

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Смоленский государственный университет»

Кафедра математического анализа

«Утверждаю»  
Проректор по учебно-  
методической работе  
\_\_\_\_\_ Ю. А. Устименко  
«6» сентября 2022 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Б1.О.06 Дискретные и вероятностные модели**

Направление подготовки: 02.04.01 Математика и компьютерные науки  
Направленность (профиль): Методы моделирования в анализе и стохастике  
Форма обучения: очная  
Курс – 1  
Семестр – 1,2  
Всего зачетных единиц – 6, часов – 216  
Форма отчетности: зачет – 1,2 семестр

Программу разработал: кандидат физико-математических наук, доцент С.А. Гомонов, кандидат физико-математических наук, доцент Хартов А.А.

Одобрена на заседании кафедры  
«30» августа 2022 г., протокол № 11

Смоленск  
2022

## 1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина Б1.О.06 «Дискретные и вероятностные модели» относится к дисциплинам обязательной части учебного плана магистратуры по направлению 02.04.01 Математика и компьютерные науки (профиль: Методы моделирования в анализе и стохастике). Она изучается в первом и втором семестре и является весьма важной дисциплиной, т.к. знакомит студентов с некоторыми востребованными в приложениях дискретными и вероятностными моделями. Также она является вспомогательной для дисциплин «Прикладные стохастические модели» и «Аналитические и вероятностные методы». Для освоения курса необходимы знания, умения и навыки, приобретенные в результате предварительного обучения дисциплинам: «Математический анализ», «Функциональный анализ», «Алгебра», «Математическая логика», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дискретная математика», «Компьютерное моделирование» на уровне бакалавриата / специалитета.

Изучение курса основано на традиционных методах высшей школы, тесной взаимосвязи со смежными курсами, а также на использовании современной учебной, методической литературы, информационных и образовательных технологий.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

<p><b>ОПК-1.</b> Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики</p>	<p><b>Знает:</b> современный аппарат математики, основные понятия и базовые методы математического характера, используемые при выявлении, формализации, анализе и решении проблем прикладной и компьютерной математики.</p> <p><b>Умеет:</b> находить, формулировать, выбирать необходимые методы решения и решать актуальные проблемы прикладной и компьютерной математики, использовать наиболее эффективные приемы моделирования, соответствующие данной научной дисциплине или моделируемому естественному процессу; использовать системы компьютерной математики.</p> <p><b>Владеет:</b> навыками использования полученных теоретических сведений для более точного и максимально оптимального построения и реализации алгоритма решения задач прикладной и компьютерной математики.</p>
<p><b>ОПК-2.</b> Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках, совершенствовать и разрабатывать концепции, теории и методы</p>	<p><b>Знает:</b> основные понятия прикладной математики, сферы их приложений; возможности создания и исследования новых математических моделей в естественных науках; применение новых математических методов, появляющихся в исследованиях предметной области; основные способы математической обработки информации и их реализации с помощью программного обеспечения.</p> <p><b>Умеет:</b> применять математические знания в профессиональной деятельности при построении математических моделей в естественных науках, требующие углубленных профессиональных знаний; выбирать необходимые методы исследования, модифицировать существующие и разрабатывать новые методы, исходя из задач конкретного исследования; оценивать программное обеспечение и</p>

	<p>перспективы его использования с учетом решаемых профессиональных задач; расширять свои математические познания.</p> <p><b>Владеет:</b> основными методами обработки математических моделей в естественных науках; навыками работы с программными средствами общего и профессионального назначения; способами ориентации в профессиональных источниках информации; навыками проведения экспериментов и анализом их результатов.</p>
--	---

### 3. Содержание дисциплины

#### 1 семестр

**Введение. Общее понятие модели.** Модель, как научное отображение окружающего мира и положения в нем человека. Модель – число, функция, чертёж, закон физики, граф и т.д.

**Комбинаторные элементы дискретного моделирования.** Основные теоретико-множественные операции и их свойства. Правила произведения и суммы. Формула включения – исключения (общий вид) и её применение.

**Некоторые комбинаторные тождества.** Некоторые приемы получения и обоснования комбинаторных тождеств с помощью построения моделей.

**Правила симметрии и Паскаля.** Правило симметрии, правило Паскаля и его обобщения; задача о спортивной команде. Тождество Коши и др.

**Средние величины и соотношение между ними.** Средняя величина по отношению к функции. Средние степенные и  $x$ - норма (средние степенные взвешенные). Применение средних величин в дискретном моделировании.

**Функциональные уравнения как модели.** Последовательности Фибоначчи и их применения. Задача мажордома. Центр масс системы материальных точек, его свойства и применение.

**Графы, основные понятия и свойства.** Задача о Кёнигсбергских мостах и её решение. Матрица инцидентности. Релейно-контактные схемы.

#### 2 семестр

**Условные математические ожидания (у.м.о.).** Определение у.м.о. Свойства у.м.о. Неравенства для у.м.о. У.м.о. относительно случайной величины. Примеры вычисления. Оптимальное свойство у.м.о. и функция регрессии. Оптимальная линейная оценка для случайной и функция линейной регрессии. Функция регрессии для гауссовского вектора.

**Мартингалы.** Фильтрация. Моменты остановки. Определения мартингала, субмартингала, супермартингала. Примеры. Случайная замена времени. Мартингальные неравенства. Неравенства Дуба. Неравенства Колмогорова. Разложение Дуба для субмартингалов. Сходимость мартингалов.

**Марковские процессы.** Определение марковского процесса. Примеры. Критерии марковости процесса. Теорема о марковости процесса с независимыми приращениями. Понятие переходной функции марковского процесса. Теоремы о конечномерных распределениях и переходной функции. Уравнения Чепмена-Колмогорова.

**4. Тематический план**  
1 семестр

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий			
			лекции	практические занятия	лабораторные занятия	самостоятельная работа
1.	Введение. Общее понятие модели.	7	1	–	–	6
2.	Комбинаторные элементы дискретного моделирования.	19	3	4	–	12
3.	Некоторые комбинаторные тождества.	9	2	2	–	5
4.	Правила симметрии и Паскаля.	16	2	2	–	12
5.	Средние величины и соотношение между ними.	16	2	2	–	12
6.	Функциональные уравнения как модели.	17	3	2	–	12
7-8.	Графы, основные понятия и свойства	24	3	4	–	13
9	Контрольная работа	4				4
Всего за семестр		108	16	16	–	76

2 семестр

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий			
			лекции	практические занятия	лабораторные занятия	самостоятельная работа
1.	Условные математические ожидания	39	6	6	–	27
2.	Мартингалы	35	6	6	–	23
3.	Марковские процессы	30	4	4	–	22
4.	Контрольная работа	4				4
Всего за семестр:		108	16	16	–	76

## 5. Виды образовательной деятельности

### Занятия лекционного типа

#### 1 семестр

**Лекция 1. Введение. Общее понятие модели. Комбинаторные элементы дискретного моделирования.** Модель, как научное отображение окружающего мира и положения в нем человека. Модель – число, функция, чертёж, закон физики, граф и т.д. Основные теоретико-множественные операции и их свойства.

**Лекция 2. Комбинаторные элементы дискретного моделирования.** Основные теоретико-множественные операции и их свойства. Правила произведения и суммы. Формула включения – исключения (общий вид) и её применение.

**Лекция 3. Некоторые комбинаторные тождества.** Некоторые приемы получения и обоснования комбинаторных тождеств с помощью построения моделей.

**Лекция 4. Правила симметрии и Паскаля.** Правило симметрии, правило Паскаля и его обобщения; задача о спортивной команде. Тождество Коши и др.

**Лекция 5. Средние величины и соотношение между ними.** Средняя величина по отношению к функции. Средние степенные и  $x$ - норма (средние степенные взвешенные). Применение средних величин в дискретном моделировании.

**Лекция 6. Функциональные уравнения как модели.** Последовательности Фибоначчи и их применения. Задача мажордома.

**Лекция 7. Функциональные уравнения как модели. Графы, основные понятия и свойства.** Центр масс системы материальных точек, его свойства и применение. Задача о Кёнигсбергских мостах и её решение.

**Лекция 8. Графы, основные понятия и свойства.** Матрица инцидентности. Релейно-контактные схемы.

#### 2 семестр

**Лекция 1. Условные математические ожидания.** Определение у.м.о. Свойства у.м.о. Неравенства для у.м.о.

**Лекция 2. Условные математические ожидания.** У.м.о. относительно случайной величины. Примеры вычисления.

**Лекция 3. Условные математические ожидания.** Оптимальное свойство у.м.о. и функция регрессии. Оптимальная линейная оценка для случайной и функция линейной регрессии. Функция регрессии для гауссовского вектора.

**Лекция 4. Мартингалы.** Фильтрация. Моменты остановки. Определения мартингала, субмартингала, супермартингала. Примеры.

**Лекция 5. Мартингалы.** Случайная замена времени. Мартингальные неравенства. Неравенства Дуба. Неравенства Колмогорова.

**Лекция 6. Мартингалы.** Разложение Дуба для субмартингалов. Сходимость мартингалов.

**Лекция 7. Марковские процессы.** Определение марковского процесса. Примеры. Критерии марковости процесса. Теорема о марковости процесса с независимыми приращениями.

**Лекция 8. Марковские процессы.** Понятие переходной функции марковского процесса. Теоремы о конечномерных распределениях и переходной функции. Уравнения Чепмена-Колмогорова.

## **Занятия семинарского типа - практические занятия**

### **1 семестр**

**Занятие 1-2.** *Элементы комбинаторики и дискретное моделирование.*

*Задание для аудиторной работы:* [1 осн.] № 1-6, [7 доп.] № 1-10 (стр. 368-369).

*Задание для самостоятельной работы:* [7 доп.] № 11-20 (стр. 368-369).

**Занятие 3.** *Правила произведения и суммы. Формулы включения – исключения.*

*Задание для аудиторной работы:* [1 осн.] № 7-21, [7 доп.] № 1-5 (стр. 507-508).

*Задание для самостоятельной работы:* [7 доп.] № 6-11 (стр. 507-508).

**Занятие 4.** *Комбинаторные модели и их применение к доказательству и получению комбинаторных тождеств.*

*Задание для аудиторной работы:* [1 осн.] № 39-45, [1 доп.] № 237-244.

*Задание для самостоятельной работы:* [1 доп.] № 245-250

**Занятие 5.** *Средние величины и соотношение между ними.*

*Задание для аудиторной работы:* [5 доп.] № С-10.1 – С-10.12.

*Задание для самостоятельной работы:* [5 доп.] № С-10.13 – С-10.19.

**Занятие 6.** *Некоторые функциональные уравнения и методы их решения. Последовательности Фибоначчи.*

*Задание для аудиторной работы:* [2 осн.] № 18-24 (примеры и задачи), [7 доп.] № 1-6 (стр. 468-469).

*Задание для самостоятельной работы:* [7 доп.] №1-12 (стр.458-459).

**Занятие 7-8.** *Центр масс, его свойства и применение. Релейно-контактные схемы.*

*Задание для аудиторной работы:* [8 доп.] № 3-40, 42-54, [7 доп.] №1-10 (стр.63-66).

*Задание для самостоятельной работы:* [7 доп.] №1-29 (стр.285-289).

### **2 семестр**

**Занятие 1-3.** **Условные математические ожидания**

*Задания для аудиторной работы:* № 7.1-7.42 (нечетные) из [13] списка доп. литературы (с. 149-153).

*Задания для самостоятельной работы:* № 7.1-7.42 (четные) из [13] списка доп. литературы (с. 149-153).

**Занятие 4-6.** **Маргингалы**

*Задания для аудиторной работы:* № 10.213-10.242 (нечетные) из [13] списка доп. литературы (с. 203-207).

*Задания для самостоятельной работы:* № 10.213-10.242 (четные) из [13] списка доп. литературы (с. 203-207).

**Занятие 7-8.** **Марковские процессы**

*Задания для аудиторной работы:* № 10.63-10.80 (нечетные) из [13] списка доп. литературы (с. 188-190).

*Задания для самостоятельной работы:* № 10.63-10.80 (четные) из [13] списка доп. литературы (с. 188-190).

### **Самостоятельная работа**

Текущая самостоятельная работа студента направлена на углубление и закрепление знаний студентов и в развитии практических умений. Она заключается в работе с лекционными материалами, поиске и обзоре литературы и электронных источников, информации по заданным темам курса, опережающей самостоятельной работе, в изучении тем и подготовке к занятиям.

Самостоятельная внеаудиторная работа студентов состоит:

- в проработке лекционного материала;
- в выполнении практических заданий.

## 6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

### 6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

#### 1. Теоретические вопросы

##### 1 семестр

Модель, как научное отображение окружающего мира и положения в нем человека. Модель – число, функция, чертёж, закон физики, граф и т.д. Основные теоретико-множественные операции и их свойства. Правила произведения и суммы. Формула включения – исключения (общий вид) и её применение. Некоторые приемы получения и обоснования комбинаторных тождеств с помощью построения моделей. Правило симметрии, правило Паскаля и его обобщения; задача о спортивной команде. Тождество Коши и др. Средняя величина по отношению к функции. Средние степенные и  $x$ - норма (средние степенные взвешенные). Применение средних величин в дискретном моделировании. Последовательности Фибоначчи и их применения. Задача мажордома. Центр масс системы материальных точек, его свойства и применение. Задача о Кёнигсбергских мостах и её решение. Матрица инцидентности. Релейно-контактные схемы.

##### 2 семестр

Определение у.м.о. Свойства у.м.о. Неравенства для у.м.о. У.м.о. относительно случайной величины. Примеры вычисления. Оптимальное свойство у.м.о. и функция регрессии. Оптимальная линейная оценка для случайной и функция линейной регрессии. Функция регрессии для гауссовского вектора. Фильтрация. Моменты остановки. Определения мартингала, субмартингала, супермартингала. Примеры. Случайная замена времени. Мартингальные неравенства. Неравенства Дуба. Неравенства Колмогорова. Разложение Дуба для субмартингалов. Сходимость мартингалов. Определение марковского процесса. Примеры. Критерии марковости процесса. Теорема о марковости процесса с независимыми приращениями. Понятие переходной функции марковского процесса. Теоремы о конечномерных распределениях и переходной функции. Уравнения Чепмена-Колмогорова.

#### Критерии оценивания ответа на теоретический вопрос

Оценка	Критерии
<b>отлично</b>	полностью раскрывает содержание вопроса, приводит примеры ситуаций, демонстрирующих теоретические положения, рассмотренные в вопросе
<b>хорошо</b>	допускает неточности при изложении теоретического материала, приводит примеры ситуаций, демонстрирующих теоретические положения, рассмотренные в вопросе
<b>удовлетворительно</b>	допускает ошибки при изложении теоретического материала, с трудом приводит примеры ситуаций, демонстрирующих теоретические положения, рассмотренные в вопросе
<b>неудовлетворительно</b>	допускает грубые ошибки при изложении теоретического материала, с трудом приводит примеры ситуаций, демонстрирующих теоретические положения, рассмотренные в вопросе

## 2. Практические задания

Задания по основным темам курса предложены к каждому практическому занятию.

### Критерии оценивания выполнения практических заданий

Оценка	Критерии
<b>отлично</b>	студент добросовестно выполняет предложенные задания, анализирует полученные результаты, делает содержательные выводы, активно участвует в обсуждении результатов
<b>хорошо</b>	студент добросовестно выполняет предложенные задания, анализирует полученные результаты, делает выводы, но допускает неточности, не участвует в обсуждении результатов
<b>удовлетворительно</b>	студент выполняет предложенные задания, с трудом проводит анализ результатов, затрудняется в выводах, не участвует в обсуждении результатов
<b>неудовлетворительно</b>	студент не выполняет задания

### 3. Оценивание самостоятельной работы

«отлично» – студент показал знание тем курса, грамотно изложил материал, показал способность мыслить, анализировать и систематизировать информацию, выделил основные положения в изучаемых источниках, подтвердил выдвигаемые положения правильно решенными примерами.

«хорошо» – студент показал знание тем курса, грамотно изложил материал, показал способность мыслить, анализировать и систематизировать информацию, выделил основные положения в изучаемых источниках, подтвердил выдвигаемые положения правильно решенными примерами, но при ответе допускает неточности или студент не отвечает на дополнительные вопросы

«удовлетворительно» – если студент показал знания основных понятий по курсу, но допускает ошибки в изложении, не знает частных случаев, не отвечает на дополнительные вопросы, плохо ориентируется в материале, допускает ошибки при решении задач использует недостоверные источники;

«неудовлетворительно» – если студент допускает грубые ошибки в теоретических вопросах и не в состоянии решать практические задачи.

### 4. Контрольная работа №1

По теме: «Графы. Построение информационного (дидактического) графа и комментариев к нему».

#### Ход выполнения работы:

1. Познакомиться и изучить основные этапы построения дидактического графа по рекомендованной литературе.
2. Выбрать и согласовать с преподавателем соответствующие издания (статью, главу или параграф учебника или монографии (около 30-40 страниц), излагающего основы какого-либо раздела математики, физики или математической статистики) и для которого будет построен различный дидактический граф.
3. Выполнить построение информационного графа и системы комментариев к нему (включая систему упражнений с решениями).
4. При наличии достаточного временного ресурса создать адаптивную программу, предназначенную для освоения учащимися соответствующего раздела выбранного курса



(статьи) с применением автоматической компьютерной системы типа АКСОН (см. гл. XI, разделы 2-3).

### Критерии оценивания контрольной работы №1

#### 1. Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Построение информационного графа	3 балла
2	Оформлена система комментариев к графу (включая систему упражнений с решениями)	2 балла

(\*) Возможна градация в 0,25 балла.

#### 2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

### 5. Контрольная работа №2

1. Пусть  $(X, Y) \sim p_{X,Y}(x, y) = Cxy \mathbf{1}(x, y \in [0, 1], x + y < 1)$ . Найти  $E(Y + 2X^2 + 3|X)$ .
2. Пусть  $X, Y \sim \mathcal{C}(0, 1)$  независимы. Найти плотность  $X/Y$ .
3. Пусть  $(X_j)_{j \in \mathbb{N}}$  — посл.-ть независимых случайных величин  $\sim \mathcal{N}(0, 1)$ . Положим  $S_n = \sum_{j=1}^n X_j$  и  $\mathcal{F}_n = \sigma(X_1, \dots, X_n)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . При каких  $a$  последовательность  $Q_n = \exp\{S_n - an\}$  образует мартингал?
4. Сходится ли мартингал  $Q_n$  из упр. 3 в  $L_2$ ?
5. Показать, что если процесс  $X(t)$ ,  $t \geq 0$ , является марковским, то для любого  $A \in \mathcal{F}_0^t$  выполнено

$$\mathbb{P}(A|\mathcal{F}_t^\infty) = \mathbb{P}(A|\mathcal{F}_t^t) \quad \text{п.н.}$$

### Критерии оценивания контрольной работы №2

#### 1. Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно решено одно задание	1 балл

(\*) Возможна градация в 0,25 балла.

#### 2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

#### 6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

#### Критерии получения зачета

Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра согласно

Положению о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Смоленский государственный университет».

«Зачтено» выставляется студенту если он:

- отвечает на теоретические вопросы, рассмотренные на лекциях и практических занятиях (см. Текущий контроль);
- выполняет практические задания, предложенные на занятиях (см. Текущий контроль).
- получает удовлетворительную оценку за самостоятельную работу;
- получает удовлетворительную оценку за контрольную работу.

«Не зачтено» выставляется студенту при невыполнении хотя бы одного из указанных условий.

## **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы**

### **7.1. Основная литература**

1. Круглов В. М. Случайные процессы в 2 ч. Часть 1. Основы общей теории : учебник для вузов / В. М. Круглов. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 276 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01748-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — [URL: https://urait.ru/bcode/489906](https://urait.ru/bcode/489906)

2. Круглов В. М. Случайные процессы в 2 ч. Часть 2. Основы стохастического анализа: учебник для вузов / В. М. Круглов. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 280 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02086-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — [URL: https://urait.ru/bcode/490917](https://urait.ru/bcode/490917)

### **7.2. Дополнительная литература**

1. Виленкин Н.Я. Комбинаторика.- М.: Наука, 2007.
2. Сачков В.Н. Введение в комбинаторные методы дискретной математики.- М.: Наука, 1982.
3. Джинн К. Средние величины.- М.: Издательство «Статистика», 1970.
4. Харди Г.Г., Литлвуд Дж.И., Полиа Г. Неравенства.- М.: Издательство ЛКИ, 2008.
5. Гомонов С.А. Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения. —М.: Дрофа, 2007.
6. Лихтарников Л.М. элементарное введение в функциональные уравнения.- Санкт-Петербург.: Лань. 2003.
7. Андерсон Дж. Дискретная математика и комбинаторика.- М.: Издательский дом «Вильямс». 2003.
8. Балк М.Б., Болтянский В.Г. Геометрия масс.- М.: Наука, 1987.
9. Гомонов С.А. Элементы комбинаторики.- Смоленск: СОИУУ, 1997.
10. Просветов Г.И. Функциональные уравнения: задачи и решения.- М.: Изд-во «Альфа-Пресс». 2010.
11. Замков О.О., Черемных Ю.А., Толстопятенко А.В. Математические методы в экономике.- М.: Изд-во «Дело и сервис», 1999.
12. Бородин А. Н. Случайные процессы, – СПб: Издательство «Лань», 2013.
13. Прохоров А. В., Ушаков В. Г., Ушаков Н. Г., Задачи по теории вероятностей. Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы: учебное пособие, – Москва: Изд-во «КДУ», 2009.
14. Ротарь В. И. Теория вероятностей, – Москва: Изд-во «Высшая школа», 1992.

15. Ширяев А. Н. Вероятность в 2-х кн., – Москва: Изд-во «МЦНМО», 2017. — М.: Эдиториал УРСС, 2003.

### **7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

- Система дистанционного обучения Смоленского государственного университета <http://cdo.smolgu.ru>
- Электронно-библиотечная система университета <http://biblioteka.smolgu.ru>
- Национальный открытый университет <http://www.intuit.ru>
- Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>

### **8. Материально-техническое обеспечение**

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная стандартной учебной мебелью, интерактивной доской, мультимедиапроектором, ноутбуком и колонками.

Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная стандартной учебной мебелью.

Помещение для самостоятельной работы – компьютерный класс с доступом к сети «Интернет» и ЭИОС СмолГУ.

### **9. Программное обеспечение**

Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный АО «Лаборатория Касперского», лицензия 1FB6-161215-133553-1-6231.

Microsoft Open License, лицензия 49463448 в составе:

1. Microsoft Windows Professional 7 Russian;
2. Microsoft Office 2010 Russian.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0  
Владелец: Артеменков Михаил Николаевич  
Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022