

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»

Кафедра математического анализа

«Утверждаю»
Проректор по учебно-
методической работе
Ю. А. Устименко.
«б» сентября 2022 г.

**Рабочая программа дисциплины
Б1.В.02. Вероятность и аппроксимация**

Направление подготовки: 02.04.01 Математика и компьютерные науки
Направленность (профиль): Методы моделирования в анализе и стохастике
Форма обучения - очная
Курс – 1
Семестр – 2
Всего зачетных единиц – 3, часов – 108
Форма отчетности: зачет – 2 семестр

Программу разработал
кандидат физико-математических наук, доцент Хартов А. А.

Одобрена на заседании кафедры
«30» августа 2022 г., протокол № 11

Смоленск
2022 г.

1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Вероятность и аппроксимация» содержится в Блоке 1 дисциплин из части, формируемой участниками образовательных отношений. Она изучается во 2-м семестре и является вспомогательной для изучения таких дисциплин, как «Случайные процессы», «Прикладные стохастические модели», «Аналитические и вероятностные методы».

Целью освоения дисциплины является содействие становлению профессиональной компетентности магистра математики и компьютерных наук за счет углубленного изучения предельных теорем и смежных вопросов теории вероятностей, а также основанных на них методах аппроксимации.

Изучение курса основано на традиционных методах высшей школы, тесной взаимосвязи со смежными курсами, а также на использовании современной учебной, методической литературы, информационных и образовательных технологий.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения
ПК-1. Способен осуществлять поиск, анализ и систематизацию научной информации в области анализа и стохастики для реализации научно-исследовательских проектов	Знает: теоретические основы и технологии организации научно-исследовательской деятельности, современный аппарат, методологическую базу и сферу приложения анализа и стохастики, пути использования имеющихся знаний при проведении научно-исследовательской работы. Умеет: осуществлять поиск, анализ, систематизацию научной информации в области анализа и стохастики и их приложений для реализации научно-исследовательских проектов. Владеет: навыками организации и проведения научно-исследовательской деятельности в ходе выполнения профессиональных функций.
ПК-2. Способен применять методы стохастического и аналитического математического моделирования для решения прикладных задач	Знает: методы стохастического и аналитического математического моделирования. Умеет: выбирать методики разработки требований к модели, строить причинно-следственные связи, формулировать требования к модели и цели ее создания, исходя из анализа проблем, потребностей и возможностей, анализировать соответствие требованиям существующих моделей, алгоритмизировать деятельность. Владеет: навыками анализа проблемной ситуации, разработки требований к модели, постановки цели, разработки концепции модели, стохастического и аналитического математического моделирования для решения прикладных задач.

3. Содержание дисциплины

Безгранично делимые вероятностные законы. Определение и простейшие свойства безгранично делимых вероятностных законов. Каноническое представление характеристических функций безгранично делимых распределений. Формулы Леви, Леви-Хинчина, Колмогорова. Аналитические свойства безгранично делимых законов.

Предельные теоремы. Безгранично делимые распределения — предельные для распределений сумм независимых случайных величин. Сходимость к заданному безгранично делимому распределению. Предельные распределения класса L и их свойства. Устойчивые распределения и их свойства. Предельные теоремы о сходимости к устойчивым законам и области притяжения. Уточнение предельных теорем для случая сходимости к нормальному закону.

4. Тематический план

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий				
			лекции	семинары	практические занятия	лабораторные занятия	самостоятельная работа
1.	Безгранично делимые вероятностные законы	54	8		8		38
2.	Предельные теоремы	54	8		8		38
Итого		108	16		16		76

5. Виды образовательной деятельности

Занятия лекционного типа

Лекция 1. Безгранично делимые вероятностные законы. Определение и простейшие свойства безгранично делимых вероятностных законов.

Лекция 2. Безгранично делимые вероятностные законы Каноническое представление характеристических функций безгранично делимых распределений.

Лекция 3. Безгранично делимые вероятностные законы Формулы Леви, Леви-Хинчина, Колмогорова.

Лекция 4. Безгранично делимые вероятностные законы Аналитические свойства безгранично делимых законов.

Лекция 5. Предельные теоремы. Безгранично делимые распределения – предельные для распределений сумм независимых случайных величин. Сходимость к заданному безгранично делимому распределению.

Лекция 6. Предельные теоремы. Предельные распределения класса L и их свойства. Устойчивые распределения и их свойства.

Лекция 7-8. Предельные теоремы. Предельные теоремы о сходимости к устойчивым законам и области притяжения. Уточнение предельных теорем для случая сходимости к нормальному закону.

Занятия семинарского типа

Практические занятия 1-4. Безгранично делимые вероятностные законы

Задания для аудиторной работы: задачи №8.1-8.21, 8.30-8.44 (нечетные) из Главы 8 из [4] списка доп. литературы.

Задания для самостоятельной работы: задачи №8.1-8.21, 8.30-8.44 (четные) из Главы 8 из [4] списка доп. литературы.

Практические занятия 5-8. Предельные теоремы.

Задания для аудиторной работы: задачи №8.22-8.29 (нечетные) из Главы 8, задачи 6.123-6.128 (нечетные) из Главы 6 из [4] списка доп. литературы. Задачи №1-9 (нечетные) параграфа 6 Главы III из [8] списка доп. литературы.

Задания для самостоятельной работы: задачи №8.22-8.29 (четные) из Главы 8, задачи 6.123-6.128 (четные) из Главы 6 из [4] списка доп. литературы. Задачи №1-9 (четные) параграфа 6 Главы III из [8] списка доп. литературы.

На каждом практическом занятии обучающимся задаются *контрольные вопросы*: по материалам соответствующей лекции дать определения важнейших понятий, перечислить свойства объекта, изложить метод, напомнить формулировку той или иной теоремы.

Самостоятельная работа

Задания для самостоятельной работы приводятся в планах практических занятий.

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

Текущая аттестация осуществляется на каждом практическом занятии в процессе выполнения заданий для аудиторной работы, в процессе проверки домашней самостоятельной работы. Проведение текущего контроля осуществляется также посредством проведения аудиторных контрольных работ.

Образец контрольной работы

1. Доказать, что равномерное распределение на отрезке не может быть безгранично делимым.
2. Доказать, что геометрическое распределение безгранично делимо. Найти его характеристический триплет.
3. Доказать, что распределение с характеристической функцией $e^{-c|t|^\alpha}$, $c > 0$ и $0 < \alpha \leq 2$, является устойчивым.
4. Пусть X_1, X_2, \dots — последовательность независимых случайных величин с распределением $P(X_j = \ln j) = 1 - P(X_j = \ln j) = \frac{c}{j \ln j}$, $c > 0$. Найти предельные распределения для сумм вида $(X_1 + \dots + X_n)/B_n$ с некоторыми подходящими $B_n > 0$, $n \in \mathbb{N}$.
5. Пусть X_1, X_2, \dots — последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин с распределением Парето с параметром $\tau > 0$. Для всех τ описать предельные распределения для сумм $(X_1 + \dots + X_n - A_n)/B_n$ с некоторыми $A_n \in \mathbb{R}$ и $B_n > 0$, $n \in \mathbb{N}$.

Критерии оценивания контрольной работы

1. Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно решено одно задание	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация осуществляется посредством прохождения зачета. Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра.

Критерии выставления зачёта.

Для получения зачета студент должен выполнить на оценку не ниже «удовлетворительно/зачтено» всех видов работ для текущей аттестации. В противном случае ставится «не зачтено».

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

7.1. Основная литература

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 479 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00211-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/488573>

2. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/475438>

7.2. Дополнительная литература

1. Боровков А. А. Теория вероятностей, – Москва: Книжный дом «Либроком», 2014.

2. Ибрагимов И. А., Линник Ю. В., Независимые и стационарно связанные величины, – Москва: Изд-во «Наука», 1964.

3. Петров В. В. Предельные теоремы для сумм независимых случайных величин, – Москва: Изд-во «Наука», 1987.

4. Прохоров А. В., Ушаков В. Г., Ушаков Н. Г., Задачи по теории вероятностей. Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы: учебное пособие, – Москва: Изд-во «КДУ», 2009.

5. Ротарь В. И. Теория вероятностей, – Москва: Изд-во «Высшая школа», 1992.

6. Фролов А. Н. Устойчивые распределения и суммы независимых случайных величин, – СПб: Изд-во «Лань», 2021.

7. Ширяев А. Н. Вероятность в 2-х кн., – Москва: Изд-во «МЦНМО», 2017.

8. Ширяев А. Н. Задачи по теории вероятностей, – Москва: Изд-во «МЦНМО», 2006.

7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

- Система дистанционного обучения Смоленского государственного университета <http://cdo.smolgu.ru>
- Электронно-библиотечная система университета <http://biblioteka.smolgu.ru>
- Национальный открытый университет <http://www.intuit.ru>
- Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>

8. Материально-техническое обеспечение

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная стандартной учебной мебелью, интерактивной доской, мультимедиапроектором, ноутбуком и колонками.

Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная стандартной учебной мебелью, компьютерами с выходом в Интернет.

Помещение для самостоятельной работы – компьютерный класс с доступом к сети «Интернет» и ЭИОС СмолГУ.

9. Программное обеспечение

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине используется Информационно-вычислительный центр физико-математического факультета.

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине используются:

1. Система дистанционного обучения СмолГУ. URL: <http://www.cdo.smolgu.ru>. (СДО Русский Moodle 3KL Norm с техническим обслуживанием, Акт на передачу прав №УТДЮ0001785 от 06.12.2016)

2. Microsoft Open License (Windows XP, 7, Office 2003-2016) - Лицензия 66975477 от 03.06.2016 – в составе: ОС Windows, MS Excel 2003/2007.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0
Владелец: Артеменков Михаил Николаевич
Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022