} x_1 - 3x_2 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 = -1; \end{cases} \quad *!! \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 3, \\ x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 7; \end{cases}$$

$$*!! \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 4, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 0; \end{cases} \quad *!! \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 4, \\ 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5, \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 11. \end{cases}$$

3) $B = (-3; 3; 1; 4)$
 $A_1 = (-1; 1; 0; 2), A_2 = (-3; 2; 1; 1), A_3 = (-5; 3; 1; 2).$

3. $A_1 = (1; 2; 3), A_2 = (0; 3; -2), A_3 = (1; -1; 1)$

5) $A_1 = (1; 3; 0; 5), A_2 = (1; 2; 0; 4), A_3 = (1; 1; 2; 3),$
 $A_4 = (1; 0; -2; 2), A_5 = (1; -3; 6; 1)$

**Матрицы. Операции над матрицами.
 Определители матриц и их свойства.
 Обратная матрица**

Теоретические вопросы

1. ;
2. ;
3. ;
4. ;
5. $A \cdot X = B,$
 $X \cdot A = B, A \cdot X \cdot B = C$; $A, B \neq C$;
6. ;
7. ;

8. ! ! ! ! ! ! ! ! ! !
 9. ! ! ! ! ! ! ! ! ! !

Задачи и упражнения

2) $3A - 2 \cdot B, A \cdot B, B \cdot A, B^T \cdot A^T, A^2$; $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix},$
 $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}.$

3) ! ! ;

$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix};$ $\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$

4) ! ! ! a ! $A = \begin{pmatrix} a^2 & 2 \\ 2 & a \end{pmatrix}$! $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & a \end{pmatrix}$!) !

$A \cdot B = B \cdot A?$

5) ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ;

$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix};$ $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$

6) ! ! ! $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$

7) ! ! ;

$\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix};$ $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix};$ $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}.$

8) ! ! A ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ;

$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$ $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$

9) ! ! ! ! ! ! ! ! ! !

$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & 2 \end{vmatrix};$ $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & -4 & 0 \end{vmatrix}.$

1) $\det(A - x \cdot E) = 0$ $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

2) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

3) $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

4) $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

5) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Задание для самостоятельного выполнения

2) $(A - B)^2 = A^2 - 2A \cdot B + B^2$ $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot (2 \ -1 \ 1)$

4) $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

5) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

6) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix};$

7) $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}$

6) $\det(A + x \cdot A^{-1}) = 0$ $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$

7) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

8) $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

**Комплексные числа и действия над ними. Тригонометрическая форма
записи комплексного числа. Формула Муавра**

Теоретические вопросы

1. ... /
2. ... !)
3. ... /
4. ... !
5. ... /
6. ... !
7. ... !
8. ... /
9. ... $n -$... !

Задачи и упражнения

- 2) ... ;
- a) $2 + 5i$; $i - 2$; 4 ; $2 + i$; $3i$.

- 3) ... ;
- a) $(2 + 5i) + (1 - i)$; $(2 + i) \cdot (1 - i)$; $\frac{3i}{5 + i}$;
 $\frac{1 - 5i}{3 + 2i}$; $(3i - \sqrt{2})^2$; i^{23} .

- 4) ... ;
- a) $1 - i$; $1 + i\sqrt{3}$; 3 ;
 $i\sqrt{2} - 2$; $-5i$; $\frac{1 - i}{1 + i}$.



- 5) ... !
- a) $2\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right)$; $-3\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)$;
 $4\left(\cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6}\right)$; $\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$.

- 6) ... !

a) -5 ; $7i$; $-\frac{3}{\sqrt{2}} + i\frac{3}{\sqrt{2}}$; $-\sqrt{2} - i$.

a) $(2 - 2i)^{10}$; $\frac{(1 - i)^5}{1 + 2i}$.

$\sqrt[3]{8}$.

a) $|2z - 1| \geq 4$; $\text{Arg}(z - i) = \frac{\pi}{3}$.

Задание для самостоятельного выполнения

a) $-2 - 5i$; $3i - 2$; -5 ; $\sqrt{2} - \frac{i}{2}$; $3i$;

$(2 + i) \cdot (1 - i)$; $\frac{3i}{5 + i}$; $\frac{1 - 5i}{3 + 2i}$;

$(3i - \sqrt{2})^2$; i^{23} ; $\frac{(1 - i)^2}{1 + 2i}$.

a) $z + 4 = \text{Im } z - i \text{Re } z$; $z \cdot \text{Re } z - 1 = 0$; $\text{Re } z + i \text{Im } z = 2$;

a) $-3 + i$; $\sqrt{3} - i$; $3i$;

a) $-5i$; $7i - 7$; $-\sqrt{3} + i$;

$i\sqrt{2}$; $-1 - i$; $\frac{3 + i}{1 - 2i}$.

a) $(2 + 2i)^{10}$; $\frac{1 + 2i}{(1 + i)^6}$; $\left(1 - \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)^4$.

5) ! ! !

a) $\sqrt[3]{-8}$; $\sqrt[6]{1}$.

6) ! ! ! ! ! ! ! !
) *;

a) $|z - 5| = 3$; $|4z - 2| \leq 8$; $Arg(2z - i) = \frac{\pi}{2}$.

**Векторы на плоскости и в пространстве.
Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов**

Теоретические вопросы

1. ! ! ! ! ! ! ! ! *
2. ! ! ! ! ! ! ! !
3. ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! !
4. ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! !
5. ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! /
6. ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! !
7. ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! !

Задачи и упражнения

2) ! ! ! $A(-3; 4), B(2; 1), C(3; -2)$.

a) $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{AC}$ /
* \vec{AB} ! ! ! !

1:3! ! ! ! A .

* AM ! ABC .

* BAC .

* ABC ! ! ! ! AH .

* AN ! ABC .

* $D(-1; -2)$! ! ! ! $ABCD$

3) ! ! ! ! m ! $\vec{a}(m; -3; 2)$! $\vec{b}(1; 2; -m)$

4) ! ! ! ! $A(3; -1; 5), B(4; 2; -5), C(-4; 0; 3)$!
 $D(1; 0; -2)$.

* $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}, \vec{BC}$! ! /
* ABC .

* BAC .

* $ABCD$.

* AH ! $ABCD$.

Задание для самостоятельного выполнения

2) $A(1; -2), B(3; -1), C(-1; 5)$.

а) AB, AC, BC .

б) AM, ABC .

в) BAM .



г) ABC, AH .

3) $S(0; 0; 0), A(2; -1; 3), B(-2; 2; 0),$

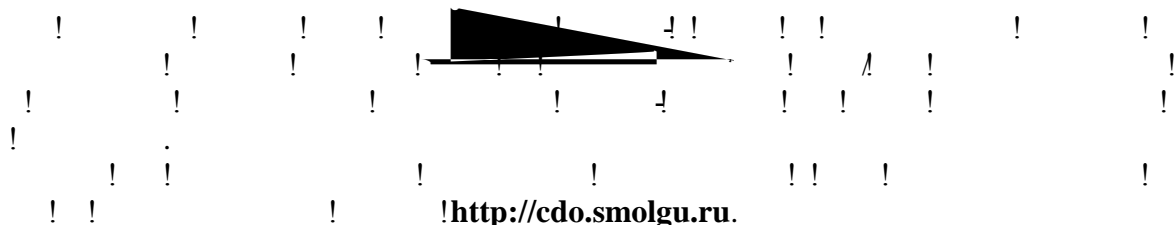
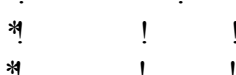
$C(-4; 2; 1)$.

а) SA, SB, SC .

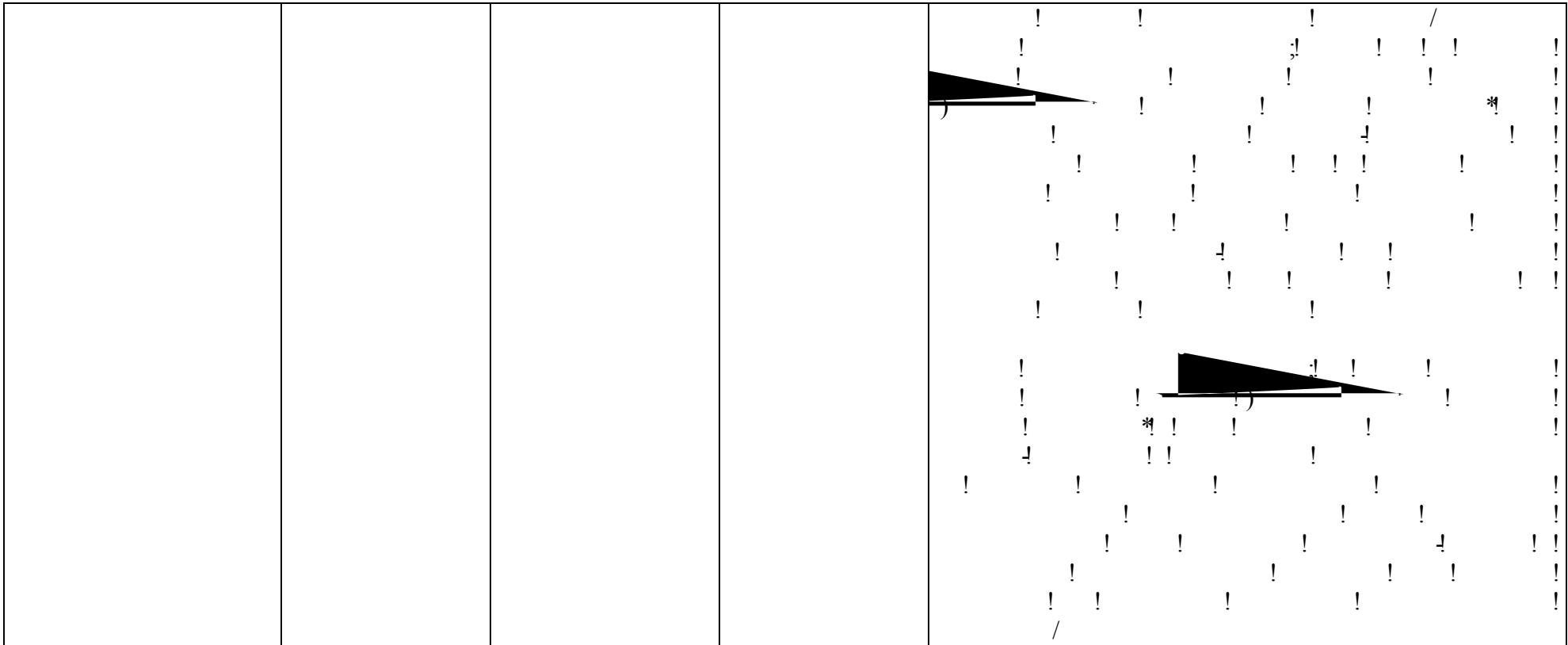
б) SAB .

в) $SABC$.

г) $SH, SABC$.



<http://cdo.smolgu.ru>



$$*(a+i) \cdot (1-ai);$$

$$* \frac{ai}{a+i};$$

$$* \frac{1-ai}{a+2i}.$$

3л ! ! !

$$a) (6-a)i;$$

$$* i-a;$$

$$* -\sqrt{3}-i.$$

4л ! ! !

$$a) (a-ai)^{10};$$

$$* \frac{(a-ai)^5}{1+2i}.$$

$$5л ! ! ! \sqrt[3]{b} ! ! b=a^3.$$

6л ! ! ! ! ! ! ! ! ;

$$a) |az-1| \geq 3;$$

$$* \text{Arg}(z-a) = \frac{\pi}{6}.$$

2л ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! 2 ! !

3л ! ! ! ! ! -36 /

!		!
0		
1		4,75-5
2		3,75-4,5
3		3-3,35
4		!4

4)

$$1л ! ! ! ! a ! ! ! "$$

$$! A(a; -2), B(3; -a), C(-a; 5).$$

$$* ! ! ! ! AM ! ABC.$$

$$* ! ! ! ! BAM.$$

$$! ! ! ! ABC ! ! ! ! AH.$$

$$3л ! ! ! ! m ! \vec{a}(-a; 1; m) ! \vec{b}(1; m; a)$$

$$3л ! ! ! ! ! ! S(0; 0; 0), A(2; -a; 3), B(-2; 2a; 0), C(-4; 2; a).$$

$$! ! ! ! SA, SB ! SC.$$

$$! ! ! ! SAB.$$

$$* ! ! ! ! SABC.$$

2л ! ! ! ! ! ! ! ! ! ! 2! 4! ! ! 3!

! ! ! ! 3! ! 2! ! ! ! ! ! ! -36 /

3л ! ! ! ! ;

!		!
0		
1		4,75-5
2		3,75-4,5

0		
1		4,75-5
2		3,75-4,5
3		3-3,5
4		!4

7.

1. *Кремер, Н. Ш.* ISBN 978-5-534-08547-1. URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/432050>
2. *Малугин, В. А.* ISBN 978-5-534-02976-5. URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/433176>
3. *Бурмистрова, Е. Б.* ISBN 978-5-9916-3588-2. URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/425852>
4. *Лубягина, Е. Н.* ISBN 978-5-534-10594-0. URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/430892>

1. *Татарников, О. В.* ISBN 978-5-9916-3568-4. URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/425853>
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

1. <http://cdo.smolgu.ru>
2. <http://window.edu.ru>
3. <http://ru.wikipedia.org>

