Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»

Кафедра математического анализа

«Утверждаю»
Проректор по учебно-
методической работе
___________Ю.А. Устименко
«__»____________2022 г.

Рабочая программа дисциплины
Б1.В.01.05 Математическое моделирование

Направление подготовки: **44.03.05Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**
Направленность (профиль): **Математика, информатика**
Форма обучения: очная
Курс – 5
Семестр – 9, 10
Всего зачетных единиц –5,часов – 180
Форма отчетности: зачет – 9 семестр, экзамен – 10семестр

Программу разработал
старший преподаватель Курицын С.Ю.

Одобрена на заседании кафедры
«16»июня 2022 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой _________К.М. Расулов

Смоленск
2022

1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Математическое моделирование» относится к обязательнойчасти образовательной программы. Она изучается в 9-10 семестрах и опирается на компетенции, полученныестудентами при изучениидисциплин «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Дискретная математика», «Аналитическая геометрия» и др. Курс построен так, чтобы углубить и расширить знания по разделам, связанным с построением математических моделей, применяемых при решенииприкладных задач.

Дисциплина завершает подготовку бакалавра по направлению 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (Математика, информатика) и представляет собой сочетание достаточного числа математических вопросов с практическими математическими методами и приёмами, применяемыми в прикладном программировании.

Изучение курса основано на традиционных методах высшей школы, тесной взаимосвязи со смежными курсами, а также на использовании современной учебной и методической литературы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения
ПК-6. Способен использовать научные знания в предметной области (информатика) в процессе формирования предметной компетенции обучающихся в рамках реализации основной общеобразовательной программы	**Знать:** назначение, структуру и содержание курса информатики, современное состояние и перспективы развития информатики как учебной дисциплины, ее место и роль, фундаментальное ядро современного школьного курса информатики, принципы построения методической системы обучения информатике, ее основных компонентов. **Уметь:** анализировать цели и содержание школьного курса информатики, проектировать образовательный процесс, использовать дидактический потенциал средств информационных технологий в реализации образовательного процесса по курсу информатики; **Владеть:** основными видами профессиональной деятельности учителя информатики, профессиональными навыками реализации методики обучения основным разделам курса информатики, современными информационно-коммуникационными средствами для эффективного осуществления профессиональной деятельности.
ПК-7 Способен математически корректно ставить естественнонаучные задачи и классические задачи математики, строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	**Знать:** базовые принципы постановки естественнонаучных задач и классических задач математики, определения основных понятий и доказательства теорем по основным разделам математики; **Уметь:** решать основные типы математических задач, доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть его следствия; **Владеть:** первичными навыками применения математического аппарата к решению конкретных задач из различных областей прикладной математики и информатики.

3. Содержание дисциплины

1. **Линейные оптимизационные модели.** Задача об оптимальном использовании ресурсов. Задача о составлении рациона питания. Задача формирования инвестиционного портфеля. Модель рекламной кампании. Общая задача линейного программирования. Графический метод решения задачи линейного программирования. Анализ модели на чувствительность. Двойственные задачи линейного программирования. Симплекс-метод. Транспортная задача. Метод потенциалов. Задача формирования оптимального штата фирмы. Целочисленное программирование. Метод ветвей и границ. Задача о рюкзаке. Задача о назначениях. Понятие задачи дробно-линейного программирования.Сведение к задаче линейного программирования. Применение дробно-линейных моделей в моделировании относительных экономических показателей. Задача о себестоимости продукции. Задача о рентабельности производства.Многокритериальные модели. Метод последовательных уступок. Метод равных наименьших отклонений.
2. **Элементы теории игр.** Понятие об игровых моделях. Платежная матрица. Нижняя и верхняя цена игры. Решение игр в смешанных стратегиях. Биматричные игры. Коалиционные игры. Игры с природой. Матрица рисков. Критерии принятия решений в условиях неопределенности и риска. Деревья решений. Метод обратного пересчета.
3. **Нелинейное программирование.** Постановка задачи нелинейного программирования. Графический способ решения задачи нелинейного программирования. Метод множителей Лагранжа. Задачи выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера. Метод кусочно-линейной аппроксимации. Градиентные методы. Задача об инвестиционном портфеле. Модели Марковица.
4. **Динамическое программирование.** Общая постановка задач динамического программирования. Моделирование многошаговых процессов. Принцип оптимальности Р. Беллмана. Модель динамического программирования, связанная с распределением средств между предприятиями. Модель динамического программирования о распределении ресурсов между отраслями на плет. Модель динамического программирования о замене оборудования.
5. **Графовые модели.** Основные понятия теории графов. Методы определения кратчайших расстояний между вершинами графа. Построение графа наименьшей длины. Задачи обслуживания: задача коммивояжера, задача китайского почтальона и др. Задача о наибольшем потоке.

4. Тематический план

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий		
			лекции	лабораторные занятия	самостоятельная работа
9 семестр					
1.	Линейные оптимизационные модели	54	12	18	24
2.	Элементы теории игр	18	4	6	8
	Всего за семестр	72	16	24	32
10семестр					
1.	Нелинейное программирование	40	6	12	22
2.	Динамическое программирование	9	2	2	5
3.	Графовые модели	42	4	10	28
	Экзамен	27	0	0	27
	Всего за семестр	108	12	24	72
	Итого	180	28	48	104

5. Виды образовательной деятельности[1]

Занятия лекционного типа

9 семестр

Лекция №1

Линейные оптимизационные модели. Основные формы задач линейного программирования. Задача о распределении ресурсов. Задача о пищевом рационе.Графический метод решения задач линейного программирования.

Лекция №2

Анализ модели на чувствительность.Двойственные задачи линейного программирования. Алгоритм построения двойственной задачи.

Лекция №3

Симплекс-метод решения задач линейного программирования. Пример.

Лекция №4

Задачи целочисленного программирования. Метод ветвей и границ. Метод отсечений.Некоторые модели целочисленного программирования: задача о рюкзаке, задача об оптимальном раскрое.Дробно-линейные модели. Алгоритм решения задач дробно-линейного программирования. Некоторые дробно-линейные модели в экономике.

Лекция №5

Транспортная задача. Основные понятия. Метод минимальной стоимости отыскания опорного плана. Метод потенциалов. Пример.

Лекция №6

Многокритериальные модели. Метод последовательных уступок. Метод равных наименьших отклонений.

Лекция №7

Принятие решений в условиях конфликта. Основные понятия теории игр. Классификация игр.

Лекция №8

Матричные игры. Понятие верхней и нижней цены игры. Седловая точка. Доминирование стратегий. Понятие смешанных стратегий. Равновесие Нэша. Теорема Дж. фон Неймана. Решение игр в смешанных стратегиях. Математическая модель игры в смешанных стратегиях.

10 семестр

Лекция № 1

Постановка задачи нелинейного программирования. Метод множителей Лагранжа.

Лекция № 2

Понятие выпуклого множества и выпуклой функции в n-мерном пространстве. Постановка задачи выпуклого программирования. Теорема Куна—Таккера.

Лекция № 3

Задача об инвестиционном портфеле и подходы к её решению.

Лекция №4

Общая постановка задачи динамического программирования. Принцип оптимальности и уравнения Беллмана.

Лекция №5

Методы определения кратчайших расстояний между вершинами графа: алгоритм Дейкстры. алгоритм Флойда—Уоршелла, алгоритм Беллмана—Форда. Построение графа наименьшей длины. Планирование сети дорог.

Лекция № 6

---

[1] Содержание данного раздела может быть представлено в электронной информационно- образовательной среде СмолГУ или в опубликованном учебно-методическом пособии.

Задача инспекции дорог. Понятие эйлерова графа. Критерий отыскания эйлерова графа. Алгоритмы решения задачи китайского почтальона. Задача коммивояжера. Полный граф. Понятие гамильтонова цикла. Некоторые алгоритмы решения задачи коммивояжера.

Занятия семинарского типа

9 семестр

Лабораторное занятие №1. *Графический метод решения задач линейного программирования*

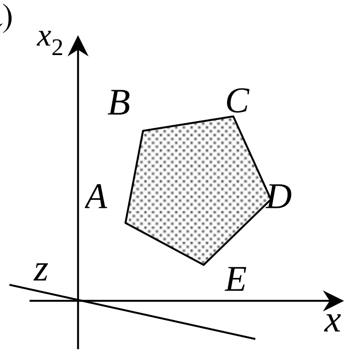
Теоретические вопросы

1. Что такое целевая функция задачи линейного программирования?
2. Дайте определение опорного (оптимального) решения задачи.
3. Сформулируйте алгоритм решения задачи линейного программирования графическим методом. Приведите пример.

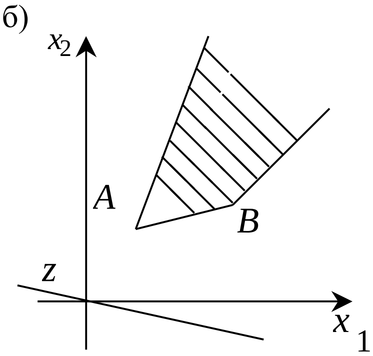
Задания для аудиторной работы

1. На рисунке изображен многогранник решений и целевая функция z:

а)



б)



Найдите точки, в которых функция z достигает своего наибольшего и наименьшего значения.

2. Решите задачи линейного программирования графическим методом:

а) $z = 3x_1 + x_2 \to \max$,
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \le 6, \\ 2x_1 - 3x_2 \le 3, \\ x_1, x_2 \ge 0; \end{cases}$$

б) $z = 2x_1 - 10x_2 \to \min$,
$$\begin{cases} x_1 - x_2 \ge 0, \\ x_1 - 5x_2 \ge -5, \\ x_1, x_2 \ge 0; \end{cases}$$

в) $z = 4x_1 + 6x_2 \to \min$,
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \ge 9, \\ x_1 + 2x_2 \ge 8, \\ x_1 + 6x_2 \ge 12, \\ x_1, x_2 \ge 0; \end{cases}$$

г) $z = 2x_1 + 3x_2 \to \max$,
$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 \le 15, \\ 5x_1 + 4x_2 \ge 20, \\ x_2 \ge 5, \\ x_1, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

3. Пшеница и кукуруза высаживаются на участках различного плодородия площадью 100 и 200 га. Данные об урожайности приведены в таблице.

Культура	Урожайность (ц/га) участка	
	I	II
Пшеница	20	15
Кукуруза	35	30

По плану должно быть собрано не менее 1500 ц пшеницы и 4500 ц кукурузы. Цена 1 ц пшеницы равна 6 у.е., кукурузы – 4 у.е. Найдите оптимальное сочетание посевов пшеницы и кукурузы, которое обеспечивает максимальную выручку от продажи.

Задания для самостоятельной работы

1. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции z, если:

а) $z = x_1 + x_2$,

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 \geq 6, \\ 9x_1 + 8x_2 \leq 157, \\ -3x_1 + 11x_2 \geq 16; \end{cases}$$

б) $z = 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4$,

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{cases}$$

Лабораторное занятие №2.*Применение систем компьютерной математики к решению основной задачи линейного программирования*

Теоретические вопросы

1. Сформулируйте основные задачи линейного программирования.
2. Какова примерная схема формирования математической модели задачи?
3. В чем особенность постановки задачи линейного программирования?
4. Что такое многогранник решений и целевая функция? Приведите примеры.
5. Что называется решением задачи линейного программирования?
6. Сколько решений может иметь задача линейного программирования? Приведите примеры.
7. Как применяются системы компьютерной математики к решению задач линейного программирования?

Задачи и упражнения для аудиторной работы

1. Решите основную задачу линейного программирования, используя основные системы компьютерной математики:

$$\begin{cases} x_1 + x_4 + 6x_6 = 9, \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_6 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + x_5 + 2x_6 = 6, \\ x_j \geq 0 \ (j = \overline{1,6}), \end{cases}$$

$$z = x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + x_5 - x_6 \to \max.$$

2. Мебельная фабрика выпускает шкафы-купе, стенки и спальные гарнитуры. Суточный плановый выпуск соответственно равен 90, 70 и 60 штук. Суточные ресурсы фабрики составляют 800 единиц производственного оборудования, 910 единиц сырья и 790 единиц электроэнергии. Расход ресурсов на единицу продукции приведен в таблице.

Ресурсы	Расход ресурсов на одно изделие		
	Шкаф-купе	Стенка	Спальный гарнитур
Оборудование	2	3	4
Сырье	1	4	5
Электроэнергия	2	3	4

Стоимость одного шкафа – 11 у.е., стенки – 17 у.е. и спального гарнитура – 25 у.е. Сколько необходимо производить изделий каждого вида, чтобы стоимость продукции, выпущенной сверх плана, была максимальной?

Задачи и упражнения для самостоятельной работы

1. Найдите решение задачи линейного программирования, используя системы компьютерной математики:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 14, \\ 5x_1 + 2x_2 \le 30, \\ x_1 = 5, \\ 0 \le x_2 \le 6, \end{cases}$$

$$z = x_1 + x_2 \to \max.$$

2. Составьте задачу по условиям задачи 1.
3. Стеклянное полотно длиной 200 см необходимо разрезать на заготовки трех типов А, Б и В длиной соответственно 57, 82 и 101 см для производства 50 витражей. На каждый витраж требуется 4 заготовки типов А и Б и 5 заготовок типа В. Определите, какое количество стеклянных полотен нужно разрезать, чтобы отходы от раскроя были минимальными.

Лабораторное занятие № 3. *Симплекс-метод решения задач линейного программирования*

Теоретические вопросы

1. Какая функция называется целевой функцией задачи линейного программирования?
2. Дайте определение допустимого (оптимального) решения задачи.
3. Сформулируйте основные теоремы существования оптимального решения задачи линейного программирования.
4. Сформулируйте алгоритм решения задачи линейного программирования симплекс-методом. Приведите пример.

Задания для аудиторной работы

1.Решите задачи линейного программирования симплекс-методом:

а) $z = 3x_1 + x_2 \to \max$,
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \le 6, \\ 2x_1 - 3x_2 \le 3, \\ x_1, x_2 \ge 0; \end{cases}$$

б) $z = 2x_1 - 10x_2 \to \min$,
$$\begin{cases} x_1 - x_2 \ge 0, \\ x_1 - 5x_2 \ge -5, \\ x_1, x_2 \ge 0; \end{cases}$$

в) $z = 4x_1 + 6x_2 \to \min$,
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \ge 9, \\ x_1 + 2x_2 \ge 8, \\ x_1 + 6x_2 \ge 12, \\ x_1, x_2 \ge 0; \end{cases}$$

г) $z = 2x_1 + 3x_2 \to \max$,
$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 \le 15, \\ 5x_1 + 4x_2 \ge 20, \\ x_2 \ge 5, \\ x_1, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

Задания для самостоятельной работы

1.Решите задачи линейного программирования симплекс-методом:

а) $z = 2x_1 - 6x_2 \to \max$,
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \ge 2, \\ -x_1 + 2x_2 \le 4, \\ x_1 + 2x_2 \le 8, \\ x_1, x_2 \ge 0; \end{cases}$$

б) $z = 2x_1 - x_2 \to \min$,
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \ge 4, \\ -x_1 + 2x_2 \le 2, \\ x_1 + 2x_2 \ge 10, \\ x_1, x_2 \ge 0; \end{cases}$$

в) $z = 2x_1 - x_2 \to \min$,
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \ge 4, \\ 2x_1 - x_2 \ge 2, \\ -x_1 - 2x_2 \ge -10, \\ x_1, x_2 \ge 0; \end{cases}$$

г) $z = x_1 + x_2 \to \max$,
$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 4 \le 0, \\ 3x_1 - x_2 \ge 20, \\ x_1 + x_2 - 4 \ge 0, \\ x_1, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

Лабораторноезанятие №4. Двойственные задачи. Анализ модели на чувствительность

Теоретические вопросы

1. Дайте определение двойственной задачи. Приведите примеры.
2. Каков алгоритм составления двойственной задачи?
3. Сформулируйте принцип двойственности.
4. В чем состоит экономический смысл двойственной задачи?
5. Каким образом в общем случае проводится анализ математической модели задачи на чувствительность?

Задания для аудиторной работы

Постройте математическую модель задачи, постройте двойственную задачу. Найдите решение обеих задач, а также реализуйте анализ модели на чувствительность симплекс-методом, а также с помощью системы компьютерной математики или MSExcel.

Автосалон «Смоленский» планирует приступить к реализации трех видов автомобилей «Ford Focus», «Ford Mondeo» и «Ford C-Max», используя при этом площади торговых залов и время обслуживающего персонала. Затраты указанных ресурсов на продажу одной партии товара каждого вида, их объемы и прибыль, получаемая от реализации каждой партии, приведены в таблице.

Ресурсы	Запас ресурса	Затраты ресурсо з		
		Ford Focus	Ford Mondeo	Ford C-Max
Время, чел/ч	370	0,5	0,7	0,6
Площадь, м^2	9000	10	19	14
Прибыль, тыс. руб.		500	800	600

Для данной задачи:

1) найдите оптимальную структуру продаж автомобилей, обеспечивающую автосалону максимальную прибыль;
2) проведите анализ модели на чувствительность;
3) составьте двойственную задачу и сделайте предложение владельцам автосалона по приобретению активов.

Задания для самостоятельной работы

Фирма «Мороженое на любой вкус» выпускает два вида мороженого: сливочное и шоколадное. Для изготовления мороженого используются два исходных продукта – молоко и наполнители. Расходы этих продуктов на 1 кг мороженого и их суточные запасы представлены в таблице:

Исходный продукт	Расход исходных продуктов на 1 кг мороженого		Запас, кг
	Сливочное	Шоколадное	
Молоко	0,8	0,5	400
Наполнители	0,4	0,8	365

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на сливочное мороженое превышает спрос на шоколадное не более, чем на 100 кг. Кроме того, установлено, что спрос на шоколадное мороженое не превышает 350 кг в сутки. Розничная цена одного килограмма сливочного мороженого 16 р., а шоколадного – 14 р.

Для данной задачи:

1) дайте рекомендацию генеральному директору фирмы, мороженое какого вида и в каком количестве производить фирме, чтобы прибыль от реализации продукции была максимальной;
2) проведите анализ модели на чувствительность;

3) составьте двойственную задачу и сделайте предложение владельцам фирмы по приобретению их активов.

Лабораторное занятие № 5. *Целочисленное программирование*

Теоретические вопросы

1. В чем особенность задач целочисленного программирования?
2. Какова постановка задачи целочисленного программирования?
3. В чем состоит метод ветвей и границ решения задачи целочисленного программирования?
4. В чем состоит метод отсечений решения задачи целочисленного программирования?
5. Верно ли, что значение целевой функции в оптимальном решении целочисленной задачи минимизации может быть меньше оптимального значения целевой функции соответствующей задачи с ослабленными ограничениями?

Задания для аудиторной работы

1. Найдите оптимальное целочисленное решение задачи методом ветвей и границ или методом отсечений, а также при помощи системы компьютерной математики или MSExcel
$$\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 + 3x_3 \le 25, \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 \le 15, \\ x_j \ge 0, x_j \in \mathbb{Z}\ (j = \overline{1,3}), \end{cases}$$
$$z = x_1 + 2x_2 + 3x_3 \to \max.$$
2. На приобретение оборудования для нового производственного участка мебельной фабрики выделена 21 000 у.е. Оборудование должно быть размещено на площади, не превышающей 37 м^2. Предприятие может заказать оборудование двух видов: более мощные станки типа А стоимостью 3 000 у.е., требующие площадь в 6 м^2 (с учетом проходов) и обеспечивающие производительность 7 000 заготовок за смену, и менее мощные станки типа Б стоимостью 2 000 у.е., занимающие площадь 3 м^2 и дающие за смену 4 000 заготовок. Найдите оптимальный вариант приобретения оборудования, обеспечивающий новому участку максимальную производительность.

Задания для самостоятельной работы

1. Решите задачу целочисленного программирования:
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \le 7, \\ x_1 + 3x_2 \le 7, \\ x_j \ge 0, x_j \in \mathbb{Z}\ (j = 1,2), \end{cases}$$
$$z = -x_1 - 2x_2 \to \min.$$
2. На приобретение нового оборудования для проведения параллельных вычислений выделено 20000 у.е. Оборудование должно быть размещено на площадь 72 м^2. Вычислительная лаборатория может заказать оборудование двух видов: более мощные компьютеры типа А стоимостью 5000 у.е., требующие для установки 3 м^2 площади (с учетом проходов) и выполняющие 800 млн. операций в секунду, и менее мощные компьютеры типа Б стоимостью 2000 у.е., занимающие площадь 6 м^2 и выполняющие 200 млн. операций в секунду. Можно заказать не более трех компьютеров типа А. Найдите оптимальный вариант приобретения компьютеров, обеспечивающий максимальную производительность вычислений.

Лабораторное занятие №6. *Дробно-линейное программирование.*

Теоретические вопросы

1. Какие задачи проводят к задаче дробно-линейного программирования?
2. Сформулируйте задачу дробно-линейного программирования.
3. Какова особенность задачи дробно-линейного программирования?
4. Каким образом можно свести задачу дробно-линейного программирования к задаче линейного программирования? Приведите примеры.

Заданиядля аудиторной работы

1. Решите задачу дробно-линейного программирования непосредственно и с помощью системы компьютерной математики или MSExcel:

$$z = \frac{2x_1 + x_2}{x_1 + x_2} \to \max,$$
$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \geq -13, \\ x_1 + x_2 \geq 6, \\ 4x_1 - x_2 \leq 19, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

2. На промышленном комплексе по производству мяса откармливают свиней трех пород. Все данные представлены в таблице:

Вид корма	Запасы корма, ц	Требуемое количество корма для породы свиней в ц		
		Раннеспелой (до 1 года)	Среднеспелой (до 1,5 лет)	Позднеспелой (до 2 лет)
Грубый (сенная мука, трава)	8000	3	2	3
Сочный (корнеплоды, картофель)	6800	1	4	2
Комбикорм	3000	1	1	1
Стоимость откорма в ден. ед.		90	100	140
Продуктивность,ц		1,5	2	2,5

Требуется определить такое поголовье свиней каждой породы, чтобы себестоимость 1 ц мяса была минимальной.

Задания для самостоятельной работы

1. Решите задачу дробно-линейного программирования непосредственно и с помощью системы компьютерной математики или MSExcel:

$$z = \frac{3x_1 + x_2}{x_1 + x_2} \to \max,$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 5, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 7, \\ 3x_1 - x_2 \leq 11, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

2. Обувное предприятие «Смоленский башмачник» изготавливает босоножки «Сороконожка», туфли «Золушка» и сапоги «Миледи». При этом используется 3 вида материала. Данные о производстве представлены в таблице:

Материал	Затраты материала на одну партию обуви (усл.ед.)			Запасы (усл.ед.)
	«Сороконожка»	«Золушка»	«Миледи»	
Кожа	0,5	1	3	200
Ткань	0,1	1	2	130
Полиуретан	0,15	0,25	0,3	50

Величина производственных фондов, используемых для одной партии босоножек, туфель и сапог равны 500, 750, 1200 ден. ед. соответственно. Прибыль от реализации одной партии обуви равна 2200, 4000, 6500 ден. ед. Найдите план выпуска обуви, обеспечивающий максимальную рентабельность производства, если туфлей «Золушка» необходимо произвести не менее 10 партий, а сапог «Миледи» – не менее 50 партий.

Лабораторноезанятие № 7-8. *Транспортная задача*

Теоретические вопросы

1. Дайте матричную постановку транспортной задачи.
2. Сформулируйте необходимое и достаточное условие разрешимости транспортной задачи.
3. Каким образом можно преобразовать открытую модель транспортной задачи в закрытую? Приведите примеры.
4. Дайте определение транспортной таблицы, матрицы тарифов и плана транспортной задачи.
5. Какие методы построения опорного плана транспортной задачи Вы знаете?
6. Какова структура опорного плана транспортной задачи?
7. Сформулируйте определение цикла в транспортной таблице.
8. В чем состоит метод потенциалов решения транспортной задачи?
9. Сформулируйте алгоритм решения транспортной задачи в матричной постановке.
10. Сформулируйте задачу о назначении персонала. Является ли данная задача транспортной?

Задачи и упражнения для аудиторной работы

1. Решите транспортную задачу, исходные данные которой приведены в таблице.

Пункты	B_1	B_2	B_3	B_4	Запасы
A_1	1	2	3	1	100
A_2	2	3	4	6	200
A_3	3	4	7	12	300
Потребности	100	100	300	300	

2. В резерве трех железнодорожных станций А, Б и В находится соответственно 60, 80 и 70 вагонов. Составьте оптимальный план перегона этих вагонов к четырем пунктам погрузки зерна, если пункту №1 требуется 40 вагонов, пункту №2 – 60, пункту №3 – 80, а пункту №4 – 60 вагонов. При этом следует учесть, что в пунктах №2 и №3 нет условий для длительного хранения зерна, а поэтому его необходимо вывезти из этих пунктов полностью. Стоимость перегона одного вагона со станции А в указанные пункты равна соответственно 11, 12, 15 и 14 у.е., со станции Б – 14, 13, 12 и 11 у.е., со станции В – 15, 12, 14 и 16 у.е.
3. Найдите оптимальное распределение трех видов механизмов, имеющихся в количествах 45, 20, 35, между четырьмя участками работ, потребности которых равны соответственно 10, 20, 30 и 40, при следующей матрице производительности каждого из механизмов на соответствующем участке работы:

$$\begin{pmatrix} 5 & 4 & 0 & 5 \\ 3 & 5 & 3 & 0 \\ 0 & 6 & 7 & 6 \end{pmatrix}$$

   Нулевые элементы означают, что данный механизм не может быть использован на данном участке работы.
4. В организации объявлен конкурс на замещение должности курьера, оператора ЭВМ и секретаря-референта. На эти должности претендуют три человека: А, Б и В. После проведения тестирования ими были получены баллы (способность к данной профессии), представленные в таблице.

	Курьер	Оператор ЭВМ	Секретарьреферент
А	5	4	7

Б	6	7	3
В	8	11	2

Как должен поступить начальник отдела кадров, чтобы принятые на работу претенденты принесли наибольшую пользу компании?

Задачи и упражнения для самостоятельной работы

1. Решите транспортную задачу, исходные данные которой приведены в таблице.

Пункты	В1	В2	В3	Запасы
А1	1	5	6	200
А2	2	6	7	300
А3	3	7	8	500
Потребности	500	400	300	

2. Составьте задачу по условиям задачи 1.
3. Три судна доставили в порт 6000 т чугуна, 4000 т железной руды и 3000 т апатитов. Разгрузка может быть осуществлена или непосредственно в железнодорожные вагоны, или на склады. В первом случае можно разгрузить 8000 т, а остаток (5000 т) придется направить на склад. Стоимость выгрузки 1 т в вагоны составляет соответственно 4,30, 5,25 и 2,20, а при отправке на склад – 7,80, 6,40 и 3,25 ден.ед. Спланировать разгрузку с минимальными затратами, учитывая при этом, что поданные в порт вагоны не приспособлены для перевозки апатитов.

Лабораторное занятие № 9.*Многокритериальные задачи*

Теоретические вопросы

1. Какова постановка многокритериальной задачи? Приведите примеры.
2. В чем состоит метод уступок? Приведите примеры.
3. Сформулируйте алгоритм метода уступок.
4. В чем состоит метод равных и наименьших отклонений? В чем его отличие от метода уступок?
5. Каков алгоритм метода равных и наименьших отклонений?

Задачи и упражнения для аудиторной работы

1. Найдите неотрицательные значения переменных x_1, x_2, удовлетворяющих системе ограничений
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 9, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 8, \\ -x_1 + x_2 \leq 2, \\ x_2 \leq 5, \end{cases}$$
обращающих в максимум функцию $z_1 = x_1 + x_2$ с отклонением от экстремального значения на 40%, и в минимум функцию $z_2 = x_1 + 3x_2$. Составьте задачу, соответствующую приведенной математической модели.
2. Найдите неотрицательные значения переменных x_1, x_2, удовлетворяющих системе ограничений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 6, \\ x_1 \leq 4, \\ x_2 \leq 5, \end{cases}$$

обращающих в максимум функцию $z_1 = x_1 + 2x_2$ и — в минимум функцию $z_2 = x_1 + x_2$. Составьте задачу, соответствующую приведенной математической модели.

3. Предприятие изготавливает два вида продукции: А и Б,– располагая при этом производственными мощностями четырех видов в следующем количестве: первого вида – не менее 12, а остальных не более 10, 6 и 7. Нормы затрат каждого вида на единицу продукции А составляют 3, 1, 1 и 0 соответственно, а на единицу продукции Б – 4, 1, 0 и 1. Прибыль от сбыта товара А равна 3 у.е., Б – 5 у.е. Чистый доход от реализации одной единицы А равен 3 у.е., а Б – 1 у.е. Затраты на производство единицы продукции А составляют 2 у.е., продукции Б – 1 у.е. Найдите компромиссный план производства продукции обоих видов, считая наиболее предпочтительным критерием прибыль с отклонением от максимального значения 20%, чистый доход с отклонением 40% и менее важным – критерий затрат.

Задачи и упражнения для самостоятельной работы

1. Найдите компромиссное решение задачи

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 20, \\ 4x_1 + x_2 \geq 8, \\ x_1 \leq 3, \\ x_2 \leq 3, \\ x_1, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$z = 2x_1 + 4x_2 \to \max,$$

$$z = x_1 + x_2 \to \min,$$

считая второй критерий наиболее предпочтительным. Его отклонение от минимального значения 20%.

2. Решите задачу

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 8, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ x_1 + x_2 \geq 2, \\ x_1, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$z = 4x_1 + 2x_2 \to \max,$$

$$z = x_1 + 2x_2 \to \min$$

методом равных и наименьших отклонений.

3. Имеются ноутбуки модели А и Б фирмы IBM и ноутбуки В и Г фирмы Toshiba. Производительность моделей А и Б составляет 100 единиц, а моделей В и Г – 80 единиц. Стоимость ноутбуков А, Б, В и Г равна 2500, 1500, 1200 и 1000 у.е. Найдите модель ноутбука максимальной производительности и минимальной стоимости, считая, что оба критерия являются независимыми.

Лабораторное занятие №10.*Основные понятия теории антагонистических игр*

Теоретические вопросы

1. Сформулируйте определение игры (игроков).
2. Какие формы представления игр Вам известны?
3. Дайте классификацию игр. Приведите примеры.
4. Сформулируйте определение антагонистической игры. Приведите примеры.
5. Как строится платежная матрица игры?

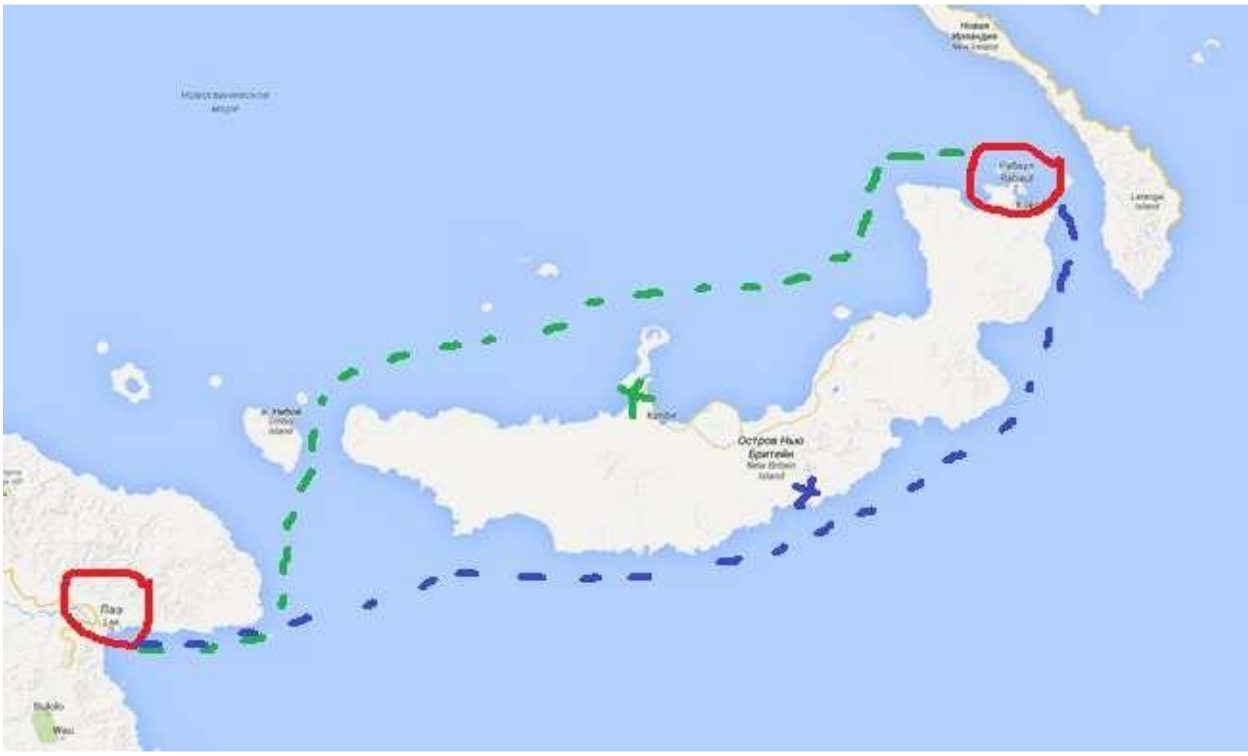
6. Сформулируйте определение верхней (нижней) цены игры.
7. Какая игра называется матричной игрой с седловой точкой? Приведите пример.
8. Сформулируйте определение оптимальной стратегии.
9. Дайте определение решения игры с седловой точкой.
10. Какая стратегия каждого из игроков называется доминирующей?

<u>Задачи для аудиторной работы</u>

1. В игру играют двое. Оба игрока одновременно показывают один, два или три пальца. Если сумма чисел, показанная пальцами, четна, то первый игрок выигрывает соответствующее число очков, а второй – проигрывает. Если же сумма нечетна, то выигрыш распределяется наоборот. Для данной игры:
   - определите чистые стратегии игроков;
   - составьте платежную матрицу игры;
   - найдите верхнюю и нижнюю цены игры;
   - упростите платежную матрицу, если это возможно; • выясните, имеет ли игра решение в чистых стратегиях.

2. Каждый игрок показывает один или два пальца и называет число пальцев, которое, по его мнению, показал его противник (ни один из игроков не знает, какое число пальцев на самом деле показывает его противник). Если один из игроков угадывает правильно, он выигрывает сумму, равную сумме числа пальцев, показанных им и его противником. В противном случае – ничья. Если оба угадали, то в результате также ничья. Для данной игры:
   - определите чистые стратегии игроков;
   - составьте платежную матрицу игры;
   - найдите верхнюю и нижнюю цены игры;
   - упростите платежную матрицу, если это возможно; • выясните, имеет ли игра решение в чистых стратегиях.

3. В феврале-марте 1943 года японский конвой судов собрался в Рабауле (остров Новая Британия), чтобы двигаться затем в Лае (остров Новая Гвинея) (см. карту). Американское командование решило перехватить этот конвой средствами авиации и нанести ему максимальный урон. У японского командующего Имамуры был выбор: послать конвой либо севернее Новой Британии, либо южнее этого острова. Каждый переход занимал три дня. У американского адмирала Кенни было две возможности. Он мог сконцентрировать свои самолеты либо на одном, либо на другом пути. Оба командующих располагали одинаковыми сведениями о состоянии погоды и мобильности войск противника. Перелет с одной части острова Новая Британия на другую занимает один день. При этом из-за плохой видимости на северном пути было возможно осуществлять бомбардировку лишь в течение двух дней. Представьте данную ситуацию в виде матричной игры. Для данной игры:
   - определите чистые стратегии игроков;
   - составьте платежную матрицу игры;
   - найдите верхнюю и нижнюю цены игры;
   - упростите платежную матрицу, если это возможно;
   - выясните, имеет ли игра решение в чистых стратегиях.



4. В конфликтной ситуации участвуют две стороны: A – государственная налоговая инспекция, B – налогоплательщик с определенным годовым доходом, налог с которого составляет T д.е. У стороны A два возможных способа поведения. Один из них состоит в контролировании дохода налогоплательщика B и взимания с него:
   - налога в размере T , если доход заявлен и соответствует действительному;
   - налога в размере T и штрафа в размере W , если заявленный в декларации доход меньше действительного, или в случае сокрытия всего дохода.

Второй способ поведения – не контролировать доход налогоплательщика B вовсе. У стороны B – три стратегии поведения: заявить о действительном доходе; заявить доход, меньший действительного (следовательно, налог C с заявленного дохода будет меньше T); скрыть доход (тогда не надо будет платить налог).
Составьте платежную матрицу – матрицу выигрышей игрока A. Имеет ли игра решение в чистых стратегиях?

5. Два цветочных магазина могут продавать хризантемы по 100, 120 или 140 рублей. Каждый день покупатели приобретают в этих магазинах 100 хризантем. Если цена будет одинаковая, то в обоих магазинах купят равное количество цветов. Если разница в ценах будет 20 рублей, то более дешевые хризантемы купят 70% покупателей, а если 40 рублей – 90% покупателей. Представьте данную ситуацию в виде матричной игры. Для данной игры:
   - определите чистые стратегии игроков;
   - составьте платежную матрицу игры, отражающую разность доходов магазинов;
   - найдите верхнюю и нижнюю цены игры;
   - упростите платежную матрицу, если это возможно;
   - выясните, имеет ли игра решение в чистых стратегиях.

<u>Задания для самостоятельной работы</u>

1.Первый игрок прячет в кулаке одну из двух монет: 1 руб. или 5 руб. по своему выбору и незаметно от другого игрока, а второй игрок пытается угадать, какая монета спрятана, и если угадывает, то получает эту монету, в противном случае платит первому игроку 3 руб. Для данной игры:

- определите чистые стратегии игроков;
- составьте платежную матрицу игры;
- найдите верхнюю и нижнюю цены игры;
- упростите платежную матрицу, если это возможно;
- имеет ли игра решение в чистых стратегиях.

2.В конфликтной ситуации участвуют две стороны: *А* – государственная налоговая инспекция, *В* – налогоплательщик с годовым доходом 180 тыс. руб. У стороны *А* два возможных способа поведения. Один из них состоит в контролировании дохода налогоплательщика *В* и взимания с него:

- налога в размере 13%, если налогоплательщик заявил свой действительный доход 180 тыс.руб.;
- налога в размере 13% от 180 тыс.руб. и штрафа в размере 10% от незаявленной налогоплательщиком суммы, если заявленный в декларации доход меньше действительного, или в случае сокрытия всего дохода.

Второй способ поведения – не контролировать доход налогоплательщика *В* вовсе. Налогоплательщик при декларировании своего дохода использует одну из трех стратегий поведения: заявить о действительном доходе в размере 180 тыс.руб.; заявить доход в 90 тыс.руб.; скрыть доход.

Составьте платежную матрицу – матрицу выигрышей игрока *А*.

Какая из двух указанных стратегий государственной налоговой инспекции гарантирует взимание с налогоплательщика налога, не меньше 23400 руб., при любой из трех отмеченных стратегий налогоплательщика?

Какая из трех отмеченных стратегий налогоплательщика гарантирует уплату налога не больше 23400 руб.?

3.Рассматриваются две конкурирующие финансовые компании *А* и *В*. Компания *В* ведет переговоры с инициаторами трех инвестиционных проектов B_1, B_2, B_3 на предмет инвестирования, причем инвестиционный договор она может заключить только с одним из инициаторов проектов. Задача компании *В* – положительный результат переговоров с каким-либо из инициаторов проектов. Компания *А* ставит своей задачей свести переговоры компании *В* к отрицательному результату с тем, чтобы занять место компании *В* в инвестировании. Компания *А* для достижения своей цели может применить одно из двух средств:

A_1 – предложить инициаторам проектов более выгодные условия по сравнению с компанией *В*; A_2 – предоставить материалы, компрометирующие компанию *В*. Действие A_1 приводит к отрицательному результату переговоров компании *В* с инициаторами проектов B_1, B_2, B_3 соответственно с вероятностями 0,7; 0,5; 0,3, а действие A_2 – с вероятностями 0,6; 0,9; 0,4.

Смоделируйте данную ситуацию, применяя в качестве модели антагонистическую игру. Для данной игры: •определите чистые стратегии игроков;

- составьте платежную матрицу игры;
- найдите верхнюю и нижнюю цены игры;
- упростите платежную матрицу, если это возможно;
- имеет ли игра решение в чистых стратегиях.

4.*«Утро вечера мудренее»*. Предположим, что у вас дома отключили холодную воду. У вас нет ее необходимого запаса на утро. При этом дорога от дома до магазина и обратно, где можно купить воду, занимает 30 минут. Утром воду могут включить, а могут и не включить. Стоит ли ехать за водой вечером? Представьте ситуацию в виде игры. Для данной игры:

- определите чистые стратегии игроков;
- составьте платежную матрицу игры;
- найдите верхнюю и нижнюю цены игры;
- упростите платежную матрицу, если это возможно;
- выясните, имеет ли игра решение в чистых стратегиях.

Лабораторное занятие № 11.*Решение матричных игр сведением к задачам линейного программирования*

Теоретические вопросы

1. Сформулируйте аффинное правило для матричной игры. Приведите пример.
2. Как построить модель матричной игры для каждого из игроков в терминах задач линейного программирования?
3. Каким свойством обладают задачи линейного программирования, построенные для каждого игрока?

Задания для аудиторной работы

Решите следующие игры путем сведения к задачам линейного программирования средствами MS Excel (системе компьютерной математики):

1. В игру играют двое. Оба игрока одновременно показывают один, два или три пальца. Если сумма чисел, показанная пальцами, четна, то первый игрок выигрывает соответствующее число очков, а второй – проигрывает.

Если же сумма нечетна, то выигрыш распределяется наоборот.

2. Игра «Камень-ножницы-бумага».
3. Две фирмы A и B проводят на предполагаемых рынках сбыта (в двух соседних городах) рекламную компанию. У фирмы A имеются средства, чтобы оплатить в этих городах четыре способа проведения рекламной компании, а у фирмы B – три способа. Победу каждой фирмы в каждом из городов будем оценивать в условных единицах (очках) следующим образом:

- если у фирмы A больше способов рекламы, чем у противника, то в качестве выигрыша она получает число очков, равное числу способов рекламы, примененных противником в данном городе, с добавлением одного очка за победу;
- если у A – меньше способов рекламы, чем у противника, то она проигрывает число очков, равное числу способов рекламы, примененных ею в данном городе, и минус одно очко – за проигрыш;
- если число способов рекламы в городе у обеих фирм одинаковое, токаждая из них получает ноль очков.

В качестве общих выигрышей каждой из фирм принимаем суммы ее очков по двум городам в различных ситуациях. Представьте модель конфликта в виде матричной игры, составив платежную матрицу – матрицу выигрышей фирмы A.

4. Группа из пяти индейцев осадила лагерь, охраняемый четырьмя белыми. У лагеря два входа E_1 и E_2. Белый разведчик установил, что перед входом E_1 находится как минимум один индеец, а перед входом E_2 как минимум два индейца. Остальное распределение неизвестно. Командир осажденных может распределить своих людей около E_1 и E_2, причем у каждого входа должен быть, по крайней мере, один человек. Предполагается, что численно превосходящая (у каждого входа) группа берет в плен всю группу противника без собственных потерь, в то время как при равенстве сил перед каким-либо входом потерь с обоих сторон нет. В качестве платежа (выигрыша) выступает разность числа пленных.

а) Определите все чистые стратегии обоих противников.

б) Постройте платежную матрицу игры, считая первым игроком обороняющуюся сторону.
в) Найдите оптимальные стратегии сторон.

Задания для самостоятельной работы

Решите следующие игры путем сведения к задачам линейного программирования средствами MS Excel (системе компьютерной математики):

1. Игра из задачи №2 лабораторной работы №18 и игра из задачи №1 самостоятельной работы №18.
2. Два предприятия A и B производят аналогичную продукцию и поставляют ее на рынок, являясь ее единственными поставщиками в регионе. Каждое из предприятий может производить свою продукцию с применением одной из трех различных технологий. В зависимости от качества продукции, произведенной по каждой технологии, предприятия могут устанавливать цену за единицу продукции на уровне 10, 6 и 2 д.е. при различных затратах на производство единицы продукции (см. таблицу 1)

Таблица 1.

Технология	Цена реализации единицы продукции, д.е.	Полная себестоимость единицы продукции, д.е.	
		Предприятие 1	Предприятие 2
I	10	5	8
II	6	3	4
III	2	1,5	1

В результате маркетингового исследования рынка региона была определена функция спроса на эту продукцию: $q = 6 - 0{,}5p$,
где q – количество продукции, которое приобретет население региона (тыс.ед.), а p – средняя цена продукции, определенная по ценам, которые установлены предприятиями региона. Данные о спросе на продукцию в зависимости от цен реализации, установленных предприятиями, приведены в таблице 2.

Таблица 2.

Цена реализации единицы продукции, д.е.		Средняя цена реализации единицы продукции, д.е.	Спрос на продукцию, тыс.ед.	Доля продукции предприятия 1, купленной населением
Предприятие 1	Предприятие 2			
10	10	10	1	0,31
10	6	8	2	0,33
10	2	6	3	0,18
6	10	8	2	0,70
6	6	6	3	0,30
6	2	4	4	0,20
2	10	6	3	0,92
2	6	4	4	0,85
2	2	2	5	0,72

Указанные в таблице значения долей продукции предприятия 1, приобретенной населением, зависят от соотношения цен на продукцию предприятия 1 и предприятия 2.

Эти значения были вычислены по результатам маркетингового исследования. Поскольку на рынке региона действует только два предприятия, то долю продукции второго предприятия, приобретенной населением, в зависимости от соотношения цен можно определить из условия, что сумма соответствующих долей предприятий равна единице.

Какое предприятие в описанных условиях окажется в выигрышном положении? Составьте матрицу выигрышей игрока *А* – предприятия 1. Коэффициенты выигрышей в матрице определять как значение разницы прибыли предприятий 1 и 2 от производства продукции. Если эта разница положительная, то выигрывает предприятие 1, если отрицательная – предприятие 2.

Лабораторное занятие № 12.*Статистические игры. Принятие решений в условиях неопределенности и риска*

Теоретические вопросы

1. Дайте определение природы.
2. Какие игры называются статистическими?
3. В чем особенность ситуаций принятия решений в условиях неопределенности (риска)?
4. Сформулируйте алгоритмы применения основных критериев принятия решений в условиях неопределенности и риска.

Задания для аудиторной работы

1. Сезонный торговец прохладительными напитками продает напитки в сезон (в августе), а заказать их поставку от оптовика и оплатить заказ он должен уже в марте. Оптовик поставляет прохладительные напитки только малыми (1000 л), средними (2000 л) или крупными (3000 л) партиями.

   Торговец закупает напитки в марте по цене 1 ден. ед./л, продает их в августе по цене 1,5 ден. ед./л, а если к концу сезона (к сентябрю) у него остаются нераспроданные напитки, он возвращает их оптовику, но уже по цене 0,7 ден. ед./л. По своему прошлому опыту торговец знает, что объемы продаж прохладительных напитков зависят от состояния погоды в августе. Так, если в августе будет холодно, то объем продаж составит скорей всего 500 л, если прохладно — 900 л, если тепло — 2000 л и если жарко — 2800 л.

   Торговцу необходимо принять решение о том, какую партию прохладительных напитков ему следует заказать у оптовика в марте, чтобы получить наибольшую прибыль от их продажи в августе. Определите наилучшее решение торговца, если он пользуется различными критериями принятия решений в условиях неопределенности. Каким будет наилучшее решение торговца прохладительными напитками, если вероятности наступления холодной, прохладной, теплой и жаркой погоды в августе равны 0,1; 0,2; 0,4 и 0,3 соответственно, а торговец использует: а) критерий максимальной ожидаемой прибыли; б) критерий минимального ожидаемого риска; в) критерий Лапласа.

   2. Менеджер оптового склада хозяйственных товаров должен решить, сколько газонокосилок заказать для наступающего сезона. Каждая газонокосилка, проданная в сезон, дает 100 д.е. прибыли, а каждая непроданная – приносит убыток в размере 150 д.е. Менеджер может разместить заказ только на целое число сотен косилок и продавать их дилерам собирается по сотням. Вероятности различных значений спроса, которые определяются имеющимися у менеджера статистическими данными, представлены в таблице:

Спрос	100	200	300	400	500	600	700
Вероятности	0,03	0,08	0,17	0,27	0,3	0,11	0,04

Постройте платежную матрицу. Применяя различные критерии в условиях риска и неопределенности, определите наилучшую величину заказа.

Маркетинговое агентство предлагает провести специальное исследование для уточнения спроса на данный вид товара в наступающем сезоне. Стоимость исследования 8000 д.е. Стоит ли менеджеру воспользоваться услугами агентства?

Решите задачу с использованием средств MS Excel или системы компьютерной математики.

3. Сельскохозяйственное предприятие планирует засеять поле площадью 5000 га двумя различающимися потреблением влаги во время вегетационного периода сортами ржи. Проанализировав погодные условия, выделены 4 состояния погоды (S1, S2, S3, S4), отличающиеся режимом осадков, и найдены статистические вероятности каждого состояния$q_1 = 0{,}1, q_2 = 0{,}2, q_3 = 0{,}5, q_4 = 0{,}2$. Средняя урожайность (ц/га) каждого сорта на всем участке для каждого состояния погоды приведены в таблице:

	S_1	S_2	S_3	S_4
Сорт 1	23	29	31	37
Сорт 2	36	33	28	24

Возможны варианты посева:

1) сорт 1 посадить на 100% площади;
2) сорт 1 посадить на 75% площади, сорт 2 посадить на 25% площади;
3) сорт 1 посадить на 50% площади, сорт 2 посадить на 50% площади;
4) сорт 1 посадить на 25% площади, сорт 2 посадить на 75% площади; 5)сорт2 посадить на100% площади.

Постройте платежную матрицу, матрицу рисков. Определите наилучшую стратегию с помощью критериев принятия решений в условиях риска.

4. Владелец частной стоматологической клиники «Счастливая улыбка» решает вопрос об открытии детского отделения. Если рождаемость в городке будет продолжать расти, то большое отделение могло бы принести прибыль в 150 тыс.д.е. Если будет открыто небольшое отделение, то оно ежегодно может приносить прибыль в 60 тыс.д.е. при условии, что рождаемость будет увеличиваться. Если рождаемость в городке не будет увеличиваться, то открытие большого детского отделения принесет клинике убыток в 85 тыс.д.е., открытие небольшого отделения – в 45 тыс.д.е. К сожалению, у владельца клиники нет информации о том, как будет изменяться рождаемость в городке. Постройте дерево решений.

1) Определите наилучшее решение, пользуясь методом обратного пересчета, если вероятность роста рождаемости составит 0,3. Чему равно значение максимальной ожидаемой прибыли для наилучшей альтернативы?
2) Определите наилучшее решение, пользуясь критерием Лапласа. Чему равно значение максимальной ожидаемой прибыли для наилучшей альтернативы?

<u>Задания для самостоятельной работы</u>

1. Продавец сувениров должен принять решение, какой объем партии сувениров ему необходимо закупить у оптового поставщика в январе, чтобы продавать их в августе.
   Он знает, что объемы продаж в августе очень сильно зависят от погоды. Оптовый поставщик поставляет сувениры по цене 20 ден. ед. за одну шт. и только тремя партиями: 300 шт., 850 шт. и 1500 шт. Продавец сувениров продает сувениры по цене 60 ден. ед. за одну шт.Продавец сувениров предполагает, что если в августе будет холодно, то объем продаж сувениров составит 300 шт., если прохладно — то 900 шт., если тепло — то 1200 шт. и если жарко — то 1500 шт.

1) Составьте платежную матрицу продавца сувениров, отражающую сто прибыль и убытки от продажи сувениров.
2) Составьте матрицу рисков.

2. В городе планируется строительство кинотеатра. Имеются проекты на 250, 400, 500 и 600 мест. Затраты на содержание кинотеатра составляют 20000 руб. в день и дополнительно 2000 руб. за каждые сто мест (свыше 300). В день можно дать 6 сеансов, стоимость билета

составляет в среднем 80 руб. По оценкам экспертов количество посетителей в день может составить 2000, 2500 или 3000 человек.

1) Определите состояния природы, возможные альтернативы ЛПР.
2) Составьте платежную матрицу, матрицу рисков.
3) Определите наилучшее решение, применяя различные критерии. Решите задачу с использованием средств MS Excel.

3. Продавец газет покупает у поставщика газеты сегодня, чтобы продать их завтра. Он закупает газеты по 30 ден. ед. за пачку, а продает по 50 ден. ед. Ему необходимо принять решение о том, сколько пачек газет ему следует закупить у поставщика сегодня, чтобы продать их завтра.

   Объем продаж газет зависит от спроса на них, который продавец оценивает как отсутствие спроса, низкий спрос, средний спрос и высокий спрос. При отсутствии спроса на газеты он не продаст ни одной пачки, при низком спросе он продаст 1 пачку газет, при среднем — 2 пачки, при высоком — 3 пачки газет.

1) Составьте платежную матрицу продавца газет, отражающую его прибыль и убытки от продажи газет.
2) Составьте матрицу рисков.
3) Каким будет оптимальное решение продавца газет, т. е. сколько пачек газет (1,2 или 3) ему следует закупить у поставщика, если спрос на газеты на завтра ему неизвестен и он использует для принятия решения: а) критерий Лапласа, б) максиминный критерий Вальда, в) максимаксный критерий, г) кри терий минимаксного риска Сэвиджа?
4) Каким будет оптимальное решение продавца газет при известных вероятностях спроса на газеты на завтра: отсутствие спроса 0,1, низкий спрос 0,3, средний, спрос 0,4 и высокий спрос 0,2, если продавец использует критерий минимального ожидаемого риска?
5) Постройте дерево решений и определите оптимальное решение методом сворачивания дерева.

10 семестр

Лабораторное занятие № 1-2.*Нелинейное программирование*

Теоретические вопросы

1. Сформулируйте определение выпуклого множества. Приведите примеры.
2. Дайте определение выпуклой (вогнутой) функции. Приведите примеры.
3. Сформулируйте задачу нелинейного программирования.
4. В чем состоит задача безусловной оптимизации?
5. Сформулируйте необходимое условие оптимальности в задаче безусловной оптимизации.
6. Сформулируйте достаточное условие оптимальности в задаче безусловной оптимизации. Приведите примеры.
7. Как записать функцию Лагранжа для задачи нелинейного программирования?
8. В чем состоит метод Лагранжа решения задачи нелинейного программирования?
9. Сформулируйте теорему Куна-Таккера.
10. Каков алгоритм графического способа решения задачи нелинейного программирования?

Заданиядля аудиторной работы

1. Найдите решение задачи нелинейного программирования

$$x_1^2 + x_2^2 = 1,$$
$$z = x_1 + 2x_2 \to \max$$

графически и методом Лагранжа.

2. Автосалон реализует автомобили оптом и в розницу. При розничной продаже x автомобилей издержки автосалона равны $4x+x^2$ у.е. При оптовой реализации y автомобилей расходы составляют y^2 у.е. Найдите оптимальный план продажи автомобилей, минимизирующий суммарные расходы, если общее число автомобилей, имеющихся в автосалоне, равно 200.

3. Предприятие располагает ресурсами двух видов сырья и рабочей силы, необходимыми для производства двух видов продукции. Затраты ресурсов на изготовление одной тонны каждого продукта, прибыль, получаемая предприятием от реализации тонны продукта, а также запасы ресурсов указаны в следующей таблице:

Ресурс	Расход ресурса		Запас ресурса
	на продукт 1	на продукт 2	
Сырье 1, т	3	5	120
Сырье 2, т	6	4	150
Трудозатраты, ч	14	12	400
Прибыль единицы продукта, тыс.руб./т	72	103	

Стоимость одной тонны вида сырья 1 определяется по формуле $(9-0{,}02r_1)$, а сырья 2 — по формуле $(5-0{,}01r_2)$, где r_1, r_2 — затраты сырья на производство продукции. Ответьте на следующие вопросы

1) Сколько продукта 1 и продукта 2 следует производить для того, чтобы обеспечить максимальную прибыль?
2) Какова максимальная прибыль?
3) На какую величину возрастет максимальная прибыль, если запасы сырья 2 увеличатся на 10 тонн?
4) На какую величину возрастет максимальная прибыль, если допустимый объем трудозатрат увеличится с 400 ч до 500 ч.

4. На молочном комбинате помимо других продуктов производится также сырковая масса трех наименований: “Изюминка”, “Ваниль” и “Орешек” жирности соответственно 6%, 5% и 3%. В качестве основных исходных продуктов используются творог жирности 8%, 7%, 2%, объемы суточных поставок которого составляют по 200 кг каждого вида, и сахар, имеющийся в количестве 70 кг в сутки. По технологии для получения 1 кг сырковой массы «Изюминка» требуется сахара 30 г, для «Ваниль» — 40 г и для «Орешек» — 60 г. Цена сырковой массы «Изюминка» равна 36 руб./ кг, «Ваниль» 35 руб./ кг и «Орешек» 33 руб./ кг. Закупочная цена творога 8%-й жирности определяется зависимостью $(29 - 0{,}003x)$ руб./кг, где x — объем закупки (кг). Аналогичные зависимости для творога 7%-й жирности $(27 - 0{,}008x)$ руб./кг и для творога 2%-й жирности $(26 - 0{,}005x)$ руб./кг. Минимальный выпуск сырковой массы: «Изюминка» — 100 кг, «Ваниль» — 50 кг, «Орешек» — 50 кг. Постройте производственную программу, максимизирующую общую суточную прибыль. Ответьте на следующие вопросы

1) Какова максимальная прибыль?
2) Каков оптимальный объем производства сырковой массы «Орешек», «Ваниль» и «Изюминка»?
3) Каковы размеры оптимальных затрат?
4) На сколько рублей изменится прибыль, если ресурс творога жирности 8% уменьшится на 3%?

<u>Заданиядля самостоятельной работы</u>

1. Найдите решение задачи нелинейного программирования

а) $z = 3x_1 + x_2,$ б) $z = x^2 + y^2 - 2x - 10y + 26,$

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \le 40, \\ x_1^2 + x_2^2 \ge 4, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \ge -4, \\ 5x_1 + 2x_2 \le 20, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

графически и методом Лагранжа.

2. На двух предприятиях отрасли необходимо изготовить 200 изделий некоторой продукции. Затраты, связанные с производством x_1 изделий на первом предприятии равны $4x_1^2$ ден.ед., а затраты, обусловленные изготовлением x_2 изделий на втором предприятии, составляют $20x_2 + 6x_2^2$ ден.ед. Определите, сколько изделий на каждом из предприятий следует произвести, чтобы общие затраты , обусловленные изготовлением необходимой продукции, были минимальными.

Лабораторное занятие № 3-5.*Приближенные методы решения задач нелинейного программирования*

Теоретические вопросы

1. Сформулируйте определение выпуклого множества. Приведите примеры.
2. Дайте определение выпуклой (вогнутой) функции. Приведите примеры.
3. Сформулируйте задачу нелинейного программирования.
4. Какие функции называются сепарабельными?
5. В чем заключается идея метода кусочно-линейной аппроксимации решения задачи нелинейного программирования?
6. В чем заключается идея метода спуска решения задачи нелинейного программирования?

Заданиядля аудиторной работы

1. Найдите решение задачи нелинейного программирования методом кусочно-линейной аппроксимации

а) $z = (x_1 - 5)^2 + 2(x_2 - 6)^2 \to \min,$

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 \le 16, \\ 3x_1 + x_2 \le 15, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0; \end{cases}$$

б) $z = x_2 - x_1^2 + 6x_1 - 9 \to \max,$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \le 24, \\ x_1 + 2x_2 \le 15, \\ 3x_1 + 2x_2 \le 24, \\ x_2 \le 4, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

2. Методом Франка—Вулфа решить задачу нелинейного программирования (в качестве начальной точки взять (0; 0; 0)):

$$z = 6x_2 + 6x_3 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 \to \max,$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \le 6, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 \le 6, \\ x_3 \le 3, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0. \end{cases}$$

3. Методом Эрроу—Гурвица решить задачу нелинейного программирования:

$$z = -x_1^2 - x_2^2 \to \max,$$

$$\begin{cases} (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 5)^2 \le 8, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

Заданиядля самостоятельной работы

1. Найдите решение задачи нелинейного программирования методом кусочно-линейной аппроксимации

$$z = x_2 - x_1^2 \to \max ,$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2^2 \le 3, \\ x_1 \le 2/3, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

2. Методом Франка—Вулфа решить задачу нелинейного программирования (в качестве начальной точки взять (2; 2)):

$$z = 2x_1 + 4x_2 - x_1^2 - 2x_2^2 \to \max\ ,$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 8, \\ 2x_1 - x_2 \le 12, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

3. Методом Эрроу—Гурвица решить задачу нелинейного программирования:

$$z = 4x_1 + 10x_2 - x_1^2 - x_2^2 \to \max,$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 4, \\ x_2 \le 2, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

Лабораторное занятие № 6.*Модели Марковица*

Теоретические вопросы

1. Сформулируйте задачу об инвестиционном портфеле.
2. Какие модели задач об инвестиционном портфеле Вам известны?
3. Что называется матрицей ковариаций?
4. В чем состоит метод парных сравнений? Приведите примеры.

Задания для аудиторной работы

1.По открытым данным сформируйте набор активов и значения их стоимостей за последние 3 месяца. Постройте одну из моделей Марковица оптимального портфеля ценных бумаг, используя в качестве критерия оптимизации доходность портфеля.

Задания для самостоятельной работы

1.По данным задачи аудиторной работы постройте одну из моделей Марковица оптимального портфеля ценных бумаг, используя в качестве критерия оптимизации риск портфеля.

Лабораторное занятие № 7. *Динамическое программирование*

Теоретические вопросы

1. При решении каких задач используется метод динамического программирования?
2. Приведите примеры многошаговых задач.
3. Сформулируйте принцип оптимальности и запишите уравнение Беллмана.
4. Сформулируйте алгоритм нахождения оптимального решения задачи динамического программирования.

Задания для аудиторной работы

1. Решите задачу распределения инвестиций между предприятиями.

Имеется производственная фирма, в состав которой входят 3 предприятия. Руководство фирмы принимает решение о выделении 50 млн руб. для осуществления инновационных мероприятий на всех предприятиях фирмы в течение года. Функции дохода *f*заданы для каждого объема инвестиций *x* в табличной форме.

Объем ***инвестиций x (млн руб.)***	***Прирост дохода***		
	f_1	f_2	f_3
0	0	0	0
10	3	6	4
20	5	8	5
30	9	9	11
40	11	15	12
50	17	19	18

Задания для самостоятельной работы

1. На предприятии установлено новое оборудование. В таблице приведены зависимости производительности предприятия и затрат на обслуживание оборудования от возраста этого оборудования.

	Возраст оборудования					
	0	1	2	3	4	5
Производительность (у.е.)	80	75	65	60	60	55
Затраты на обслуживание (у.е.)	20	25	30	35	45	55

Замена текущего оборудования на новое стоит предприятию 40 у.е., старое оборудование при этом списывается. Найдите оптимальный план замены оборудования в течение 5 лет, чтобы общая прибыль предприятия за этот период была максимальной.

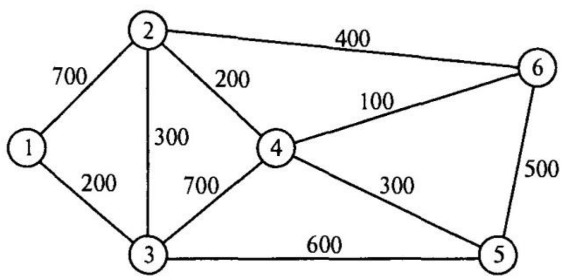
Лабораторноезанятие № 8.*Задача о кратчайшем пути в графе*

Теоретические вопросы

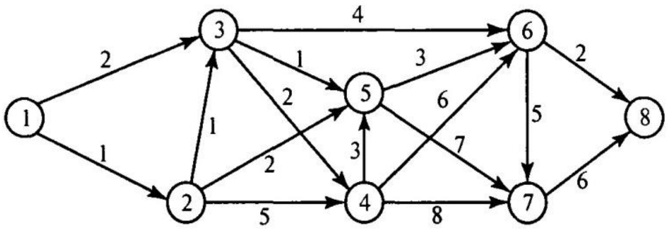
1. В чем заключается задача о кратчайшем пути в графе?
2. Сформулируйте алгоритм Дейкстры отыскания кратчайшего пути в графе.

Задания для аудиторной работы

1. Почтовая компания обслуживает шесть удаленных друг от друга районов, которые связаны сетью, представленной на рисунке. Компании необходимо определить наиболее эффективные маршруты пересылки почтовых отправлений между любыми двумя районами.



2. На рисунке показана транспортная сеть, соединяющая восемь городов, и расстояния между ними. Найдите кратчайшие маршруты между следующими городами: а) города 1 и 8; б) города 1 и 6; в) города 4 и 8; г) города 2 и 6.



Задания для самостоятельной работы

1. Компания по прокату автомобилей разрабатывает план по обновлению парка своих машин на следующие 5 лет (2022-2026 гг.). Создайте модель замены оборудования, предполагая, что автомобиль до замены должен эксплуатироваться не менее двух и не более четырех лет. Стоимость замены автомобиля в 2022-2026 гг. представлена в таблице:

Год покупки	Стоимость замены (в ден. ед.) в зависимости от срока эксплуатации		
	2	3	4
2022	3800	4100	6800
2023	4000	4800	7000
2024	4200	5100	7200
2025	4800	5700	–
2026	5300	–	–

2. Пекарня имеет пять точек по реализации своей продукции. Арендуя пять автомобилей, пекарня ежедневно поставляет в каждую точку заказанную продукцию, причем объем продукции всегда соответствует максимальной загрузке автомобиля (таким образом, использование одного авто для попутной доставки в несколько точек исключается). Специалист отдела логистики лично проехал между всеми этими объектами и занес в таблицу реальное расстояние между i-й и j-й точками (если между ними есть дорога). Таким образом, была учтена дорожная ситуация. Найдите оптимальный путь от пекарни до каждой из точек.

	№1	№2	№3	№4	№5	Пекарня
№1	0	5	4	12	1	–
№2	5	0	3	10	6	13
№3	4	3	0	6	13	22
№4	1	8	8	0	6	12
№5	4	9	3	8	0	10
Пекарня	–	13	24	14	20	0

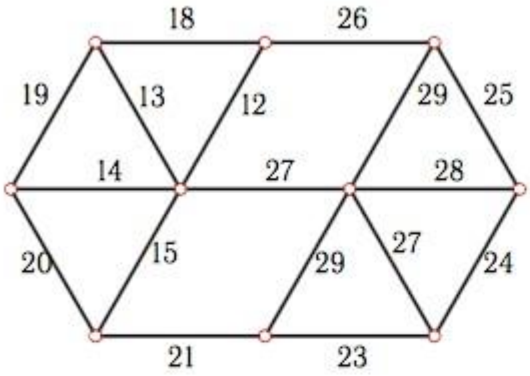
Лабораторноезанятие № 9.*Задача о нахождении графа наименьшей длины*

Теоретические вопросы

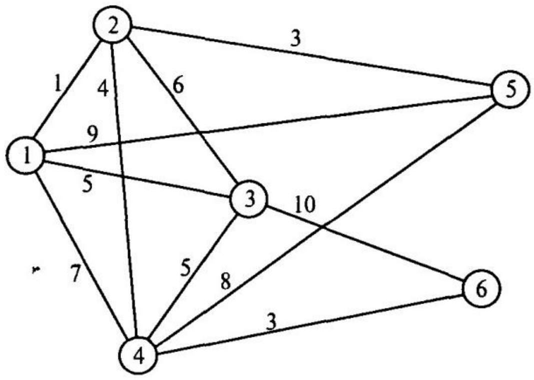
1. Дайте определение графа наименьшей длины. Приведите примеры.
2. Каким свойством обладает граф наименьшей длины?
3. Сформулируйте алгоритм построения графа наименьшей длины.

Задания для аудиторной работы

1. Постройте граф наименьшей длины



2. Маленькая интернет-компания «Гном-Телеком» планирует подключение к своей сети пяти новых районов города. На рисунке показана структура планируемой сети и расстояния между районами и серверной фермой компании.



Спланируйте: а) наиболее экономичную сеть; б) наиболее экономичную сеть при условии, что районы 2 и 5 невозможно соединить напрямую.

3. По заданной матрице расстояний постройте соответствующий ей граф и граф наименьшей длины:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 2 & 10 & 3 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 5 & 9 & 0 & 1 & 14 \\ 2 & 5 & 0 & 8 & 6 & 9 & 5 \\ 10 & 9 & 8 & 0 & 11 & 7 & 4 \\ 3 & 0 & 6 & 11 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 9 & 7 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 14 & 5 & 4 & 2 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Для обустройства загородного дома Олег Архипович решил проложить дорожки, соединяющие все объекты инфраструктуры: дом (А), баня (Б), гараж (В), домик для гостей (Г), беседка (Д), бассейн (Е), водопад (Ё), теннисный корт (Ж) и футбольное поле (З). Длина предполагаемых дорожек между объектами приведена в таблице.

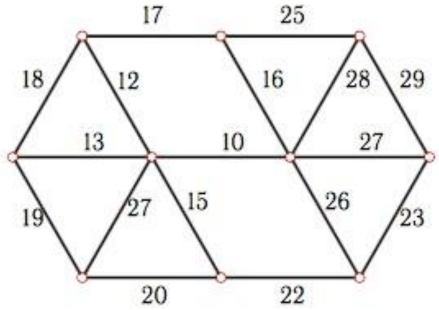
	А	Б	В	Г	Д	Е	Ё	Ж	З
А	0	10	10	80	40	20	100	60	70
Б	10	0	20	100	20	10	90	120	100
В	10	20	0	60	40	60	110	50	60
Г	80	100	60	0	40	40	90	40	60
Д	40	20	40	40	0	40	80	60	80
Е	20	10	60	40	40	0	120	20	30
Ё	100	90	110	90	80	120	0	30	80
Ж	60	120	50	40	60	20	30	0	10

3	70	100	60	60	80	30	80	10	0

Разработайте проект наименьшей стоимости.

<u>Задания для самостоятельной работы</u>

1. Постройте граф наименьшей длины



2. Проводится газификация поселков А, Б, …, Ж Первоапрельского района Весенней губернии. Расстояние между населенными пунктами (в км) приведено в таблице:

Пункты	А	Б	В	Г	Д	Е	Ё	Ж
А	0	3	6	7	5	7	15	12
Б	3	0	1	6	4	7	13	9
В	6	1	0	6	4	3	9	7
Г	7	6	6	0	8	4	3	6
Д	5	4	4	8	0	2	8	3
Е	7	7	3	4	2	0	5	2
Ё	15	13	9	3	8	5	0	5
Ж	12	9	7	6	3	2	5	0

Постройте конфигурацию газопровода, имеющего наименьшую протяженность.

3. Телефонная компания получила заказ на местную телефонизацию 8 деревень, расположенных в необжитой части Сибири. В каждой деревне построили небольшую АТС, и только на АТС возможно разветвление проводов. Важно, чтобы между любыми двумя деревнями была телефонная связь. Ввиду наличия множества хищных зверей, проживающих в окрестных лесах, и мерзлости грунта, кабель решили прокладывать в воздухе, на уже имеющихся столбах линий электропередач и иных надземных коммуникаций, соединяющих некоторые из деревень. Заданы расстояния между деревнями, которые уже соединены коммуникациями. Найти самое экономичное решение. Критерий: минимальная суммарная длина телефонных проводов. Вычислить стоимость проекта, если стоимость прокладки 1 км телефонной линии равна 9000 руб. Расстояния между деревнями (там, где есть коммуникации) даны в таблице:

	Д1	Д2	Д3	Д4	Д5	Д6	Д7	Д8
Д1	0	15	–	15	19	20	25	12
Д2		0	20	11	–	16	11	–
Д3			0	8	12	3	5	2
Д4				0	7	5	–	9
Д5					0	4	18	7
Д6						0	9	4
Д7							0	–
Д8								0

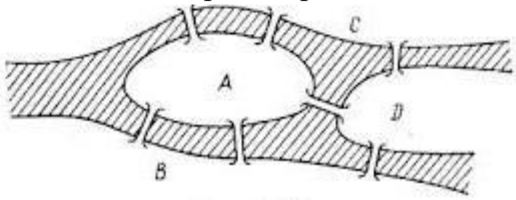
Лабораторноезанятие № 10.*Задача инспекции дорог.*

Теоретические вопросы

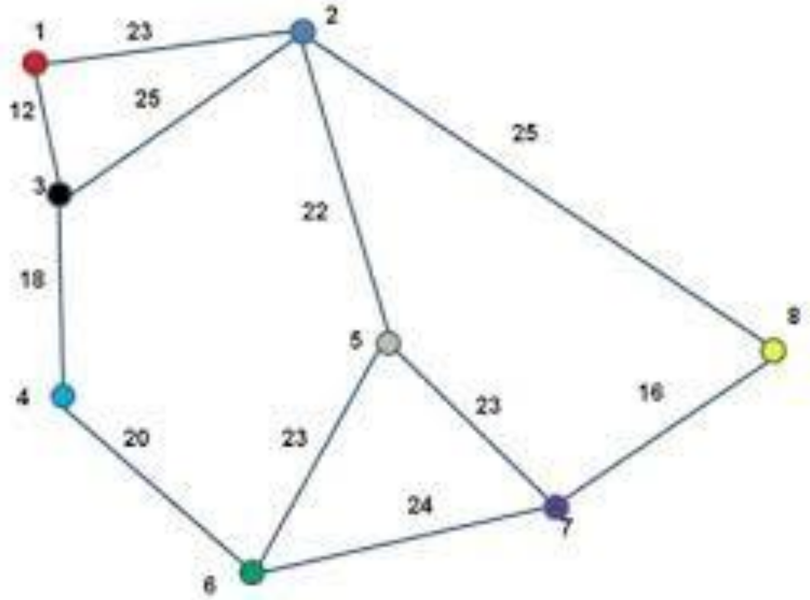
1. Дайте определение степени вершины графа. Приведите примеры.
2. Какой цикл в графе называется эйлеровым?
3. Сформулируйте критерий существования эйлерова цикла.
4. В чем состоит задача китайского почтальона? Сформулируйте алгоритм ее решения.

Задания для аудиторной работы

1. *«Задача о кенигсбергских мостах».* В городе Кенигсберге было 7 мостов через реку Прегель. Можно ли, прогуливаясь вдоль реки, пройти по каждому мосту ровно один раз?

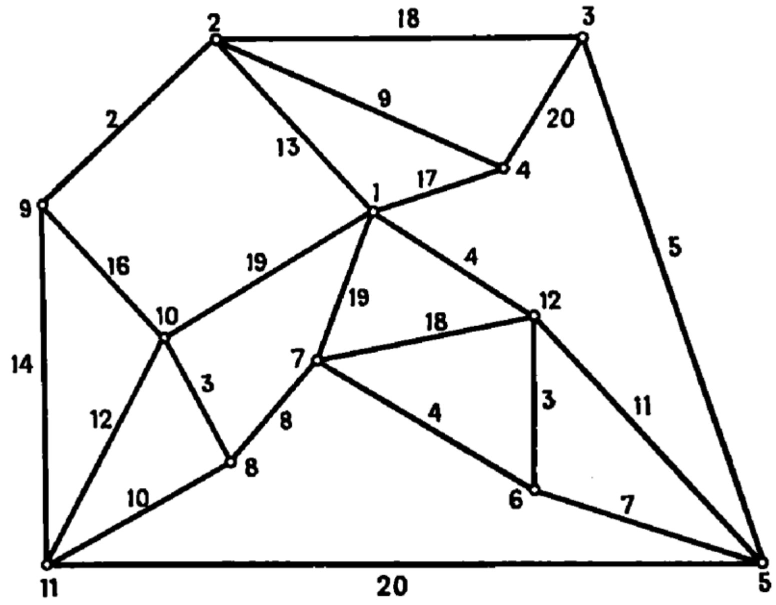


2. Цирк «Царь тайги» проводит рекламную кампанию в городе, используя промоавтомобиль. Схема городских улиц представлена в виде графа. Промоавтомобиль должен объехать все улицы города хотя бы один раз. Определите длину наименьшего пути промоавтомобиля, если цирк находится в вершине №1 графа.



Задания для самостоятельной работы

1. Дана схема дорог микрорайона. Выехав с базы (вершина 1), требуется, затратив наименьшее время, обработать противогололедной смесью все дороги и вернуться обратно. Время проезда по каждой, улице микрорайона представлено на схеме.



Лабораторноезанятие № 11.*Задача коммивояжера.*

Теоретические вопросы

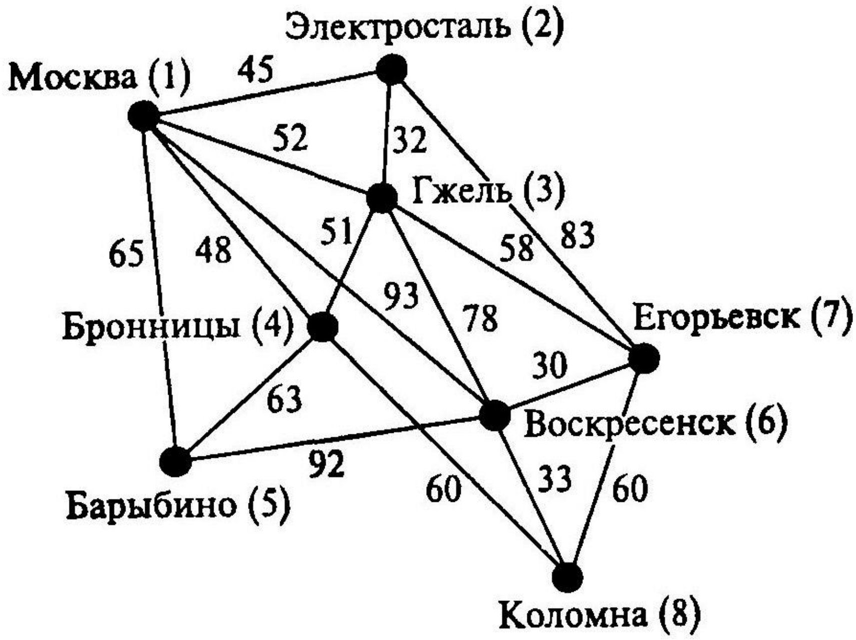
1. Дайте определение полного графа. Приведите примеры.
2. Какой цикл в графе называется гамильтоновым?
3. В чем состоит задача коммивояжера.
4. Сформулируйте деревянный алгоритм решения задачи коммивояжера.
5. Какие еще методы решения задачи коммивояжера Вам известны?
6. Какова модель линейного программирования решения задачи коммивояжера?

Задания для аудиторной работы

1. Почтальон Печкин, выехав из деревни Простоквашино, должен доставить почту еще в четыре деревни данного района, побывав в каждой деревне ровно один раз, и вернуться назад. Определите кольцевой маршрут минимальной продолжительности Печкина, если время движения между деревнями этого района известно и представлено в виде матрицы:

Деревня	П	А	Б	В	Г
П	0	20	50	40	10
А	20	0	70	20	15
Б	50	70	0	30	40
В	40	20	30	0	80
Г	10	15	40	80	0

2. Представитель фирмы с целью инспектирования выезжает из центрального офиса в г. Москва в филиалы, расположенные в городах Московской области (см. схему). Он должен посетить каждый филиал и вернуться обратно в кратчайшие сроки. Определите самый короткий маршрут объезда всех филиалов.



<u>Задания для самостоятельной работы</u>

1. Решите задачу коммивояжера по следующей матрице расстояний:

Пункты	А	Б	В	Г	Д	Е
А	0	20	28	12	39	32
Б	21	0	15	9	17	27
В	30	25	0	45	29	47
Г	7	52	40	0	15	1
Д	50	46	11	5	0	34
Е	11	45	14	21	30	

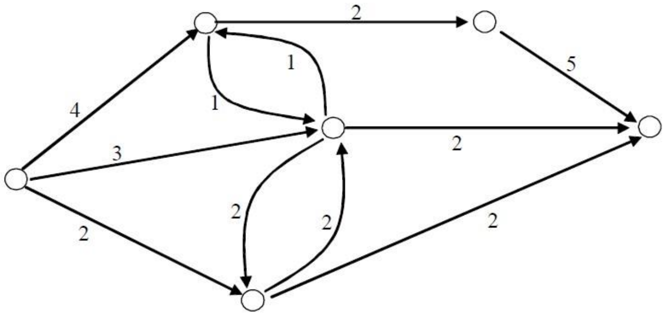
Лабораторное занятие № 12.*Потоковые модели. Задача о наибольшем потоке*

<u>Теоретические вопросы</u>

1. Дайте определение потока физической величины. Приведите примеры.
2. Что такое пропускная способность некоторого объекты?
3. Сформулируйте определение транспортной сети.
4. В чем состоит свойство непрерывности потока в транспортной сети?
5. Какая дуга в сети называется насыщенной? Дайте определение полного потока в транспортной сети.
6. Сформулируйте задачу о максимальном потоке.
7. Сформулируйте алгоритм Форда-Фалкерсона решения задачи о наибольшем потоке?
8. Постройте математическую модель задачи линейного программирования для решения задачи о наибольшем потоке.

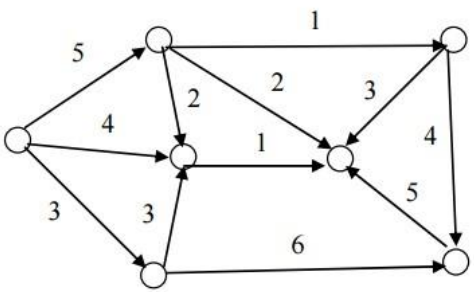
<u>Задания для аудиторной работы</u>

1. Транспортная система городка С представлена на рисунке.

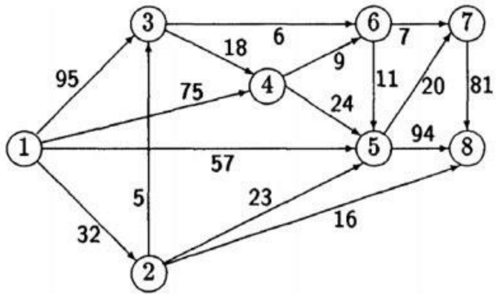


Найдите максимальный поток автомобилей, который способна обслужить данная система, если цифрами обозначена максимальная пропускная способность каждого участка дороги (тыс. машин в день). Дайте рекомендации мэру городка о необходимости расширения транспортной сети.

2. Газотранспортная система некоторого городка представлена на схеме. Найдите распределение объема газа по каждому из трубопроводов, при котором общий объем транспортируемого газа будет наибольшим, если схема имеет вид:



а)

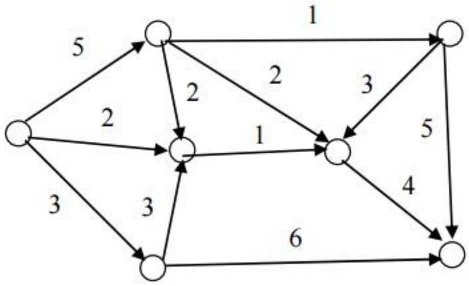


б)

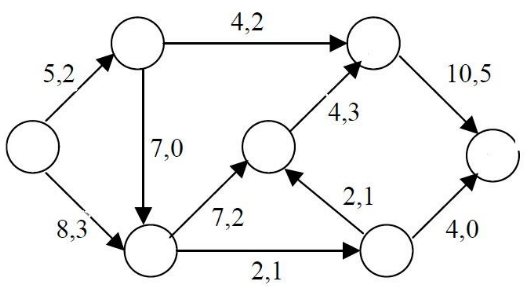
Укажите «узкое место» сети и определите его пропускную способность.

<u>Задания для самостоятельной работы</u>

1. Газотранспортная система некоторого городка представлена на схеме. Найдите распределение объема газа по каждому из трубопроводов, при котором общий объем транспортируемого газа будет наибольшим, если схема имеет вид:

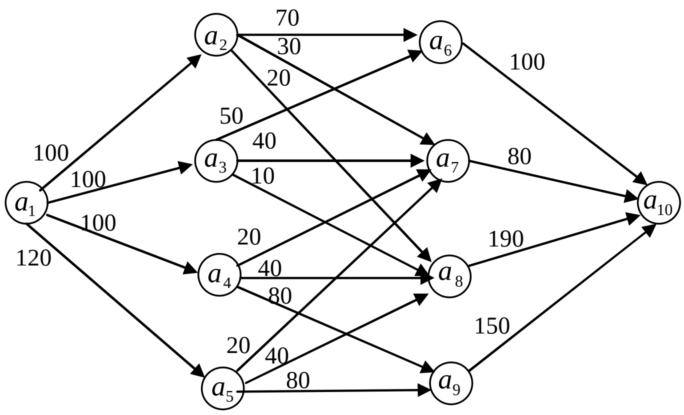


а)



б)

2. Заданы топология и пропускные способности каналов замкнутой информационной сети. Найдите максимальный поток, проходящий по данной сети.



6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

Текущая аттестация включает поодной контрольной работе в каждом семестре.

Контрольная работа № 1 (9 семестр, типовой вариант)

Торговое предприятие планирует организовать продажу четырех видов товара (A, B, C и D), используя при этом только два вида ресурсов: рабочее время продавцов в количестве 840 ч и площадь торгового зала 180 м^2. При этом известны плановые нормативы затрат этих ресурсов на единицу каждого товара и прибыль от их продажи, которые приведены в таблице.

Показатели	Товар				Общее количество ресурсов
	A	*B*	*C*	*D*	
Расход рабочего времени на единицу товара (ч)	0,6	0,8	0,6	0,4	840
Использование площади торгового зала на единицу товара (м^2)	0,1	0,2	0,4	0,1	180
Прибыль от продажи единицы товара	5	8	7	9	

Требуется определить оптимальную структуру товарооборота, обеспечивающую торговому предприятию максимум прибыли. Проанализируйте модель на чувствительность по ресурсам и ценам. Постройте и решите двойственную задачу.

Критерии оценивания контрольной работы № 1

1. Нормы оценивания: корректно построена математическая модель задачи, найдено её решение – 2 балла, корректно проведён анализ на чувствительность – 2 балла, правильно построена и решена двойственная задача – 1 балл, с возможностью градации в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

№ п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

Контрольная работа № 2 (10 семестр, типовой вариант)

Предприятие производит два вида паркета из дуба, которые отличаются друг от друга толщиной и формой деталей. Ресурсами для производства служат пропитка и дубовая доска, их имеющиеся запасы равны 150 кг и 20 м^3 соответственно. Для производства 1 м^2 паркета вида 1 требуется 0,01 м^3 досок и 0,05 кг пропитки. Для производства 1 м2 паркета вида 2 требуется 0,02 м^3 досок и 0,15 кг пропитки.
Затраты на 1 м^3 дубовой доски равны $(1000 - 3r_1)$ руб., где r_1 – объём дубовых досок, использованных при производстве. Затраты на 1 кг пропитки равны $(500 - 0{,}5r_2)$ руб., где r_2 – количество пропитки, использованной при производстве.
Цены на паркет каждого вида взаимосвязаны и равны: на паркет вида 1 – $100 - 0{,}04x_1 - 0{,}01x_2$ руб/м^2; на паркет вида 2 – $210 - 0{,}008x_1 - 0{,}03x_2$, где x_1, x_2 – объемы производства паркета соответственно вида 1 и вида 2.
Определите оптимальную суточную схему производства предприятия, чтобы его прибыль была наибольшей.

Критерии оценивания контрольной работы № 2

1. Нормы оценивания: корректно построена математическая модель задачи– 3 балла, найдено верное решение задачи – 2 балла, с возможной градацией в 0,25 балла.
2. Шкала оценивания работы:

№ п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация включает зачет по итогу 6 семестра и экзамен по итогу 10 семестра.

Образец задания к зачету

Фирма выпускает изделия двух типов *А* и *В*. При этом используется сырье 4 видов. Расход сырья каждого вида на изготовление одной тысячи изделий задан в таблице:

Изделие	Сырье			
	1	2	3	4
A	2	1	0	2
B	3	0	1	1

Запасы сырья 1-ого вида составляют 21 ед., 2-ого вида – 4 единицы, 3-его вида – 6 ед., 4-ого вида – 10 ед. Выпуск одной тысячи изделий типа *А* приносит доход 300 ден. ед., одной тысячи изделий типа *В* - 200 ден. ед. Составьте план производства, обеспечивающий фирме наибольший доход.

Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра согласно Положению о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Смоленский государственный университет» (утверждено приказом и.о. ректора № 01-113 от 26.09.2019 г., внесены дополнения приказом ректора№ 01-48 от 30.04.2020 г.).
Для получения зачета студент должен:

- уметь отвечать на теоретические вопросы, рассмотренные на лекциях;
- уметь решать задачи, предложенные на лабораторных занятиях.

Вопросы для подготовки к экзамену (10 семестр)

1. Нелинейное программирование. Постановка задачи нелинейного программирования.

2. Графический способ решения задачи нелинейного программирования.
3. Метод множителей Лагранжа решения задачи нелинейного программирования.
4. Задачи выпуклого программирования. Теорема Куна–Такера.
5. Метод кусочно-линейной аппроксимации решения задач нелинейного программирования.
6. Метод градиентного спуска решения задач нелинейного программирования.
7. Задача об инвестиционном портфеле. Модели Марковица.
8. Динамическое программирование. Общая постановка задачи динамического программирования.
9. Принцип оптимальности и уравнения Беллмана.
10. Алгоритм Беллмана–Форда.
11. Задача о кратчайшем пути в графе.
12. Задача построения графа наименьшей длины.
13. Понятие потоковой модели. Задача о наибольшем потоке.
14. Задача китайского почтальона.
15. Задача коммивояжера.

Экзамен состоит из двух частей: тест из 15 вопросов и практическая задача

Образец тестовых вопросов

1. В любом неориентированном графе число вершин в нечётной степени
   a. произвольно.
   b. всегда нечётно.
   c. всегда чётно.
2. Укажите все требования, которым должна удовлетворять задача нелинейного программирования, чтобы её можно было решить методом множителей Лагранжа.
   a. Система ограничений содержит равенства
   b. Частные производные второго порядка целевой функции и функций системы ограничений непрерывны
   c. Целевая функция и функции системы ограничений дифференцируемы
   d. Переменные задачи неотрицательны
   e. Система ограничений содержит неравенства
   f. Частные производные целевой функции и функций системы ограничений непрерывны

Образец задачи

Решить задачу нелинейного программирования методом множителей Лагранжа

$$f = 3x_1^2 + 2x_1 + 2x_2^2 + 4x_2x_3 \to \min,$$
$$\begin{cases} x_1^2 + 2x_2^2 = 19, \\ x_1 + 2x_2x_3 = 11. \end{cases}$$

Критерии оценивания ответа на экзамене

1. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть	Количество баллов
1	Тест	Сумма баллов / 3
2	Задача	5 баллов (*)

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

Итоговая оценка равна среднему между оценкой за тест и решение задачи.

2. Шкала оценивания:

№ п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5

4	Неудовлетворительно	менее 3

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

7.1. Основная литература

1. Исследование операций в экономике : учебник для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 414 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12800-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/468404.
2. Зенков, А. В. Методы оптимальных решений : учебное пособие для вузов / А. В. Зенков. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 201 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05377-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/473421.
3. Палий, И. А. Линейное программирование : учебное пособие для вузов / И. А. Палий. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 175 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04716-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/472883.
4. Рубчинский, А. А. Методы и модели принятия управленческих решений : учебник и практикум для вузов / А. А. Рубчинский. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 526 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03619-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/469183.
5. Челноков, А. Ю. Теория игр : учебник и практикум для вузов / А. Ю. Челноков. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 223 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00233-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/469214.
6. Красс, М. С. Математика в экономике: математические методы и модели : учебник для бакалавров / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов ; ответственный редактор М. С. Красс. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 541 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-3138-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/426162.

7.2.Дополнительная литература

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах: Учебное пособие. 3-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2011. – 352 с.
2. Гусева Е.Н. Экономико-математическое моделирование: [Электронный ресурс] учебное пособие / Е.Н. Гусева. – М.: Издательство "ФЛИНТА", 2016.
3. Кузнецов А.В. Высшая математика: Математическое программирование / А.В. Кузнецов, В.А. Сакович, Н.И. Холод. – Мн.: Высш. шк., 1994.

7.3.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Национальный открытый университет «Интуит». URL: http://www.intuit.ru
2. Система дистанционного обучения СмолГУ https://cdo.smolgu.ru
3. Национальная платформа открытого образования https://openedu.ru

8. Материально-техническое обеспечение

Для проведения занятий лекционного типа имеется аудитория с проектором и ноутбуком (нестационарными) – ауд. 409, для проведения занятий семинарского типа – ауд. 226, оборудованная ПК и выходом в Интернет, проектором и интерактивной доской; для самостоятельной работы –ауд. 235, оснащённая ПК с выходом в Интернет.

9.Программное обеспечение

PTCMathcad 15.0 (Лицензия 449732)

Система дистанционного обучения СмолГУ. URL: http://www.cdo.smolgu.ru. (СДО Русский Moodle 3KLNorm с техническим обслуживанием, Акт на передачу прав №УТДЮ0001785 от 06.12.2016)

Microsoft Open License, лицензия 49463448 всоставе:

1. Microsoft Windows Professional 7 Russian.
2. Microsoft Office 2010 Russian.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0
Владелец: **Артеменков Михаил Николаевич**
Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022