

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»

Кафедра математического анализа

«Утверждаю»
Проректор по учебно-
методической работе
_____ Ю.А. Устименко
«23» июня 2022 г.

Рабочая программа дисциплины
Б1.В.10 ИЗБРАННЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ
УРАВНЕНИЙ

Направление подготовки: **01.03.02 Прикладная математика и информатика**
Направленность (профиль): **Математическое и информационное моделирование**
Форма обучения – очная
Курс – 3
Семестр – 6
Всего зачётных единиц – 2, часов – 72

Форма отчетности: зачёт – 6 семестр

Программу разработала:
старший преподаватель Богданова Н.Н.

Одобрена на заседании кафедры
«16» июня 2022 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой _____ К.М. Расулов

Смоленск
2022

1. Место дисциплины в структуре ОП

Направление подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» предусматривает глубокое освоение студентами теоретических и практических основ различных разделов математики. В частности, важное место в профессиональной подготовке бакалавров занимает курс «Дифференциальные уравнения», являющийся обязательным для изучения и рассматриваемый в 4 семестре. Предлагаемый курс «Избранные вопросы теории дифференциальных уравнений» является его логическим продолжением; способствует более качественной теоретической и практической подготовке студентов по описываемому курсу; учит бакалавров строить математические модели реальных процессов и анализировать их с точки зрения качественной теории и теории устойчивости; направлен на улучшение профессиональной подготовки прикладников-математиков и является опорой при изучении дисциплин профессионального цикла. Он относится к дисциплинам по выбору и изучается в 6 семестре. Предусматривает изучение различных методов и способов решения дифференциальных уравнений; углубление знаний по теории устойчивости, качественной теории и спектральной теории. Учит будущих профессионалов моделировать практические и прикладные задачи на языке математики; анализировать реальные процессы и явления; прогнозировать их дальнейшее развитие.

Для успешного освоения данной дисциплины необходимы компетенции студентов, сформированные при изучении курсов «Математический анализ» и «Дифференциальные уравнения».

Цели изучения дисциплины:

- глубокое теоретическое осмысление студентами основ теории дифференциальных уравнений;
- углубление знаний по теории дифференциальных уравнений в частных производных;
- формирование у студентов четкого представления о методах решения дифференциальных уравнений и их систем;
- развитие навыков решения исследовательских задач и анализа различных ситуаций;
- привитие студентам умения и привычки к самостоятельному изучению учебной литературы по математике;
- развитие логического мышления студентов.

Изучение курса основано на традиционных методах высшей школы, тесной взаимосвязи со смежными курсами, а также на использовании современной учебной, методической литературы, информационных и образовательных технологий.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы
ПК-1. Способен осуществлять поиск, анализ, систематизацию научной информации в области прикладной математики и информатики для реализации научно-исследовательских проектов и решения прикладных задач по проектированию и разработке программного обеспечения.	Знать: теоретические основы и технологии организации научно-исследовательской деятельности. Уметь: осуществлять поиск, анализ, систематизацию научной информации в области прикладной математики и информатики для реализации научно-исследовательских проектов и решения прикладных задач по проектированию и разработке программного обеспечения. Владеть: навыками организации и проведения научно-исследовательской деятельности в ходе выполнения профессиональных функций.

3. Содержание дисциплины

1. Решение дифференциальных уравнений при помощи рядов. Специальные функции.
2. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений.
3. Элементы теории устойчивости.
4. Базисность систем корневых функций дифференциального оператора.
5. Уравнения в частных производных 1-го порядка.
6. Некоторые приложения специальных функций.

4. Тематический план

№ п/п	Темы	Всего часов	Формы занятий		
			Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа
1.	Решение дифференциальных уравнений при помощи рядов. Специальные функции.	16	4	6	5
2.	Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений.	15	4	8	4
3.	Элементы теории устойчивости.	13	2	8	4
4.	Базисность систем корневых функций дифференциального оператора.	5	2	-	4
5.	Уравнения в частных производных 1-го порядка.	12	2	4	3
6.	Некоторые приложения специальных функций.	11	2	6	4
Всего часов		72	16	32	24

5. Виды образовательной деятельности

Лекции 1-2 «Решение дифференциальных уравнений при помощи рядов. Специальные функции»: применение степенных и обобщённых степенных рядов к решению дифференциальных уравнений и задачи Коши; некоторые специальные функции: функции Бесселя, полиномы Лежандра, полиномы Чебышева-Эрмита.

Лекции 3-4 «Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений»: постановка краевой задачи; метод функции Грина решения краевой задачи; метод сведения краевой задачи к двум задачам Коши.

Лекция 5 «Элементы теории устойчивости»: устойчивость систем ДУ; исследование систем по первому приближению; метод функции Ляпунова.

Лекция 6 «Базисность систем корневых функций дифференциального оператора»: понятие корневой функции; понятие базисности; условия базисности.

Лекции 7 «Уравнения в частных производных 1-го порядка»: связь уравнений в частных производных 1-го порядка с системами обыкновенных ДУ и теорией поля; уравнение Пфаффа.

Лекция 8 «Некоторые приложения специальных функций»: применение специальных функций в решении краевых задач.

Практические занятия 1-3 «Решение дифференциальных уравнений при помощи рядов. Специальные функции».

Контрольные вопросы: понятие степенного и обобщённо-степенного ряда; понятие ряда Тейлора; функции Бесселя, полиномы Лежандра, полиномы Чебышева-Эрмита.

Задания для аудиторной работы: № 930; 932; 935; 936; 938; 940; 941; 943-948.

Задания для самостоятельной работы: № 931; 933; 934; 937; 939; 942.

(см. учебное пособие [3] из списка основной литературы).

Практические занятия 4-7 «Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений».

Контрольные вопросы: понятие краевой задачи; функция Грина краевой задачи; метод сведения к двум задачам Коши.

Задания для аудиторной работы: № 751-755; 760-762; 764-768.

Задания для самостоятельной работы: № 756-759; 763; 769-772.

(см. учебное пособие [5] из списка основной литературы).

Практические занятия 8-11 «Элементы теории устойчивости».

Контрольные вопросы: определение устойчивости и асимптотической устойчивости по Ляпунову; метод первого приближения; функция Ляпунова.

Задания для аудиторной работы: № 881-888; 899-903; 907-908; 923-926.

Задания для самостоятельной работы: № 890-892; 904-906; 909-912; 927-930.

(см. учебное пособие [5] из списка основной литературы).

Практические занятия 12-13 «Уравнения в частных производных 1-го порядка».

Контрольные вопросы: геометрический смысл уравнений в частных производных 1-го порядка; методы решения; уравнение Пфаффа.

Задания для аудиторной работы: № 1167-1176; 1184-1186; 1189-1191; 1194-1203; 1220.

Задания для самостоятельной работы: № 1177-1183; 1192; 1193; 1204-1209; 1221.

(см. учебное пособие [5] из списка основной литературы).

Практические занятия 14-16 «Некоторые приложения специальных функций».

Контрольные вопросы: функции Бесселя; полиномы Лежандра; присоединённые функции Лежандра; полиномы Чебышева-Эрмита и Чебышева-Лагерра.

Задания для аудиторной работы: № 1.32-1.34; 6.14-6.17.

Задания для самостоятельной работы: № 1.35-1.36; 6.18-6.19.

(см. учебное пособие [6] из списка основной литературы).

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

Промежуточная аттестация осуществляется на каждом практическом занятии в процессе фронтального опроса, выполнения заданий для аудиторной работы, в процессе проверки домашней самостоятельной работы.

По итогам изучения дисциплины предусмотрен зачёт, который проводится в письменной форме, направлен на контроль освоения обучающимися теоретического и практического программного материала.

Оценочные средства

I. Контрольные вопросы для проверки теоретической подготовки к практическому занятию.

Перечень вопросов даётся перед каждым практическим занятием.

II. Задания для самостоятельной работы.

Перечень практических заданий для самостоятельной работы приводится в конце каждого занятия.

6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация осуществляется посредством проведения зачёта в 6 семестре.

Вопросы для подготовки к зачёту и образец зачётного задания.

Вопросы к зачёту

1. Применение степенных и обобщённых степенных рядов к решению дифференциальных уравнений и задачи Коши.
2. Функции Бесселя.
3. Полиномы Лежандра.
4. Полиномы Чебышева-Эрмита.
5. Постановка краевой задачи.
6. Метод функции Грина решения краевой задачи.
7. Метод сведения краевой задачи к двум задачам Коши.
8. Устойчивость систем ДУ.
9. Исследование систем по первому приближению.
10. Метод функции Ляпунова.
11. Понятие корневой функции.
12. Понятие базисности.
13. Условия базисности.
14. Связь уравнений в частных производных 1-го порядка с системами обыкновенных ДУ и теорией поля.
15. Уравнение Пфаффа.
16. Применение специальных функций в решении краевых задач.

Образец зачётного задания

1. Зная, что $k_1 = 3 - 2i$ и $k_2 = 3 + 2i$ являются двукратными корнями его характеристического уравнения, найдите общее решение однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами и соответствующего неоднородного уравнения, правая часть которого представляет собой произвольный многочлен 2-ой степени.

2. Методом Эйлера найдите решение системы
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + y, \\ \frac{dy}{dt} = 4y - 2x, \end{cases}$$
 удовлетворяющее

начальным условиям $x(0) = 0$, $y(0) = -1$. Исследовать полученное решение на устойчивость.

3. Найти с помощью степенного ряда решение дифференциального уравнения $y'' + \frac{1}{1-x} \cdot y = x$, удовлетворяющее начальным данным $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

Критерии оценивания ответа на зачёте

1. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть билета	Количество баллов
1	Правильный ответ на вопрос (задача оценивается в 2 балла)	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25, 0,5 и 0,75 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Зачтено	2-4
4	Незачтено	менее 2

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

7.1. Список основной литературы

1. *Аксенов, А. П.* Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 1: учебник для вузов / А. П. Аксенов. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 241 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-7420-1. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/470788>.

2. *Аксенов, А. П.* Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 2: учебник для вузов / А. П. Аксенов. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 359 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-7422-5. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/470789>.

3. *Боровских, А. В.* Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 1: учебник и практикум для вузов / А. В. Боровских, А. И. Перов. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 327 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01777-9. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/470198>.

4. *Боровских, А. В.* Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 2: учебник и практикум для вузов / А. В. Боровских, А. И. Перов. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 274 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02097-7. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/470851>.

5. *Стеклов В. А.* Основы теории интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие для вузов / В. А. Стеклов. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 427 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02124-0. — [электронный ресурс: <https://urait.ru/bcode/453659>].

6. Дифференциальные уравнения. Устойчивость и оптимальная стабилизация: учебное пособие для вузов / А. Н. Сесекин [и др.] — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 119 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08215-9. — [электронный ресурс: <https://urait.ru/bcode/473767>]

7. *Ильин В. А.* Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 1: учебник для академического бакалавриата / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 324 с. [электронный ресурс: <https://urait.ru>].

8. *Ильин В. А.* Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 2: учебник для академического бакалавриата / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 315 с. [электронный ресурс: <https://urait.ru>].

9. *Ильин В. А.* Математический анализ в 2 ч. Часть 2: учебник для академического бакалавриата / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 324 с. [электронный ресурс: <https://urait.ru>].

7.2. Список дополнительной литературы

1. Еругин Н.П. Книга для чтения по общему курсу дифференциальных уравнений. – Минск: Наука и техника, 1970.

2. Григорьев М.П. и др. Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах. – М.: «Вузовская книга», 2006.

3. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Сборник задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Издание третье, переработанное и дополненное. – М.: «Высшая школа», 1978.
4. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1979.
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. – М.: Наука, 1982. – Ч. I; М.: Наука, 1980. – Ч. II.
6. Матвеев Н.М. Дифференциальные уравнения. – М.: Просвещение, 1988.
7. Эльсгольд Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1965.

Методические указания для обучающихся

1. Расулов К.М. Практикум по дифференциальным уравнениям и уравнениям математической физики: учебное пособие. Смоленск: ГАУ ДПОС «СОИРО», 2015. – 216 с.
2. Конашенко А.В., Расулов К.М. Дифференциальные уравнения: учебно-методическое пособие. – Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2014. – 56 с.

7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

- Система дистанционного обучения Смоленского государственного университета <http://moodle.smolgu.ru>
- Электронно-библиотечная система университета <http://biblioteka.smolgu.ru>
- Национальный открытый университет <http://www.intuit.ru>
- Образовательный математический сайт <http://exponenta.ru>
- Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>
- Википедия <http://www.wikipedia.ru>
- Российская Государственная Библиотека <http://www.rsl.ru>
- Научная электронная библиотека <http://elibrary.ru>
- Научная библиотека Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова <http://www.lib.msu.su/index.html>
- Научная библиотека Санкт-Петербургского государственного университета <http://www.lib.spb.ru>

8. Материально-техническое обеспечение

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине используется интерактивная доска; проектор; система компьютерной математики Mathematica. Осуществляется поиск информации в WWW-пространстве; работа с Web-страницами и ресурсами сети Интернет.

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине в университете имеется следующая необходимая инструментальная база: учебные аудитории для проведения практических занятий; компьютерный класс, оборудованный персональными ЭВМ с необходимым математическим софтом и выходом в Интернет для проведения лабораторных занятий; кабинеты, оборудованные проекторами и электронными досками для проведения лекционных занятий. Имеется кабинет ксерокопирования и кафедральный принтер для подготовки индивидуальных дидактических карточек, контрольных и экзаменационных материалов. Доступна электронная библиотека кафедры математического анализа. Используются портреты великих математиков, необходимые чертёжные инструменты.

9. Программное обеспечение

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине используется Информационно-вычислительный центр физико-математического факультета (Положение о Центре утверждено приказом ректора №01-66 от 28.09.2015 г.).

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине используются информационные технологии обработки данных с помощью прикладных программных продуктов Microsoft Excel, Microsoft PowerPoint. Осуществляется поиск информации в WWW-пространстве; работа с Web-страницами и социальными ресурсами сети Интернет, а также используются различные системы компьютерной математики.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0
Владелец: Артеменков Михаил Николаевич
Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022