Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»

Кафедра аналитических и цифровых технологий

«***Утверждаю»***
Проректор по учебно-
методической работе
___________ Ю.А. Устименко
«30» июня 2022 г.

Рабочая программа дисциплины
Б1.О.08.02 Линейная алгебра

Направление подготовки: 38.03.01 Экономика
Направленность (профиль): Финансы и кредит
Форма обучения – очная
Курс – 1
Семестр – 1, 2
Всего зачетных единиц – 5; всего часов – 180

Форма отчетности: зачет – 1 семестр, экзамен – 2 семестр.

Программу разработал:
кандидат физико-математических наук доцент М.Б. Банару

Одобрена на заседании кафедры аналитических и цифровых технологий
«23» июня 2022 года, протокол № 10

Смоленск
2022

1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к базовой части образовательной программы по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, направленность (профиль): Финансы и кредит.

Обучение происходит в первом и втором семестрах. Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в средней школе при изучении школьного курса математики.

Освоение данной дисциплины необходимо для дальнейшего изучения таких дисциплин как теория вероятностей и математическая статистика, методы оптимальных решений и теория игр, математическая экономика и основы финансовой математики и др.

Изучение курса основано на традиционных методах отечественной высшей школы, тесной взаимосвязи со смежными курсами, а также на использовании как современной учебной и методической литературы, так и классических книг.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения *(в соответствии с разделом 7 общей характеристики ОП ВО)*
ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	**Знать:** методы сбора, передачи, анализа, хранения статистической информации, а также математические и статистические показатели, необходимые для решения поставленных экономических задач; основы математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики, необходимые для проведения, обработки и анализа финансово-экономических расчетов. **Уметь:** применять методы сбора, передачи, анализа, хранения статистической информации, а также математические и статистические показатели, необходимые для решения поставленных экономических задач; применять методы математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей, математической статистики для обработки экономических данных, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы при решении экономических задач. **Владеть:** методами сбора, передачи, анализа, хранения статистической информации, а также методикой применения математических и статистических показателей, необходимых для решения поставленных экономических задач; навыками применения современного математического инструментария и информационных технологий для решения экономических задач, а также методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов.

3. Содержание дисциплины

1. Матрицы и определители. Операции над матрицами. Определители квадратных матриц и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Обратная матрица. Матричные уравнения. Собственные значения матриц.

2. Системы линейных уравнений. Система линейных уравнений. Матричная форма СЛУ. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений.

3. Системы векторов. Векторы и операции над ними. Системы векторов. Линейная зависимость и линейная независимость систем векторов. Базис и ранг системы векторов. Ранг матрицы..

4. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

5. Комплексные числа. Операции над комплексными числами. Алгебраическая форма комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Формула Муавра.

5. Элементы аналитической геометрии. Геометрические векторы на плоскости и в пространстве. Скалярное, векторное и смешанное произведения. Уравнения прямой и плоскости. Кривые второго порядка на плоскости.

4. Тематический план

1 семестр

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий			
			Лекции	Практические занятия	Лабор. занятия	Самостоятельная работа
1	Матрицы и определители	32	8	8	0	16
2	Системы линейных уравнений	24	6	6	0	12
3	Системы векторов	16	4	4	0	8
	Всего за семестр	72	18	18	0	36

2 семестр

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий			
			Лекции	Практические занятия	Лабор. занятия	Самостоятельная работа
1	Квадратичные формы	12	2	4	0	6
2	Комплексные числа	30	6	12	0	12
3	Элементы аналитической геометрии	39	9	18	0	12
4	Подготовка к экзамену	27				27
	Всего за семестр	108	17	34	0	30+27
	ИТОГО	180	35	52	0	66+27

5. Виды образовательной деятельности

Занятия лекционного типа

1 семестр

Тема 1. Матрицы и определители

Лекция № 1. Понятие матрицы. Операции над матрицами и их свойства.

Лекция № 2. Определители квадратных матриц и их свойства. Определители 2-го и 3-го порядка. Миноры и алгебраические дополнения
Лекция № 3. Обратная матрица. Различные способы нахождения обратной матрицы.
Лекция № 4. Собственные значения матриц.
Тема 2. Системы линейных уравнений
Лекция № 5. Системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
Лекция № 6. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы и методом Крамера.
Лекция № 7. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений.
Тема 3. Системы векторов
Лекция № 8. n-мерные векторы и операции над ними. Системы векторов. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов.
Лекция № 9. Базис и ранг системы векторов. Ранг матрицы.

2 семестр

Тема 1. Квадратичные формы
Лекция № 1. Квадратичные формы. Приведение квадратичных форм к каноническому виду.
Тема 2. Комплексные числа
Лекция № 2. Комплексные числа и операции над ними.
Лекция № 3. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Формула Муавра. Геометрический смысл уравнений $|z-a|=R$; $\quad \mathrm{Arg}(z-a)=\alpha$.
Лекция №4. Решение квадратных уравнений в комплексных числах.
Тема 3. Элементы аналитической геометрии
Лекция № 5. Векторы на плоскости и в пространстве. Геометрическая интерпретация линейной зависимости и линейной независимости системы векторов.
Лекция № 6. Скалярное произведение векторов и его свойства. Угол между векторами. Векторное произведение векторов и его свойства. Смешанное произведение векторов и его свойства.
Лекция № 7. Уравнения прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой.
Лекция № 8. Эллипс и его свойства. Гипербола и ее свойства. Парабола и ее свойства.
Лекция № 9. Уравнения плоскости. Уравнения прямой в пространстве. Угол между прямыми. Различные задачи аналитической геометрии на плоскости и в пространстве.

Занятия семинарского типа (Практические занятия)

1 семестр

Занятия 1. Матрицы. Операции над матрицами. Определители квадратных матриц и их свойства.

Теоретические вопросы

1. Что называется матрицей? Порядком матрицы? Квадратной матрицей?
2. Дайте определения операциям над матрицами: сложению матриц, умножению матрицы на число, умножению матриц. Какими свойствами обладают эти операции?
3. Что называется определителем квадратной матрицы?
4. По каким правилам можно находить определители матриц второго и третьего порядка?
5. Дайте определение минора элемента матрицы. Что называется алгебраическим дополнением элемента матрицы?
6. Сформулируйте теорему Лапласа. Как она помогает вычислять определители квадратных матриц?

Задачи и упражнения

1. Найдите $3A-2\cdot B$, $A\cdot B$, $B\cdot A$, $B^T\cdot A^T$ и A^2, если:

а) $A=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 3 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3 & 0\\ -2 & 2\end{pmatrix}$; б) $A=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

2. Вычислите произведения матриц:

а) $\begin{pmatrix}-1 & 0 & 2\\ 1 & 1 & -2\\ 3 & -1 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\ 3\\ -3\end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix}-2 & 5\\ 1 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0 & 3 & -2\\ 1 & -1 & -1\end{pmatrix}$.

3. При каких значениях a матрицы $A=\begin{pmatrix}a^2 & 2\\ 2 & a\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 3 & a\end{pmatrix}$ перестановочны (то есть $A\cdot B=B\cdot A$)?

4. Вычислите определители:

а) $\begin{vmatrix}-1 & 2\\ 3 & 4\end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix}2 & -1 & 1\\ 1 & -2 & 3\\ 1 & 1 & 2\end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix}1 & -2 & 1\\ 2 & 0 & 2\\ 1 & -1 & 1\end{vmatrix}$.

5. Для матрицы A вычислите алгебраические дополнения всех ее элементов:

а) $A=\begin{pmatrix}-2 & 3\\ 0 & 1\end{pmatrix}$; б) $A=\begin{pmatrix}-2 & 1 & 1\\ 0 & -1 & 3\\ 2 & 2 & 1\end{pmatrix}$.

6. Вычислите определитель, пользуясь теоремой Лапласа

а) $\begin{vmatrix}1 & 0 & -1 & 2\\ 2 & -2 & 1 & 1\\ 0 & 3 & 1 & -1\\ 1 & -1 & 2 & 2\end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix}-1 & 1 & 2 & 0\\ 0 & 1 & 2 & 3\\ 0 & 3 & -1 & 2\\ 3 & -1 & -4 & 0\end{vmatrix}$.

7. Решите уравнение $\det(A-x\cdot E)=0$, где E – единичная матрица, если

а) $A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}$; б) $A=\begin{pmatrix}-1 & -2 & 0\\ 0 & -2 & 0\\ 2 & 2 & 1\end{pmatrix}$.

Домашнее задание

1. Найдите $(A-B)^2$ и $A^2-2A\cdot B+B^2$, если $A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 2 & 3\end{pmatrix}$.

2. Вычислите произведения матриц:

а) $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Вычислите определитель:

а) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}$.

4. Решите уравнение $\det(A + x \cdot E) = 0$, где E – единичная матрица, если $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$.

Занятия 2-3. Обратная матрица. Различные способы нахождения обратной матрицы.

Теоретические вопросы

1. Какая матрица называется обратимой? Невырожденной? Какая связь имеется между этими понятиями?
2. Как с помощью элементарных преобразований можно найти матрицу, обратную к данной?
3. По каким формулам и при каких условиях, наложенных на матрицы A, B и C, можно найти решения матричных уравнений $A \cdot X = B$, $X \cdot A = B$, $A \cdot X \cdot B = C$.
4. Сформулируйте алгоритм нахождения обратной матрицы с помощью определителя.

Задачи и упражнения

1. С помощью элементарных преобразований найдите матрицу, обратную к матрице:

а) $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Решите матричное уравнение:

а) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

3. С помощью определителя найдите матрицу, обратную к матрице

а) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Завод производит двигатели, которые либо сразу могут потребовать регулировки (в 40% случаях), либо сразу могут быть использованы (в 60% случаях). Как показывает опыт, те двигатели, которые изначально требовали регулировки, через месяц также потребуют регулировки в 65% случаях. Те же двигатели, которые не требовали регулировки, через месяц потребуют ее в 20% случаев. Какова доля двигателей, которые будут работать хорошо через два и три месяца после выпуска соответственно?

Указание: если $A = (a_{ij})$ – матрица перехода (a_{ij} – доля двигателей, находящихся в настоящее время в состоянии i, а через месяц будут в состоянии j), то вектор состояния $X_t = (x_{1t}, x_{2t})$ в момент времени t (x_{it} – доля двигателей, находящихся в момент времени t в состоянии i) находится по формуле: $X_t = X_0 \cdot A^t$, где X_0 – начальное состояние.

Домашнее задание

1. С помощью элементарных преобразований найдите матрицу, обратной к матрице $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Решите матричное уравнение $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

3. С помощью определителя найдите матрицу, обратную к матрице

а) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Решите уравнение $\det(A + x \cdot A^{-1}) = 0$, где $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$

Занятие 4. Собственные векторы и собственные значения матриц.

Теоретические вопросы

1. Дайте определения собственного вектора и собственного числа квадратной матрицы.
2. Как можно найти собственные числа матрицы?

Задачи и упражнения

1. Найдите собственные числа и собственные векторы матрицы:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Примерный вариант контрольной работы

1. Найдите произведение матриц $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Вычислите определитель $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}$.

3. С помощью определителей найдите A^{-1}, если $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Является ли система векторов $A_1=(1;\,2;\,3)$, $A_2=(0;\,-3;\,-2)$, $A_3=(1;\,-1;\,1)$ линейно зависимой или линейно независимой?

Домашнее задание

1. Найдите собственные числа и собственные векторы матрицы:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Занятие 5. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений

Теоретические вопросы

1. Что называется решением системы уравнений с n переменными?
2. Какие системы уравнений называются равносильными?
3. Перечислите известные Вам элементарные преобразования систем уравнений?
4. Какая система называется разрешенной?
5. В чем состоит суть метода Гаусса?
6. Что называется общим решением системы линейных уравнений?

Задачи и упражнения

1. Решите системы уравнений методом Гаусса:

а) $\begin{cases} x_1+3x_2-3x_3=2, \\ 4x_1+4x_2-4x_3=5, \\ -x_1-5x_2+7x_3=-1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1-x_2+3x_3+x_4=6, \\ 7x_1+5x_2-7x_3-x_4=8, \\ x_1+8x_2-18x_3-5x_4=-6; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3=0, \\ 2x_1+3x_2+4x_3=0, \\ 2x_1+x_2+x_3=1, \\ 2x_1+2x_2+3x_3=1; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 2x_1-x_2-3x_3-2x_4-x_5=3, \\ 4x_1-x_2-9x_3-7x_5=6, \\ -x_1-3x_2+10x_3-4x_4+6x_5=3, \\ 3x_1-6x_3-x_4-4x_5=4. \end{cases}$

2. Найдите решение системы уравнений в зависимости от параметра a:

а) $\begin{cases} ax_1+x_2+x_3=1, \\ x_1+ax_2+x_3=1, \\ x_1+x_2+ax_3=1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} (1+a)x_1+x_2+x_3=1, \\ x_1+(1+a)x_2+x_3=a, \\ x_1+x_2+(1+a)x_3=a^2. \end{cases}$

Домашнее задание

1. Решите системы уравнений методом Гаусса:

а) $\begin{cases} x_1-3x_2=4, \\ 2x_1+3x_2=-1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x_1-x_2+2x_3=3, \\ 2x_1-x_2+3x_3=3, \\ x_1+5x_2-4x_3=7; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 3x_1-x_2+3x_3=5, \\ x_1-x_2+4x_3=4, \\ 2x_1-3x_2+5x_3=4, \\ x_1+3x_2-x_3=0; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3-2x_4+x_5=4, \\ 3x_1+6x_2+5x_3-4x_4+3x_5=5, \\ x_1+2x_2+7x_3-4x_4+x_5=11. \end{cases}$

Занятие 6. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера

Теоретические вопросы

1. Какие системы линейных уравнений можно решить методом обратной матрицы? По формулам Крамера?
2. Сформулируйте алгоритм решения систем линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Сформулируйте алгоритм решения систем линейных уравнений по формулам Крамера.

Задачи и упражнения

1. Решите системы уравнений двумя методами: методом обратной матрицы и по формулам Крамера:

а) $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = 7, \\ 5x_1 + 7x_2 = 3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 9, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 3; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 5x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$

2. Найдите все значения параметра a, при которых система уравнений $\begin{cases} 2ax + 8y = 7, \\ 9x + ay = 3 \end{cases}$ имеет единственное решение.

Домашнее задание

1. Решите системы уравнений двумя методами: методом обратной матрицы и по формулам Крамера:

а) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 2, \\ 4x_1 + 4x_2 - 4x_3 = 5, \\ -x_1 - 5x_2 + 7x_3 = -1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 3, \\ x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 7; \end{cases}$

2. Найдите все значения параметра a, при которых система уравнений $\begin{cases} (a+1)x - a^2 y = 2, \\ 3x - 2ay = 2 \end{cases}$ не имеет решений.

Занятие 7. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений

Теоретические вопросы

1. Какая система линейных уравнений называется однородной?
2. Дайте определение фундаментальной системы решений однородной системы линейных уравнений.
3. Как в векторной форме можно записать общее решение системы линейных уравнений?

Задачи и упражнения

1. Найдите фундаментальную систему решений однородной системы уравнений:

а) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - 4x_3 + 4x_4 = 0, \\ 6x_1 - x_2 - 4x_3 + 6x_4 = 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ -x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$

2. Найдите общее решение системы линейных уравнений в векторной форме:

а) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 1, \\ 3x_1 + 5_2 - 11x_3 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 - 10x_3 = 3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 3, \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + x_4 = 8, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 8x_4 = 7; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x_1 - 2x_3 + x_4 + x_5 = 0, \\ -x_1 + x_2 - x_3 - x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_4 = 0. \end{cases}$

3. Образует ли система векторов $(1; 2; -2; -1)$, $(3; 1; -1; -3)$ фундаментальную систему решений системы уравнений $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$

Домашнее задание

1. Найдите фундаментальную систему решений однородной системы уравнений:

а) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 0, \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 - 7x_5 = 0. \end{cases}$

2. Найдите общее решение системы линейных уравнений в векторной форме:

а) $\begin{cases} x_1 - x_2 - 3x_3 - x_4 = 1, \\ 3x_1 - 4x_2 - 11x_3 - 7x_4 = 2, \\ 3x_1 - 5x_2 - 13x_3 - 11x_4 = 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 - 2x_3 + x_4 + x_5 = 0, \\ -x_1 + x_2 - x_3 - x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_4 = 0. \end{cases}$

Занятие 8-9. Векторы и операции над ними. Линейно зависимые и независимые системы векторов. Базис и ранг системы векторов

Теоретические вопросы

1. Дайте определение n-мерного вектора.
2. Что называется суммой двух векторов? Произведением вектора на число?
3. Дайте определение линейной комбинации векторов.
4. Какие системы векторов называются линейно независимыми?
5. Перечислите свойства линейно зависимых и линейно независимых систем векторов.
6. Дайте определение базиса системы векторов. Любая ли система векторов имеет базис?
7. Что называется рангом системы векторов?

Задачи и упражнения

1. Даны векторы: $A_1 = (2; -1; 0; 3)$, $A_2 = (0; -3; 2; -1)$, $A_3 = (-4; -1; 3; 2)$. Найдите следующие линейные комбинации этих векторов:

а) $B_1 = 3A_1 - 2A_2 + A_3$; б) $B_2 = A_1 - 6A_3$.

2. Выясните, разлагается ли вектор B по системе векторов $A_1 = (1; -2; 1; 3)$, $A_2 = (-2; 0; 1; 1)$, $A_3 = (2; 2; -3; 1)$.

а) $B = (1; -4; 3; 1)$; б) $B = (-2; 1; 1; 3)$.

3. Выясните, является ли данная система векторов линейно зависимой или линейно независимой:

а) $A_1 = (-1; 0; 3)$, $A_2 = (0; -3; 2)$, $A_3 = (-3; 6; 5)$;

б) $A_1 = (2; 1; 0; 3)$, $A_2 = (1; 3; 2; -1)$, $A_3 = (2; -1; 3; -2)$, $A_4 = (0; 1; 2; 3)$.

4. Найдите какой-либо базис и ранг системы векторов и векторы, не входящие в базис разложите по базису:

а) $A_1=(1;1;2)$, $A_2=(3;1;2)$, $A_3=(1;2;1)$, $A_4=(2;1;2)$;

б) $A_1=(1;0;1;0)$, $A_2=(-2;1;3;-7)$, $A_3=(3;-1;0;3)$, $A_4=(-4;1;-3;1)$.

Домашнее задание

1. Выясните, разлагается ли вектор $B=(-3;3;1;4)$ по системе векторов $A_1=(-1;1;0;2)$, $A_2=(-3;2;1;1)$, $A_3=(-5;3;1;2)$.

2. Является ли система векторов $A_1=(1;2;3)$, $A_2=(0;3;-2)$, $A_3=(1;-1;1)$ линейно зависимой или линейно независимой?

3. Найдите базис системы векторов $A_1=(1;3;0;5)$, $A_2=(1;2;0;4)$, $A_3=(1;1;2;3)$, $A_4=(1;0;-2;2)$, $A_5=(1;-3;6;1)$ и векторы, содержащий векторы A_2 и A_5, и все векторы разложите по базису.

2 семестр

Занятия 1-2. Квадратичные формы. Приведение квадратичных форм к каноническому виду

Теоретические вопросы

1. Дайте определение квадратичной формы от n переменных. Приведите примеры.
2. Как построить матрицу квадратичной формы?
3. Сформулируйте определение эквивалентных квадратичных форм.
4. Какой вид квадратичной формы называется каноническим?
5. Дайте определение положительно определенной (отрицательно определенной) квадратичной формы.

Задачи и упражнения

1. Напишите матрицу квадратичной формы $F=x_1^2+x_2^2-2x_1x_2+4x_2x_3$.

2. Напишите квадратичную форму по ее матрице $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 2 & -2\\ 1 & -2 & -1\end{pmatrix}$.

3. Приведите к каноническому виду квадратичные формы:

а) $F=x_1^2+3x_2^2+4x_3^2+2x_1x_2+2x_1x_3+6x_2x_3$;

б) $F=x_1^2+2x_1x_2+2x_2x_3$.

4. Найдите все значения параметра λ, при которых положительно определены квадратичные формы:

а) $F=2x_1^2+x_2^2+\lambda x_3^2+2x_1x_2-2x_1x_3-2x_2x_3$;

б) $F=2x_1^2+\lambda x_2^2+2x_3^2+2x_1x_2+6x_1x_3+4x_2x_3$.

Домашнее задание

1. Напишите матрицу квадратичной формы $F=x_1^2+2x_3^2+2x_1x_2+8x_1x_3$.

2. Напишите квадратичную форму по ее матрице $A=\begin{pmatrix}1 & 3 & 0\\ 3 & 0 & 1\\ 0 & 1 & -2\end{pmatrix}$.

3. Приведите к каноническому виду квадратичные формы:

а) $F=2x_1^2-3x_2^2-4x_1x_2+4x_1x_3-8x_2x_3$;

б) $F = x_1^2 - 4x_2x_3 + x_3^2$.

4. Найдите все значения параметра λ, при которых отрицательно определена квадратичная форма $F = -x_1^2 + \lambda x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$.

Занятия 3-4. Комплексные числа и действия над ними

Теоретические вопросы

1. Дайте определение комплексного числа. Приведите примеры комплексных чисел.
2. Что называется действительной (мнимой) частью комплексного числа?
3. Сформулируйте правила сложения, вычитания и умножения комплексных чисел.
4. Какие два комплексных числа называются сопряженными?
5. Сформулируйте правило деления комплексных чисел.
6. Дайте определение комплексной плоскости.

Задачи и упражнения

1. Чему равна действительная и мнимая части комплексного числа:

а) $2+5i$; б) $i-2$; в) 4; г) $2+i$; д) $3i$;

е) $1-5i$; ж) $3i-\sqrt{2}$; з) $-5i$; и) $1+i\sqrt{3}$; к) 0.

2. Выполните действия:

а) $(2+5i)+(1-i)$; б) $(2-i)-(1+5i)$; в) $3i(2+i)$;

г) $(2+i)\cdot(1-i)$; д) $\dfrac{3i}{5+i}$; е) $\dfrac{1-5i}{3+2i}$;

ж) $(3i-\sqrt{2})^2$; з) i^{23}; и) $\dfrac{(1-i)^2}{1+2i}$.

3. Изобразите на комплексной плоскости множество точек, заданное уравнением:

а) $z^2=4$; б) $z\cdot \operatorname{Im} z+1=0$; в) $\operatorname{Re} z-\operatorname{Im} z=2$;

г) $\operatorname{Re} z-\operatorname{Im} z=2z$; д) $2z+\bar{z}=i\operatorname{Re} z$; е) $\dfrac{z-5i}{3+2i}+\bar{z}=0$.

Домашнее задание

1. Чему равна действительная и мнимая части комплексного числа:

а) $-2-5i$;б) $3i-2$; в) -5; г) $\sqrt{2}-\dfrac{i}{2}$; д) $3i$;

2. Выполните действия:

г) $(2+i)\cdot(1-i)$; д) $\dfrac{3i}{5+i}$; е) $\dfrac{1-5i}{3+2i}$;

ж) $(3i-\sqrt{2})^2$; з) i^{23}; и) $\dfrac{(1-i)^2}{1+2i}$.

3. Изобразите на комплексной плоскости множество точек, заданное уравнением:

а) $z+4=\operatorname{Im} z-i\operatorname{Re} z$; б) $z\cdot \operatorname{Re} z-1=0$; в) $\operatorname{Re} z+i\operatorname{Im} z=2$;

Занятия 5-8. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Формула Муавра

Теоретические вопросы

1. Дайте определения модуля и аргумента комплексного числа. Любое ли число имеет модуль и аргумент? Однозначно ли они определяются?
2. Сформулируйте свойства модулей и аргументов комплексных чисел.
3. Что называется тригонометрической формой записи комплексного числа?

4. Сформулируйте правила выполнения действий над комплексными числами, записанными в тригонометрической форме.
5. Что позволяет вычислить формула Муавра?
6. Как можно извлечь корень n-й степени из комплексного числа? Сколько значений имеет этот корень?

Задачи и упражнения

1. Найдите модуль и аргумент комплексного числа:

а) $1-i$; б) $1+i\sqrt{3}$; в) 3;

г) $i\sqrt{2}-2$; д) $-5i$; е) $\dfrac{1-i}{1+i}$.

2. Заданы ли следующие числа в тригонометрической форме?

а) $2\left(\cos\dfrac{\pi}{6}+i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$; б) $-3\left(\cos\dfrac{\pi}{4}+i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$;

в) $4\left(\cos\dfrac{\pi}{6}-i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$; г) $\cos\dfrac{\pi}{3}+i\sin\dfrac{\pi}{3}$.

3. Запишите числа в тригонометрической форме

а) -5; б) $7i$; в) $-\dfrac{3}{\sqrt{2}}+i\dfrac{3}{\sqrt{2}}$;

г) $-\sqrt{2}-i$; д) $2+3i$; е) $\dfrac{1+i}{2-i}$.

4. Вычислите, используя тригонометрическую форму записи числа

а) $(2-2i)^{10}$; б) $\dfrac{(1-i)^5}{1+2i}$; в) $\left(1+\cos\dfrac{\pi}{3}+i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)^6$.

5. Найдите все значения корней

а) $\sqrt[3]{8}$; б) $\sqrt[4]{-1}$; в) $\sqrt[3]{2i-2}$.

6. Изобразите на комплексной плоскости множество точек, заданное уравнением:

а) $|z+3|=1$; б) $|z-2|<2$; в) $|2z-1|\geq 4$;

г) $Arg(z-i)=\dfrac{\pi}{3}$; д) $\arg(z-i)<\dfrac{\pi}{3}$; е) $\dfrac{\pi}{4}<Arg(z-i)<\dfrac{\pi}{2}$.

Домашнее задание

1. Найдите модуль и аргумент комплексного числа:

а) $-3+i$; б) $\sqrt{3}-i$; в) $3i$;

2. Запишите числа в тригонометрической форме

а) $-5i$; б) $7i-7$; в) $-\sqrt{3}+i$;

г) $i\sqrt{2}$; д) $-1-i$; е) $\dfrac{3+i}{1-2i}$.

4. Вычислите, используя тригонометрическую форму записи числа

а) $(2+2i)^{10}$; б) $\dfrac{1+2i}{(1+i)^6}$; в) $\left(1-\cos\dfrac{\pi}{4}+i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)^4$.

5. Найдите все значения корней

а) $\sqrt[3]{-8}$; б) $\sqrt[6]{1}$.

6. Изобразите на комплексной плоскости множество точек, заданное уравнением (неравенством):

а) $|z-5|=3$; б) $|4z-2|\leq 8$; в) $Arg(2z-i)=\dfrac{\pi}{2}$.

Занятия 9-10. Векторы на плоскости и в пространстве. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов

Теоретические вопросы

1. Что называется вектором на плоскости (в пространстве)?
2. Какие два вектора называются равными?
3. В чем состоит геометрический смысл линейной зависимости и линейной независимости векторов?
4. Что называется углом между векторами? Какие векторы называются ортогональными?
5. Дайте определение скалярному произведению двух векторов. Назовите его свойства.
6. Что называется векторным произведением двух векторов? Какими свойствами оно обладает?
7. Дайте определение смешанного произведения трех векторов. Какими свойствами оно обладает?

Задачи и упражнения

1. Даны три точки $A(-3;4)$, $B(2;1)$, $C(3;-2)$.

а) Найдите координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$ и их модули.

б) Найдите координаты точки K, лежащей на отрезке AB и делящей его в отношении $1:3$, считая от точки A.

в) Найдите длину медианы AM треугольника ABC.

г) Вычислите косинус угла BAC.

д) Вычислите площадь треугольника ABC и длину его высоты AH.

е) Найдите длину биссектрисы AN треугольника ABC.

ж) Докажите, что если $D(-1;-2)$, то диагонали четырехугольника $ABCD$ перпендикулярны.

2. При каком значении параметра m векторы $\vec{a}(m;-3;2)$ и $\vec{b}(1;2;-m)$ ортогональны?

3. Даны вершины треугольной пирамиды $A(3;-1;5)$, $B(4;2;-5)$, $C(-4;0;3)$ и $D(1;0;-2)$.

а) Найдите координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$ и их модули.

б) Вычислите площадь треугольника ABC.

в) Вычислите косинус угла BAC.

г) Найдите объем пирамиды $ABCD$.

д) Найдите длину высоты AH пирамиды $ABCD$.

Домашнее задание

1. Даны вершины треугольника $A(1;-2)$, $B(3;-1)$, $C(-1;5)$.

а) Найдите стороны AB, AC и BC.

б) Найдите длину медианы AM треугольника ABC.

в) Вычислите косинус угла BAM.

г) Вычислите площадь треугольника ABC и длину его высоты AH.

2. Даны вершины треугольной пирамиды $S(0;0;0)$, $A(2;-1;3)$, $B(-2;2;0)$, $C(-4;2;1)$.

а) Найдите длины ребер SA, SB и SC.

б) Вычислите площадь грани SAB.

в) Найдите объем пирамиды $SABC$.

г) Найдите длину высоты SH пирамиды $SABC$.

Занятие 11-12. Уравнения прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой

Теоретические вопросы

1. Какие виды уравнений прямой на плоскости Вы знаете?
2. Как по общим уравнениям прямых определить, перпендикулярны ли они? Параллельны ли они? Какой угол между ними?
3. По какой формуле можно найти расстояние от данной точки до заданной общим уравнением прямой?

Задачи и упражнения

1. Постройте прямые, заданные уравнениями: $y = 2x - 3$; $x - 3y + 5 = 0$;
$\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1}$; $2(x+2) - 3(y-1) = 0$; $\begin{cases} x = t, \\ y = -1 - 2t. \end{cases}$

2. Напишите уравнения прямой:
   а) проходящей через точки $A(-1;3)$ и $B(2;1)$;
   б) проходящей через точку $C(0;-2)$ параллельно прямой $x + y - 2 = 0$;
   в) проходящей через точку $D(1;-1)$ перпендикулярно прямой $y = 2x$.

3. Найдите угол, образованный прямой $2x - 3y - 1 = 0$
   а) с положительным направлением оси абсцисс;
   б) с прямой $x + 2y - 3 = 0$.

4. Среди прямых $3x - 2y + 17 = 0$, $6x - 4y - 9 = 0$, $6x + 4y - 5 = 0$, $2x + 3y - 16 = 0$ укажите перпендикулярные и параллельные. Найдите расстояние между параллельными прямыми.

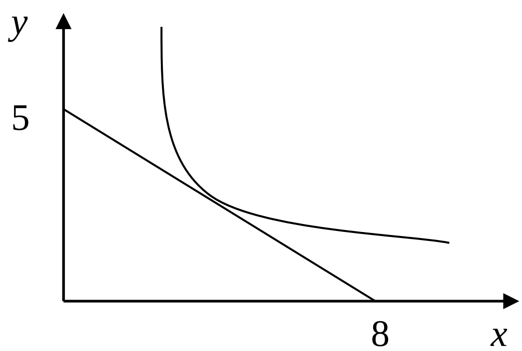
5. Найдите точку пересечения прямых $2x - 3y - 8 = 0$ и $x + 2y + 3 = 0$.

6. Даны координаты вершин треугольника ABC: $A(-3;4)$, $B(2;1)$, $C(3;-2)$.
   а) Напишите уравнения стороны BC, высоты AH и медианы AM.
   б) Найдите координаты основания H высоты AH и ее длину.

Домашнее задание

1. Даны вершины треугольника $A(1;-2)$, $B(3;-1)$, $C(-1;5)$.
   а) Напишите уравнения сторон AB, AC и BC.
   б) Напишите уравнение высоты AH и найдите координаты точки H.
   в) Найдите расстояние от точки H до прямой AC.
   г) Напишите уравнение прямой, проходящей через точку B параллельно прямой AC.
   д) Найдите величину угла BAC.

2. На рисунке показана кривая безразличия потребителя и его бюджетная линия. Напишите уравнение бюджетной линии, если цена p_y товара y равна 6 руб.



Занятие 13-14. Кривые второго порядка на плоскости

Теоретические вопросы

1. Что называется эллипсом? Какой вид имеет его каноническое уравнение? Назовите свойства эллипса.
2. Дайте определение гиперболы. Какой вид имеет ее каноническое уравнение? Назовите свойства гиперболы.
3. Дайте определение параболы. Какой вид имеет ее каноническое уравнение? Назовите свойства параболы.

Задачи и упражнения

1. Напишите каноническое уравнение эллипса, проходящего через точку $A(1{,}25; 1)$ и имеющего эксцентриситет, равный $0{,}6$. Найдите сумму расстояний от точки A до фокусов эллипса. Постройте эллипс, его фокусы и директрисы.
2. Составить каноническое уравнение гиперболы, если ее асимптоты заданы уравнениями $y = \pm 0{,}6x$ и гипербола проходит через точку $M(10; -3\sqrt{3})$. Найдите фокусы гиперболы, директрисы и эксцентриситет.
3. Постройте параболу $y^2 = 6x$. Найдите фокус и директрису параболы. Убедитесь, что точка $N(2; 2\sqrt{3})$ принадлежит параболе и равноудалена от фокуса и директрисы.
4. Постройте кривые

а) $x^2 + 4y^2 - 6x + 8y = 3$;

б) $16x^2 - 9y^2 - 64x + 54y - 161 = 0$;

в) $y^2 - 8y = 4x$.

Домашнее задание

1. Составьте уравнение фигуры, сумма расстояний от каждой точки которой до точек $F_1(1, 0)$ и $F_2(-1, 0)$ равна 6. Постройте эту фигуру и укажите две точки, принадлежащие ей.
2. Составить каноническое уравнение гиперболы, если ее эксцентриситет равен 2, а уравнения директрис $x = \pm 0{,}5$. Постройте эту гиперболу.
3. Составьте уравнение фигуры, все точки которой равноудалены от точки $F(2; 0)$ и прямой $x = -2$. Постройте эту фигуру.

Занятия 15-16. Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Расстояние от точки до плоскости. Угол между прямыми

Теоретические вопросы

1. Какие виды уравнений плоскости Вы знаете?
2. Как по общим уравнениям плоскостей определить, перпендикулярны ли они? Параллельны ли они? Какой угол между ними?
3. Как можно найти расстояние от данной точки до заданной общим уравнением плоскости?
4. Какие виды уравнений прямой в пространстве Вы знаете?
5. Как по каноническим уравнениям прямых в пространстве определить угол между ними?

Задачи и упражнения

1. Напишите уравнения плоскости:

а) по трем точкам $A(-1; 3; -2)$, $B(2; 1; 1)$ и $C(-3; 1; 0)$;

б) по точке $F(1; -3; 0)$ и вектору нормали $\vec{n}(-1; 0; 1)$

в) проходящей через точки $M(0; -1; 1)$ и $N(3; 2; -1)$ и параллельной оси Oz;

г) проходящей через точку $K(1; 1; -3)$ и параллельной плоскости Oyz.

2. Среди плоскостей $3x - 2y + z + 17 = 0$, $x + 2y + z - 9 = 0$, $6x - 4y + 2z - 5 = 0$, $x + 3y - z - 6 = 0$ укажите перпендикулярные и параллельные. Найдите расстояние между параллельными плоскостями. Найдите угол между пересекающимися плоскостями.
3. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $P(1; 1; -2)$ и перпендикулярную плоскостям $3x - y - z + 10 = 0$ и $x + 3y + z = 0$.

4. Напишите каноническое и параметрическое уравнения прямой:

а) проходящей через точки $A(-1;0;2)$ и $B(2;-1;1)$;

б) проходящей через точку $K(1;-1;2)$ параллельно прямой $\frac{x}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{3}$;

в) проходящей через точку $D(2;1;2)$ перпендикулярно плоскости $3x-y+2z+1=0$.

5. Найдите угол между прямыми $\frac{x-1}{-2}=\frac{y}{2}=\frac{z+4}{3}$ и $\begin{cases} x+y-2z=0, \\ x-3y+z+2=0. \end{cases}$.

6. Найдите точку пересечения прямой $\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+3}{2}$ с плоскостью $2x+y-z+3=0$.

Домашнее задание

1. Даны вершины треугольной пирамиды $S(0;0;0)$, $A(2;-1;3)$, $B(-2;2;0)$, $C(-4;2;1)$.

а) Найдите уравнения граней ABC и SBC, а также угол между этими плоскостями.

б) Вычислите длину высоты SH пирамиды $SABC$.

в) Напишите уравнение секущей плоскости, проходящей через середины ребер SB и SC перпендикулярно плоскости основания ABC.

г) Найдите уравнения ребер SA, SB, а также угол между ними.

д) Найдите координаты точки K, если AK высота грани SAB.

е)* Найдите расстояние между скрещивающимися прямыми SA и BC.

Самостоятельная работа

Задания для самостоятельной работы приведены в планах практических занятий. Контроль выполнения самостоятельной работы осуществляется на каждом практическом занятии в форме проверки домашнего задания, фронтального опроса.

При изучении каждой темы курса в ходе лекций, а также на практических занятиях рассматриваются решения типовых задач по соответствующей теме. Для самостоятельной работы студентам предлагаются аналогичные задачи, поэтому они могут воспользоваться этими образцами.

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

1 семестр

Контрольная работа №1 (типовая)

1. Решите методом Гаусса и методом Крамера систему уравнений $\begin{cases} 3x_1-x_2+2x_3=3, \\ 2x_1-x_2+3x_3=3, \\ x_1+5x_2-4x_3=7. \end{cases}$

2. Является ли система векторов $A_1=(1;2;3)$, $A_2=(0;3;-2)$, $A_3=(1;-1;1)$ линейно зависимой или линейно независимой?

3. Найдите произведение матриц $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Найдите A^{-1}, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

Критерии оценивания контрольной работы №1

1. Нормы оценивания: каждое правильно выполненное задание 2-4 оценивается в 1 балл, 1 задание оценивается в 2 балла, с возможностью градации в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

№ п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,35
4	Неудовлетворительно	менее 3

2 семестр

Контрольная работа №2 (типовая)

1. Выполните действия:

а) $(2+i)\cdot(1-i)$;　　б) $\dfrac{3i}{5+i}$;　　в) $\dfrac{1-5i}{3+2i}$.

2. Запишите числа в тригонометрической форме

а) $-5i$;　　б) $7i-7$;　　в) $-\sqrt{3}+i$.

3. Даны вершины треугольника $A(1;-2)$, $B(3;-1)$, $C(-1;5)$.

а) Найдите длину медианы AM треугольника ABC.

б) Вычислите косинус угла BAM.

в) Вычислите площадь треугольника ABC и длину его высоты AH.

Критерии оценивания контрольной работы №2

1. Нормы оценивания: каждое правильно выполненное задание 1-2 оценивается в 1 балл, 3 задание оценивается в 3 балла, с возможностью градации в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

№ п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

1 семестр

Форма промежуточной аттестации – **зачет.**

Теоретические вопросы для самопроверки (вопросы к зачету)

1. Понятие матрицы. Операции над матрицами и их свойства.
2. Понятие определителя матрицы. Свойства определителей.
3. Миноры и алгебраические дополнения.
4. Обратная матрица.
5. Системы линейных уравнений. Решение с помощью обратной матрицы.
6. Системы линейных уравнений. Формулы Крамера.
7. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.
8. Собственные векторы и собственные значения матриц.
9. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов.
10. Базис и ранг системы векторов.
11. Ранг матрицы.
12. n-мерные векторы. Системы векторов.
13. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов.
14. Базис и ранг системы векторов.
15. Ранг матрицы.

Критерий получения зачета

Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра согласно Положению о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Смоленский государственный университет» (утверждено Приказами ректора от 26 сентября 2019 г. №01-113, дополнения 30 апреля 2020г. №01-48). Для получения зачета студент должен:

- уметь отвечать на теоретические вопросы, рассмотренные на лекциях;
- уметь решать задачи, предложенные на практических занятиях.

2 семестр

Форма промежуточной аттестации – **экзамен**.

Для определения уровня сформированности компетенций применяется процедура независимой оценки.

Вопросы к экзамену

1. Понятие матрицы. Операции над матрицами и их свойства.
2. Понятие определителя матрицы. Свойства определителей.
3. Миноры и алгебраические дополнения.
4. Обратная матрица.
5. Системы линейных уравнений. Решение с помощью обратной матрицы.
6. Системы линейных уравнений. Формулы Крамера.
7. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.
8. Собственные векторы и собственные значения матриц.
9. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов.
10. Базис и ранг системы векторов.
11. Ранг матрицы.
12. Квадратичные формы. Приведение квадратичных форм к каноническому виду.
13. Комплексные числа и операции над ними. Примеры.
14. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Формула Муавра. Геометрический смысл уравнений $|z-a|=R; \quad \operatorname{Arg}(z-a)=\alpha$.

15. Векторы на плоскости и в пространстве. Геометрическая интерпретация линейной зависимости и линейной независимости системы векторов.
16. Скалярное произведение векторов и его свойства. Угол между векторами.
17. Векторное произведение векторов и его свойства.
18. Смешанное произведение векторов и его свойства.
19. Уравнения прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой.
20. Эллипс и его свойства.
21. Гипербола и ее свойства.
22. Парабола и ее свойства.
23. Уравнения плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
24. Уравнения прямой в пространстве. Угол между прямыми.

Вариант письменного экзаменационного задания (типовой)

1. Собственные векторы и собственные числа матриц.
2. Различные виды уравнения прямой на плоскости.
3. Решите систему уравнений $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 1, \\ x_1 + 4x_2 + x_3 = -7, \\ 3x_1 + 10x_2 - 4x_3 = -3 \end{cases}$ методом Гаусса.
4. $a = 5$ и $b = 4$ – полуоси эллипса. Требуется:
   а) составить каноническое уравнение эллипса;
   б) найти координаты фокусов;
   в) вычислить эксцентриситет;
   г) сделать рисунок.

5. Решить в комплексных числах уравнения:
$x^2 + 6x + 13 = 0$; $x^2 - 2x + 1 + m = 0$.

Критерии оценивания экзаменационной работы

1. Нормы оценивания:

№ п/п	Структурная часть работы	Количество баллов (*)
1	Каждый из теоретических вопросов	2
2	Каждая из задач	2

(*) с возможностью градации в 0,5 балла

2. Шкала оценивания работы:

Оценка по 10-балльной шкале	Оценка по 5-балльной шкале
10 – превосходно 9 – отлично 8 – почти отлично	5 – «отлично»
7 – очень хорошо 6 – хорошо	4 – «хорошо»
5 – удовлетворительно 4 – почти удовлетворительно	3 – «удовлетворительно»

3,2,1 – неудовлетвори-тельно	2 – «неудовлетворительно»

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

7.1. Основная литература

1 и 2 семестры

1. Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра : учебник и практикум для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 309 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02350-3. — Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/1CEE73D9-3041-44B2-94FF-0DEB2BB781E2.

2. Шипачев, В. С. Высшая математика. Полный курс в 2 т. Том 1 : учебник для вузов / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 4-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 248 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07889-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/470885

7.2. Дополнительная литература

1 и 2 семестры

1. Сборник задач по высшей математике для экономистов / Под ред. В.И. Ермакова. – М.: ИНФРА-М, 2010. (в библиотеке СмолГУ имеется в достаточном количестве)
2. Высшая математика для экономических специальностей. Под ред. Н.Ш. Кремера. Часть 1.-М.: Высшее образование, 2015 – [Электронный ресурс, ЭБС Юрайт].
3. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре / М.: Наука, 1978.
4. Общий курс высшей математики для экономистов. Под ред. В.И.Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2010. (в библиотеке СмолГУ в достаточном количестве)

7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Общероссийский математический портал MATH-NET URL: www.mathnet.ru:
2.. Национальная платформа открытого образования (opened.ru).
3. Алгебра матриц и линейные пространства. Национальный открытый университет «Интуит». URL: http://www.intuit.ru/studies/courses/992/207/info

7.4. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

1. Алексеенков В. В. Линейная алгебра : учеб.- метод. пособие для студентов 1 курса направления 080100 "Экономика" / В. В. Алексеенков. — Смоленск : СмолГУ, 2012.

8. Материально-техническое обеспечение

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная следующим оборудованием: стандартная учебная мебель (24 учебных посадочных места), стол и стул для преподавателя – по 1 шт., кафедра для лектора – 1 шт., доска настенная трехэлементная – 1 шт., переносной настенный экран – 1 шт., мультимедиапроектор BenQ – 1 шт., ноутбук Lenovo – 1 шт., колонки Genius – 1 шт.

Помещение для самостоятельной работы – ауд. 507 уч. корп. 3, оснащенная следующим оборудованием: компьютерный студенческий стол – 15 шт., компьютерный стол для преподавателя – 1 шт., монитор Acer – 16 шт., системный блок Kraftway – 16 шт., принтер Canon – 1 шт., проектор InFokus – 1 шт., интерактивная доска сенсорная SMART Board – 1 шт., стандартная учебная мебель (40 учебных посадочных мест), стол и стул для преподавателя – по 1 шт., кафедра для лектора – 1 шт., доска настенная трехэлементная – 1 шт.

9. Программное обеспечение

Microsoft Open License (Windows XP, 7, 8, 10, Server, Office 2003-2016), Лицензия 66920993 от 24.05.2016, ежегодное обновление.

Microsoft Open License (Windows XP, 7, 8, 10, Server, Office 2003-2016), Лицензия 66975477 от 03.06.2016, ежегодное обновление.

Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – Стандартный, Лицензия 1FB6151216081242, ежегодное обновление.

Dr. Web Server/Desktop Security Suite (Антивирус). Лицензия EE4E-QN5S-6FG2-N76B (Ежегодное обновление).