

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»

Кафедра математического анализа

«Утверждаю»
Проректор по учебно-
методической работе
_____ Ю.А. Устименко
«8» сентября 2021 г.

Рабочая программа дисциплины
Б1.В.ДВ.03.02 Математические методы принятия управленческих решений

Направление подготовки: **01.03.02 Прикладная математика и информатика**
Направленность (профиль): **Математическое и информационное моделирование**
Форма обучения – очная
Курс – 3
Семестр – 5
Всего зачётных единиц – 2, часов – 72

Форма отчетности: зачёт – 5 семестр

Программу разработали:
доктор физико-математических наук, профессор К.М. Расулов,
старший преподаватель Т.Р. Нагорная

Одобрена на заседании кафедры
«01» сентября 2021 г., протокол № 1

Заведующий кафедрой _____ К.М. Расулов

Смоленск
2021

1. Место дисциплины в структуре ООП

Курс «Математические методы принятия управленческих решений» относится к дисциплинам по выбору учебного плана направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика. Он изучается в 5 семестре.

Для успешного освоения этой дисциплины необходимы компетенции студентов, сформированные при изучении таких дисциплин, как «Дискретная математика», «Алгебра и геометрия», «Линейные модели в экономике» и др.

Основное внимание в рамках курса уделяется теоретико-игровым моделям анализа конфликтных ситуаций, а также вопросам поведения при принятии решений в различных коллегиальных органах. Курс построен так, чтобы углубить и расширить объем знаний по разделам, связанным с основными вопросами теории игр, а также сформировать у студентов целостное представление о теоретико-игровых подходах к решению задач прикладной математики. Освоение данной дисциплины необходимо для изучения таких дисциплин, как «Теория вероятностей и математическая статистика», «Математическое моделирование» и др.

Изучение курса основано на традиционных методах высшей школы, тесной взаимосвязи со смежными курсами, а также на использовании современной учебной, методической литературы и информационных технологий.

Характерной чертой курса является сочетание достаточно проработанных чисто математических вопросов с практическими математическими приемами и методами, применяемыми в общественных науках.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения
ПК-1. Способен осуществлять поиск, анализ, систематизацию научной информации в области прикладной математики и информатики для реализации научно-исследовательских проектов и решения прикладных задач по проектированию и разработке программного обеспечения	Знать: теоретические основы и технологии организации научно-исследовательской деятельности. Уметь: осуществлять поиск, анализ, систематизацию научной информации в области прикладной математики и информатики для реализации научно-исследовательских проектов и решения прикладных задач по проектированию и разработке программного обеспечения. Владеть: навыками организации и проведения научно-исследовательской деятельности в ходе выполнения профессиональных функций.

3. Содержание дисциплины

- 1. Теоретико-игровые модели конфликтных ситуаций.** Классификация игр. Платежная функция. Стратегии. Стратегическое множество. Понятие решения игры. Антагонистические игры. Понятие платежной матрицы. Чистые стратегии игроков. Нижняя и верхняя цена игры. Седловая точка игры. Принцип доминирования. Смешанные стратегии. Решение игр в смешанных стратегиях. Равновесия Нэша. Неантагонистические бескоалиционные игры. Понятие биматричных игр. Равновесия по Нэшу. Статические игры с полной информацией.
- 2. Элементы теории коллективных решений.** Понятие коалиционных игр. Основные понятия. Ядро игры. Вектор Шепли. Супермодулярные игры. Принцип оптимальности. Задача голосования. Стратегическое поведение участников в задаче голосования. Коалиции и влияние групп. Голосование с квотой. Индекс влияния Банцафа. Индекс влияния Шепли-Шубика. Индекс Джонсона. Индекс Дигена-Пакела. Индекс Холера-Пакела.

4. Тематический план

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий		
			Лекции	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа
1.	Теоретико-игровые модели конфликтных ситуаций	34	8	16	10
2.	Элементы теории коллективных решений	38	8	18	12
Всего за семестр		72	16	34	22

5. Виды учебной деятельности

Лекции:

1. Основные понятия теории игр. Из истории развития теории игр. Игра, игроки, личные и случайные ходы, стратегия игрока, платежи. Нормальная и позиционная формы представления игры. Классификация игр.

2. Понятие антагонистической игры. Платежная матрица игры. Верхняя и нижняя цены игры. Понятие о максиминной и минимаксной стратегии. Седловая точка. Решение игры в чистых стратегиях. Доминирование стратегий.

3. Смешанные стратегии игроков. Платежная функция. Оптимальные смешанные стратегии игроков. Цена игры. Равновесие Нэша. Теорема Дж. Фон Неймана.

4. Основные понятия теории биматричных игр. Ситуация равновесия для биматричных игр. Теорема Нэша. Об отыскании равновесия в чистых стратегиях в биматричных играх. Биматричные игры 2x2. Поиск равновесных ситуаций в биматричных играх 2x2.

5. Кооперативные игры. Коалиции. Вектор Шепли. Понятие о супермодулярных играх.

7. Задача голосования. Примеры правил голосования. Стратегическое поведение участников в задаче голосования. Коалиции и влияние групп. Голосование с квотой. Индекс влияния Банцафа. Анализ влияния групп.

8. Коалиции и влияние групп. Индекс Шепли-Шубика. Индекс Джонсона. Индекс Дигера-Пакела. Индекс Холера-Пакела.

Лабораторные занятия:

Списки задач, а также теоретические вопросы для подготовки к занятиям размещены в системе дистанционного обучения СмолГУ (www.cdo.smolgu.ru). На занятиях решаются задачи с использованием СКМ РТС Mathcad 15.0 или MS Excel.

Лабораторное занятие №1-3. Основные понятия теории антагонистических игр

Теоретические вопросы

1. Сформулируйте определение игры (игроков).
2. Какие формы представления игр Вам известны?
3. Дайте классификацию игр. Приведите примеры.
4. Сформулируйте определение антагонистической игры. Приведите примеры.
5. Как строится платежная матрица игры?
6. Сформулируйте определение верхней (нижней) цены игры.
7. Какая игра называется матричной игрой с седловой точкой? Приведите пример.
8. Сформулируйте определение оптимальной стратегии.
9. Дайте определение решения игры с седловой точкой.
10. Какая стратегия каждого из игроков называется доминирующей?.

Задания для аудиторной и самостоятельной работы

Две организации A и B проводят в двух соседних городах рекламную кампанию по организации летнего отдыха детей. Организация A имеет средства, чтобы оплатить в этих городах четыре способа проведения рекламной кампании, а организация B – три способа. Победу каждой организации в каждом из городов будем оценивать в условных единицах (очках) следующим образом:

- если у организации A больше способов рекламы, чем у противника, то в качестве выигрыша она получает число очков, равное числу способов рекламы, примененных противником в данном городе, с добавлением одного очка за победу;
- если у A – меньше способов рекламы, чем у противника, то она проигрывает число очков, равное числу способов рекламы, примененных ею в данном городе, и минус одно очко – за проигрыш;
- если число способов рекламы в городе у обеих организаций одинаковое, то каждая из них получает ноль очков.

В качестве общих выигрышей каждой из организаций принимаем суммы ее очков по двум городам в различных ситуациях. Представьте модель конфликта в виде матричной игры, составив платежную матрицу – матрицу выигрышей организации A .

Лабораторное занятие №4-6. Решение игр 2×2

Теоретические вопросы

1. Дайте определение смешанной стратегии игрока A (игрока B).
2. Что такое равновесие по Нэшу?
3. Сформулируйте основную теорему теории игр?
4. В чем состоит метод решения игры 2×2 ? Какова его геометрическая интерпретация?

Задания для аудиторной и самостоятельной работы

Двое играют в следующую игру: игроки независимо друг от друга показывают один или два пальца. При этом если сумма, показанных пальцев четна, то выигрывает первый соответствующее число очков. В противном случае выигрывает второй. Составьте платежную матрицу игры. Дайте геометрическую интерпретацию решению игры.

Лабораторное занятие №7-8. Биматричные игры. Равновесие Нэша

Теоретические вопросы

1. Дайте определение биматричной игры. Приведите примеры.
2. Сформулируйте теорему Нэша для биматричных игр.
3. Какими соотношениями задается условие равновесия Нэша в биматричных играх?
4. Как определяются ситуации равновесия в чистых стратегиях? Приведите примеры.
5. Дайте определение ситуации равновесия в смешанных стратегиях для биматричных игр.
6. Как определить ситуации равновесия Нэша в биматричных играх 2×2 ?
7. В чем отличие антагонизма интересов от антагонизма поведения?

Задания для аудиторной и самостоятельной работы

«Семейный спор». Семейная пара решает, как провести вечер: пойти на футбол или в театр. Муж предпочитает футбол, жена – театр, но оба предпочитают провести время вместе, а не по одному. Мера удовольствия от времяпрепровождения каждого из супругов представлена в таблицах:

Муж	Футбол	Театр
Футбол	2	-3
Театр	-1	1

Жена	Футбол	Театр
Футбол	1	-3
Театр	-1	2

Лабораторное занятие №9-10. Кооперативные игры

Теоретические вопросы

1. Дайте определение коалиции. Сколько различных коалиций можно образовать из игроков?
2. Сформулируйте определение характеристической функции. Приведите примеры.
3. Какие игры называются супераддитивными?
4. Дайте определение ядра кооперативной игры.
5. Как определяется вектор Шепли? Запишите координаты вектора Шепли.

Задания для аудиторной и самостоятельной работы

Вася, Петя и Миша услышали от своего друга о существовании так называемого Поля Чудес, известного своими волшебными свойствами. Говорят, что если зарыть на этом поле x рублей, то через месяц можно получить обратно x^2 рублей. Посчитав мелочь в карманах, ребята обнаружили, что у Васи есть 3 рубля, у Пети есть 4 рубля, а у Миши есть 5 рублей. Формализуйте данную ситуацию в виде коалиционной игры. Определите выигрыш большой (тотальной) коалиции. Найдите платежи Васи, Пети и Миши в векторе Шепли, считая, что платежом коалиции является ее доход. Предположим, что Вася с Петей решили зарыть свои деньги вместе, а Миша – отдельно. На сколько рублей увеличится суммарный выигрыш ребят, если они втроем объединятся?

Лабораторное занятие №11-12. Задача голосования. Правила голосования

Теоретические вопросы

1. Сформулируйте постановку задачи голосования. Приведите примеры.
2. Дайте определение отношения порядка.
3. Сформулируйте понятие профиля участника.
4. Какие правила голосования Вам известны?

Задания для аудиторной и самостоятельной работы

Пусть три друга А, Б, В решают, куда поехать в отпуск. В качестве альтернатив рассматриваются Турция (Т), Египет (Е), Мальта (М). Предположим, что предпочтения участников имеют вид:

А	Б	В
Турция	Турция	Египет
Мальта	Египет	Турция
Египет	Мальта	Мальта

Каким должно быть предпочтение коллектива в случае заданных индивидуальных предпочтений?

Лабораторное занятие №13-14. Коалиции и влияние групп

Теоретические вопросы

1. Опишите процедуру голосования с квотой.
2. Какая коалиция называется выигрывающей?
3. Дайте определение характеристической функции. Приведите примеры.
4. Дайте определение ключевой группы в выигрывающей коалиции.
5. Запишите формулу индекса влияния Банцафа.
6. Запишите формулу индекса влияния Шепли-Шубика

Задания для аудиторной и самостоятельной работы

1. Постройте характеристическую функцию для голосования с квотой: (51; 50, 30, 20).

2. Вычислите для каждого участника индекс влияния Банцафа и Шепли-Шубика в следующем голосовании с квотой: (60; 39, 20, 41).

Лабораторное занятие №15-17. Различные индексы влияния

Теоретические вопросы

1. Опишите процедуру голосования с квотой.
2. Какая коалиция называется выигрывающей?
3. Дайте определение характеристической функции. Приведите примеры.
4. Дайте определение ключевой группы в выигрывающей коалиции.
5. Запишите формулу индекса влияния Джонсона.
6. Запишите формулу индекса влияния Дигена-Пакела.
7. Запишите формулу индекса влияния Холера-Пакела.

Задания для аудиторной и самостоятельной работы

1. Вычислите для каждого участника индекс влияния Джонсона, Холера-Пакела, Дигена-Пакела в следующих голосованиях с квотой:

- а) (60; 39, 20, 41); б) (40; 45, 20, 10).

Задания к лабораторной работе размещены в системе дистанционного обучения СмолГУ sdo.smolgu.ru.

Самостоятельная работа

Текущая самостоятельная работа студента направлена на углубление и закрепление знаний студентов и развитии практических умений. Она заключается в работе с лекционными материалами, поиске и обзоре литературы и электронных источников, информации по заданным темам курса, опережающей самостоятельной работе, в изучении тем, вынесенных на самостоятельную проработку, подготовке к лабораторным занятиям.

Самостоятельная внеаудиторная работа студентов состоит в:

- проработке лекционного материала, составлении конспекта лекций по темам, вынесенным на самостоятельное изучение;
- выполнении домашних заданий.

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

Текущая аттестация осуществляется на каждом лабораторном занятии в процессе фронтального опроса, выполнения заданий для аудиторной работы, в процессе проверки домашней самостоятельной работы.

С целью дифференциации уровня подготовки бакалавров и для ликвидации имеющихся при изучении дисциплины задолженностей студентам предлагаются индивидуальные дидактические задания и домашние лабораторные работы, которые выполняются в процессе внеаудиторной работы и сдаются на проверку преподавателю.

Оценочные средства

I. Контрольные вопросы для проверки теоретической подготовки к лабораторному занятию.

Перечень вопросов приводится в планах лабораторных занятий.

Критерии оценивания теоретических вопросов

1. Нормы оценивания ответов на теоретические вопросы

№ п/п	Теоретический вопрос	Количество баллов (*)
1	Дан краткий ответ на поставленный вопрос	1 балл
2	Дан развернутый ответ на вопрос с анализом результатов	2 балла

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания. Оценка «зачтено» за ответы на теоретические вопросы выставляется, если набрано не менее 3 баллов при ответе на три вопроса, в противном случае выставляется «не зачтено».

II. Задания для аудиторных лабораторных работ.

Перечень заданий приводится в планах лабораторных занятий в системе дистанционного обучения СмолГУ (www.cdo.smolgu.ru).

Образец лабораторной работы:

1. Дайте определение коалиции. Сколько различных коалиций можно образовать из игроков?
2. Какие игры называются супераддитивными?
3. Дайте определение ядра кооперативной игры.
4. Как определяется вектор Шепли? Запишите координаты вектора Шепли.
5. Вася, Петя и Миша услышали от своего друга о существовании так называемого Поля Чудес, известного своими волшебными свойствами. Говорят, что если зарыть на этом поле x рублей, то через месяц можно получить обратно x^2 рублей. Посчитав мелочь в карманах, ребята обнаружили, что у Васи есть 3 рубля, у Пети есть 4 рубля, а у Миши есть 5 рублей. Формализуйте данную ситуацию в виде коалиционной игры. Определите выигрыш большой (тотальной) коалиции. Найдите платежи Васи, Пети и Миши в векторе Шепли, считая, что платежом коалиции является ее доход. Предположим, что Вася с Петей решили зарыть свои деньги вместе, а Миша – отдельно. На сколько рублей увеличится суммарный выигрыш ребят, если они втроем объединятся?.

Критерии оценивания лабораторной работы

1. Нормы оценивания работы

№п/п	Структурная часть работы	Количество баллов (*)
1	Задание 1	1 балл
2	Задание 2	1 балл
3	Задание 3	1 балл
4	Задание 4	1 балл
5	Задание 5	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация осуществляется посредством проведения зачета в 5 семестре.

Вопросы для подготовки к зачету и образцы зачетных заданий.

1. Основные понятия теории игр. Основные способы представления игры.
2. Классификация игр.
3. Основные понятия теории антагонистических игр. Платежная матрица. Верхняя и нижняя цены игры. Решение матричных игр с седловой точкой. Доминирование стратегий.

4. Основные понятия теории антагонистических игр. Понятие смешанной стратегии. Оптимальные смешанные стратегии игроков. Теорема Дж. фон Неймана.
5. Решение матричных игр 2×2 . Геометрическая интерпретация решения игры 2×2 .
6. Решение матричных игр $2 \times n$.
7. Решение матричных игр $m \times 2$.
8. Решение матричных игр $m \times n$. Аффинное правило. Сведение к задачам линейного программирования.
9. Понятие антагонистической игры с непрерывными стратегиями. Основная теорема теории непрерывных игр на единичном квадрате. Пример.
10. Выпуклые игры. Алгоритм решения выпуклой игры.
11. Биматричные игры. Основные понятия. Ситуация равновесия для биматричной игры. Теорема Нэша. Решение биматричных игр в чистых стратегиях.
12. Решение биматричных игр 2×2 .
13. Понятие коалиционных игр. Основные понятия.
14. Ядро игры. Вектор Шепли. Супермодулярные игры. Принцип оптимальности.
15. Задача голосования. Стратегическое поведение участников в задаче голосования.
16. Коалиции и влияние групп. Голосование с квотой.
17. Индекс влияния Банцафа.
18. Индекс влияния Шепли-Шубика.
19. Индекс Джонсона.
20. Индекс Дигена-Пакела. Индекс Холера-Пакела.

Образец зачётного задания

1. Решение матричных игр 2×2 . Геометрическая интерпретация решения игры 2×2 .

2. Отметьте знаками «+» и «-» верные и неверные утверждения соответственно.

А	В теории игр предполагается, что все возможные чистые стратегии противника известны
Б	Конечная парная игра с нулевой суммой называется биматричной игрой
В	Смешанной стратегией игрока B называется вектор $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$, координаты которого удовлетворяют условию $q_1 + q_2 + \dots + q_n = 1$.
Г	Если цена матричной игры отлична от 0, то такая игра будет нечестной
Д	Если в платежной матрице элементы k -го столбца не больше соответствующих им элементов s -го столбца, то говорят, что чистая стратегия B_k доминирует над чистой стратегией B_s

3. Предположим, что у вас дома отключили холодную воду. У вас нет ее необходимого запаса на утро. При этом дорога от дома до магазина и обратно, где можно купить воду, занимает 30 минут. Утром воду могут включить, а могут и не включить. Стоит ли ехать за водой вечером? Представьте ситуацию в виде матричной игры, считая платежами затраченное время. Для данной игры:

- определите чистые стратегии игроков;
- составьте платежную матрицу игры;
- найдите верхнюю и нижнюю цены игры;
- упростите платежную матрицу, если это возможно;
- имеет ли игра решение в чистых стратегиях.

4. Вычислите для каждого участника индекс влияния Банцафа и Шепли-Шубика в следующем голосовании с квотой: (60; 39, 20, 41).

Критерии оценивания ответа на зачёте

1. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть билета	Количество баллов
1	Правильный ответ на вопрос	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25, 0,5 и 0,75 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Зачтено	2-4
2	Не зачтено	менее 2

7. Перечень основной и дополнительной литературы

7.1. Основная литература

1. Челноков, А. Ю. Теория игр : учебник и практикум для вузов / А. Ю. Челноков. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 223 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00233-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/469214>

2. Шагин, В. Л. Теория игр : учебник и практикум / В. Л. Шагин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 223 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03263-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/469243>

3. Шиловская, Н. А. Теория игр : учебник и практикум для вузов / Н. А. Шиловская. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 318 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8264-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/470213>

7.2. Дополнительная литература

1. Колобашкина Л.В. Основы теории игр. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2011.
2. Анищенкова Н.Г., Болотин И.Б. Об одном подходе к изучению оптимальных смешанных стратегий при исполнении пенальти //Междисциплинарные исследования в области математического моделирования и информатики. Материалы 4-й научно-практической internet-конференции. 14-15 мая 2014 г. - Ульяновск: SIMJET, 2014. - С. 6-11.
3. Анищенкова Н.Г., Болотин И.Б. О решении одной видоизмененной игры Мора // Известия Смоленского государственного университета – Смоленск: Изд-во СмолГУ. – 2015. – Вып. 4.
4. Авинаш Диксит, Барри Дж. Нейлбафф Теория игр. Искусство стратегического мышления в бизнесе и жизни. - М.: Изд-во "Манн, Иванов и Фербер", 2015.
6. Дж.фон Нейман, О. Моргенштерн Теория игр и экономическое поведение. – М.: «Наука», 1970.

7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Система дистанционного обучения Смоленского государственного университета <http://cdo.smolgu.ru>
2. Электронно-библиотечная система университета <http://biblioteka.smolgu.ru>
3. Национальный открытый университет <http://www.intuit.ru>
4. Образовательный математический сайт <http://exponenta.ru>
5. Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>
6. Сервисы Mathcad 14: реализация технологий экономико-математического моделирования. Национальный открытый университет «Интуит» URL: <http://www.intuit.ru/studies/courses/3681/923/info>

8. Материально-техническое обеспечение

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная стандартной учебной мебелью, интерактивной доской, мультимедиапроектором, ноутбуком и колонками.

Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации - компьютерная аудитория с выходом в Интернет.

Помещение для самостоятельной работы – компьютерный класс с доступом к сети «Интернет» и ЭИОС СмолГУ.

9. Программное обеспечение

Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный АО «Лаборатория Касперского», лицензия 1FB6-161215-133553-1-6231.

Microsoft Open License, лицензия 49463448 в составе: Microsoft Windows Professional 7 Russian; Microsoft Office 2010 Russian.

MS Excel 2003/2007.

PTC Mathcad 15.0 (Лицензия 449732).

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0
Владелец: Артеменков Михаил Николаевич
Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022