

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»
Кафедра математического анализа

«Утверждаю»
Проректор по учебно-
методической работе
Ю. А. Устименко.
«6» сентября 2022 г.

Рабочая программа дисциплины
Б1.О.10 Прикладные стохастические модели

Направление подготовки: 02.04.01 Математика и компьютерные науки
Направленность (профиль): Методы моделирования в анализе и стохастике
Форма обучения - очная
Курс – 2
Семестр – 3
Всего зачетных единиц – 5, часов – 180
Форма отчетности: экзамен – 3 семестр

Программу разработал
кандидат физико-математических наук, доцент Хартов А. А.

Одобрена на заседании кафедры
«30» августа 2022 г., протокол № 11

Смоленск
2022 г.

1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Прикладные стохастические модели» содержится в обязательной части Блока 1 дисциплин. Она изучается в 3 семестре и содержательно представляет собой применение к прикладным задачам понятий, фактов, методов, пройденных в рамках дисциплин «Дополнительные главы теории вероятностей», «Дискретные и вероятностные модели», «Вероятность и аппроксимация», «Случайные процессы», «Аналитические и вероятностные методы».

Целью освоения дисциплины является содействие становлению профессиональной компетентности магистра математики и компьютерных наук за счет умения использовать и применять ранее изученные теоретические понятия, модели и методы к прикладным задачам.

Изучение курса основано на традиционных методах высшей школы, тесной взаимосвязи со смежными курсами, а также на использовании современной учебной, методической литературы, информационных и образовательных технологий.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения
<p>ОПК-1. Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики</p>	<p>Знает: современный аппарат математики, основные понятия и базовые методы математического характера, используемые при выявлении, формализации, анализе и решении проблем прикладной и компьютерной математики.</p> <p>Умеет: находить, формулировать, выбирать необходимые методы решения и решать актуальные проблемы прикладной и компьютерной математики, использовать наиболее эффективные приемы моделирования, соответствующие данной научной дисциплине или моделируемому естественному процессу; использовать системы компьютерной математики.</p> <p>Владеет: навыками использования полученных теоретических сведений для более точного и максимально оптимального построения и реализации алгоритма решения задач прикладной и компьютерной математики.</p>
<p>ОПК-2. Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках, совершенствовать и разрабатывать концепции, теории и методы</p>	<p>Знает: основные понятия прикладной математики, сферы их приложений; возможности создания и исследования новых математических моделей в естественных науках; применение новых математических методов, появляющихся в исследованиях предметной области; основные способы математической обработки информации и их реализации с помощью программного обеспечения.</p> <p>Умеет: применять математические знания в профессиональной деятельности при построении математических моделей в естественных науках, требующие углубленных профессиональных знаний; выбирать необходимые методы исследования, модифицировать существующие и разрабатывать новые методы, исходя из задач конкретного исследования; оценивать программное обеспечение и перспективы его использования с учетом решаемых профессиональных задач; расширять свои математические познания.</p> <p>Владеет: основными методами обработки математических моделей в естественных науках; навыками работы с программными средствами общего и профессионального назначения; способами ориентации в профессиональных источниках информации; навыками проведения экспериментов и анализом их результатов. модели, стохастического и аналитического математического</p>

3. Содержание дисциплины

Телекоммуникационные модели. Модель телекоммуникационной системы обслуживания. Дисперсия нагрузки системы. Случаи слабой и сильной зависимости характеристик системы для удаленных моментов времени. Нормированный процесс нагрузки. Сходимость к винеровскому процессу. Сходимость к дробному броуновскому движению. Сходимость к процессам Леви. Сходимость к телеком-процессам. Проблематика моделирования с «вестников из прошлого». Модель микроимпульсов.

Модели стохастической финансовой математики. Финансовые структуры и инструменты. Вероятностное описание и представление нерегулярности поведения рыночных цен. Гауссовские и условно-гауссовские модели. Биномиальная модель эволюции цен. Модели основанные на броуновском движении. Диффузионные модели эволюции процентных ставок. Негауссовские модели эволюции финансовых индексов.

4. Тематический план

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий				
			лекции	семинары	практические занятия	лабораторные занятия	самостоятельная работа
1.	Телекоммуникационные модели	76	16		16		44
2.	Модели стохастической финансовой математики	77	16		16		45
	Контроль	27					
	Итого	180	32		32		116

5. Виды образовательной деятельности

Занятия лекционного типа

Лекция 1. Телекоммуникационные модели. Модель телекоммуникационной системы обслуживания.

Лекция 2. Телекоммуникационные модели. Дисперсия нагрузки системы.

Лекция 3. Телекоммуникационные модели. Случаи слабой и сильной зависимости характеристик системы для удаленных моментов времени.

Лекция 4. Телекоммуникационные модели. Нормированный процесс нагрузки.

Лекция 5. Телекоммуникационные модели. Сходимость к винеровскому процессу. Сходимость к дробному броуновскому движению.

Лекция 6. Телекоммуникационные модели. Сходимость к процессам Леви. Сходимость к телеком-процессам.

Лекция 7. Телекоммуникационные модели. Проблематика моделирования с «вестников из прошлого».

Лекция 8. Телекоммуникационные модели. Модель микроимпульсов.

Лекция 9-10. Модели стохастической финансовой математики. Финансовые структуры и инструменты.

Лекция 11. Модели стохастической финансовой математики. Вероятностное описание и представление нерегулярности поведения рыночных цен.

Лекция 12. Модели стохастической финансовой математики. Гауссовские и условно-гауссовские модели.

Лекция 13. Модели стохастической финансовой математики. Биномиальная модель эволюции цен.

Лекция 14. Модели стохастической финансовой математики. Модели, основанные на броуновском движении.

Лекция 15. Модели стохастической финансовой математики. Диффузионные модели эволюции процентных ставок.

Лекция 16. Модели стохастической финансовой математики. Негауссовские модели эволюции финансовых индексов.

Занятия семинарского типа

Практическое занятие №1. Телекоммуникационные модели

задание: найти математическое ожидание мгновенной нагрузки системы при фиксированном моменте времени.

Практическое занятие №2. Телекоммуникационные модели

задание: найти дисперсию интегральной нагрузки системы на фиксированном отрезке времени.

Практическое занятие №3. Телекоммуникационные модели

задание: для случая слабой зависимости в системе найти асимптотику дисперсии интегральной нагрузки W^* , когда t стремится к бесконечности.

Практическое занятие №4. Телекоммуникационные модели

задание: для случая сильной зависимости в системе дать равномерную оценку дисперсии интегральной нагрузки W^* , когда t стремится к бесконечности.

Практическое занятие №5. Телекоммуникационные модели

задание: вычислить дисперсию приращения нормированной нагрузки Z_a в случае сходимости к винеровскому процессу

Практическое занятие №6. Телекоммуникационные модели

задание: найти ковариацию нормированной нагрузки Z_a в случае сходимости к винеровскому процессу.

Практическое занятие №7. Телекоммуникационные модели

задание: упражнение 13.3, 13.9 из [1] списка дополнительной литературы

Практическое занятие №8. Телекоммуникационные модели

задание: упражнение 13.18 из [1] списка дополнительной литературы

Практическое занятие №9-10. Модели стохастической финансовой математики

задание: упражнения п. 1.2.1-1.2.3 списка дополнительной литературы.

Практическое занятие №11-12. Модели стохастической финансовой математики

задание: упражнения п. 2.2.1-2.2.4 из [5] списка дополнительной литературы.

Практическое занятие №13-14. Модели стохастической финансовой математики

задание: упражнения п.3.2.1-3.2.3 из [5] списка дополнительной литературы.

Практическое занятие №15-16. Модели стохастической финансовой математики

задание: упражнения п. 4.2.1-4.2.3 из [5] списка дополнительной литературы.

Самостоятельная работа

Задания по теме 1. «Телекоммуникационные модели».

- 1) Найти дисперсию мгновенной нагрузки W^o системы при фиксированном моменте времени.
- 2) Найти математическое ожидание интегральной нагрузки W^* системы на фиксированном отрезке времени.
- 3) Для случая сильной зависимости в системе найти асимптотику дисперсии интегральной нагрузки W^* , когда t стремится к бесконечности.
- 4) Для случая слабой зависимости в системе дать равномерную оценку дисперсии интегральной нагрузки W^* , когда t стремится к бесконечности.
- 5) Вычислить дисперсию приращения нормированной нагрузки Z_a в случае сходимости к дробному броуновскому движению.
- 6) Найти ковариацию нормированной нагрузки Z_a в случае сходимости к дробному броуновскому движению.
- 7) Упражнение 13.10 из списка дополнительной литературы.
- 8) Упражнение 13.19 из списка дополнительной литературы.
- 9) Доказать справедливость замечания 14.3 из списка дополнительной литературы.

Задания по теме 2. «Модели стохастической финансовой математики».

Упражнения п. 5.2.1, 5.2.2 из [5] списка дополнительной литературы.

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

Проведение текущего контроля осуществляется на каждом практическом занятии - в процессе выполнения заданий для аудиторной работы и в процессе проверки домашней самостоятельной работы.

Критерии оценивания заданий

1. Нормы оценивания работы

№ п/п	Критерии	Количество баллов (*)
1	Качество выполнения задания	3 балла
2	Качество оформления	2 балла

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания задания:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	5
2	Хорошо	4
3	Удовлетворительно	3
4	Неудовлетворительно	0-2

6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация осуществляется посредством проведения экзамена.

Перечень теоретических вопросов к экзамену

1. Модель телекоммуникационной системы обслуживания.
2. Мгновенная и интегральная нагрузки.
3. Дисперсия нагрузки системы.
4. Случай слабой зависимости характеристик системы для удаленных моментов времени.

5. Случаи сильной зависимости.
6. Нормированный процесс нагрузки.
7. Сходимость к винеровскому процессу.
8. Сходимость к дробному броуновскому движению.
9. Сходимость к процессам Леви.
10. Доминирующая длительность обслуживания.
11. Сходимость к устойчивому телеком-процессу.
12. Сходимость к устойчивому телеком-процессу.
13. «Вестники из прошлого» для случая сильной зависимости.
14. Модель микроимпульсов (м.м.).
15. Сходимость к дробному броуновскому движению в м.м.
16. Сходимость к устойчивому аналогу дробного броуновского движения в м. м.
17. Основные финансовые структуры и инструменты.
18. Вероятностное описание и представление нерегулярности поведения рыночных цен.
19. Гауссовские и условно-гауссовские модели.
20. Биномиальная модель эволюции цен.
21. Модели основанные на броуновском движении.
22. Модель Блэка-Шолза.
23. Стохастические процентные ставки.
24. Стандартная диффузионная модель стоимости акций.
25. Диффузионные модели временной структуры стоимостей семейства облигаций.
26. Негауссовские модели эволюции финансовых индексов.
27. Расчеты, связанные с хеджированием Европейского типа.
28. Расчеты, связанные с хеджированием Американского типа.
29. Опционы Европейского типа на биномиальном (B, S)-рынке.
30. Опционы Американского типа на биномиальном (B, S)-рынке.

Образец экзаменационного задания

1. Нормированный процесс нагрузки.
2. Модель Блэка-Шолза.

Критерии оценивания ответа на экзамене

1. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть билета	Количество баллов
1	Правильный ответ на каждый вопрос	10 баллов

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	17-20
2	Хорошо	13-16
3	Удовлетворительно	9-12
4	Неудовлетворительно	менее 9

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

7.1. Основная литература

1. Круглов, В. М. Случайные процессы в 2 ч. Часть 1. Основы общей теории : учебник для вузов / В. М. Круглов. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 276 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01748-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/489906>

2. Круглов, В. М. Случайные процессы в 2 ч. Часть 2. Основы стохастического анализа : учебник для вузов / В. М. Круглов. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 280 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02086-1. — Текст : электронный //

Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/490917>

7.2. Дополнительная литература

1. Лифшиц М. А. Случайные процессы - от теории к практике, – СПб: Издательство «Лань», 2016.
2. Ширяев А. Н., Основы стохастической финансовой математики, Т. 1,2, – Москва: Издательство «МЦНМО», 2016
3. Kaj I. Stochastic Modeling for Engineering Studies, Lecture Notes, Department of Mathematics, Uppsala University, Uppsala, 2010.
4. Kaj I., Taqqu M. S. Convergence to fractional Brownian motion and to the telecom process: the integral representation approach, “In and Out of Equilibrium. II.”, ser.: Progress in Probability, 60, Birkhauser, Basel, 2008, 383-427.
5. Chin E., Nel D., Olafsson S. Problems and Solutions in Mathematical Finance, John Wiley & Sons, Chichester, UK, 2017

7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

- Система дистанционного обучения Смоленского государственного университета <http://cdo.smolgu.ru>
- Электронно-библиотечная система университета <http://biblioteka.smolgu.ru>
- Национальный открытый университет <http://www.intuit.ru>
- Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>

8. Материально-техническое обеспечение

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная стандартной учебной мебелью, интерактивной доской, мультимедиапроектором, ноутбуком и колонками.

Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная стандартной учебной мебелью.

Помещение для самостоятельной работы – компьютерный класс с доступом к сети «Интернет» и ЭИОС СмолГУ.

9. Программное обеспечение

Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный АО «Лаборатория Касперского», лицензия 1FB6-161215-133553-1-6231.

Microsoft Open License, лицензия 49463448 в составе:

1. Microsoft Windows Professional 7 Russian;
2. Microsoft Office 2010 Russian.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0
Владелец: Артеменков Михаил Николаевич
Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022