-

* *

. / 2022 *

:

: .

:

1

1,2

8(288

6 -(.

- (* *

16 . , . . *(10

* *

2022

00*, / *, 1 (
(*
(
*
* (
(
(((
(*
(
((-
*
00*, / *, 1
((*

-8.	(((((7 ((7 7 7 ((((7 (7 ((7 (7 (7 7 7 * 7 (7 7 ((7 7 7 *

	7 7 7 7 7 (7 7 7 7 - *
-5.	((((((((7 (((((((7 ((*
-7. (((	(7 (((7 *

1. . * (
(* *
* *
* * *
* * *
* (
*

2. *

*

* *

(*

n- * *

R (

* ***k*** **R**

(***r*** ***r*** < ***k***)*

* *

3. *

* *

* *

* *

* *

* *

*

* *

((

* (((*

* (

*

(*

4.

* * *

* (*

* *

*

*

*

*

* *

(

*

* (

* (

*

*

+						
1		59	16	16		27
2		58	16	16		26
		27				27
		144	32	32		53+27

+						
1		67	20	20		27
2		50	12	12		26
		27				27
		144	**32**	**32**		**53+27**

1

1-2. * (
(*
3-4. * *
5-6. *
*
7-8. *
(*
9-10. *
*
(* *
11-12.
(*
***n*-** * *
13-14. **R** (
* ***k***
R (***r*** ***r*** < ***k***).
15-16. * *

1-2. * *
*
3-4. *
* *
* *
* *
5-6. * *
*
*
7-8. * (
(* ((
(*
*
9-10. *
* * *
(*
*
11-12. *
*

*
*
13-14. *
*
* (
*
15-16. *
(
* (
*
*

*

-3. *Матрицы, действия над ними.*

1. ((
*
2. ((*

* * * * - *(((. , , 3*
-*- - (-*. - (-*/ (-*1 - (-*3(-*4 - *

* * * * - *(((. , , 3*
-*- - (-*. - (-*0(-*1 - (-*2(-*4 - *

Определение определителя.

1. *
*
2. *
*
3. *

* * * * - *(((. , , 3*
. *- - (- * *

* * * * - *(((. , , 3*
. *- - (- * *

Нахождение определителя по методу Гаусса.

1. *
2. *

* * * * - *(((. , , 3*
. *- - (- * * . * * . */ - *
*

* * * * - *(((. , , 3*
. *- - (- * * . */ - *
*

Нахождение определителя разложением по строке (столбцу).

-* *
. * *

* * * * - *(((. , , 3*
. *- - (- * *
. */ - * *

* * * * - *(((. , , 3*
. *- - (- * *
. */ - * *

Ранг матрицы.

-* *
. * *

* * * * - *(((. , , 3*
. *0 ((- *

* * * * - *(((. , , 3*
. *0 - ((- *

-9. *Обратная матрица.*

-* *
. * * (
*
/ * *
0* *

* * * * - *(((. , , 3*
/ *- - ((*
* / *. - (/ */ *

* * * * - *(((. , , 3*
/ *- - (*
* / *. - *

Метод Гаусса решения линейных систем.

-* *
*
. * *
/ * *

* * * * - *(((. , , 3*
0*- (- (*

* * * * - *(((. , , 3*
0*- ((*

Метод обратных матриц решения линейных систем.

-* *
*
. * *
/ * *

* * * * - *(((. , , 3*
0*. - (0*/ - *

* * * * - *(((. , , 3*
0*. - (0*/ *

Правило Крамера решения линейных систем.

-* *
*
. * *
/ * *

* * * * - *(((. , , 3*
0*0 - (0*1 - *

* * * * - *(((. , , 3*
0*0 - (0*1 *

-14. *Решение линейных систем общего вида.*

-* *
*
. * - *
/ * *
0* *

* * * * - *(((. , , 3*
1*- - *

* * * * - *(((. , , 3*
1*- - *

Решение линейных систем общего вида с помощью нахождения фундаментальной системы решений.

-* *
*
. * - *
/ * *
0* *

* * * * - *(((. , , 3*
1*- - * *
*

* * * * - *(((. , , 3*
1*- - * *
*

Повторение материала. Контрольная работа

---

1. (

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ & & & \\ -1 & -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

2.

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 10 & 1 \\ 4 & 8 & 18 & 7 \\ 10 & 18 & 40 & 17 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. (

*

4. 6

$$\cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

5. 6

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 10 & 1 \\ 4 & 8 & 18 & 7 \\ 10 & 18 & 40 & 17 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \end{pmatrix}.$$

-2. *Определение и свойства линейного пространства*.

-* *

. * *

-* ($n \times m$

*

. * n(

6 $\oplus$ 9 $\cdot$ (λ 9λ ;

/ * n

(6 ⊕ 9 · (λ 9λ ;

0* (

-∞;+∞ (

6f ⊕g 9f ·g (λ f 9 f^{λ} ;

1* (

--7- (6f ⊕g 9f g (λ f 9 λf ;

-* (

$a \oplus b = a + b,\ \lambda\ \ a = [\lambda a]$?

. * (

$a \oplus b = a \cdot b,\ \lambda\ \ a = a^{\lambda}$?

-4. *Линейная зависимость и независимость системы элементов линейного пространства.*

-*

.

. * *

-*

1×3:

9 $\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\end{pmatrix}$(9 $\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1\end{pmatrix}$(9 $\begin{pmatrix}2 & -1 & 1\end{pmatrix}$;

9 $\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\end{pmatrix}$(9 $\begin{pmatrix}2 & 1 & 3\end{pmatrix}$;

9 $\begin{pmatrix}-2 & 1 & 5\end{pmatrix}$(9 $\begin{pmatrix}4 & -3 & 0\end{pmatrix}$(9 $\begin{pmatrix}0 & -1 & 10\end{pmatrix}$;

9 $\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\end{pmatrix}$(9 $\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1\end{pmatrix}$(9 $\begin{pmatrix}2 & -1 & 1\end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix}1 & 4 & 3\end{pmatrix}$.

. *

2×2:

9 $\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$(9 $\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 1\end{pmatrix}$(9 $\begin{pmatrix}0 & 1\\ 3 & 2\end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$;

9 $\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$(9 (9 $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix}2 & 1\\ 2 & 1\end{pmatrix}$.

/ *

(, 7 ∞): f(x)=ln x, g(x)=sin x, h(x)=e^x.

-*

($-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}$): f(x)=tg^2 x, g(x)=$\frac{2}{\cos^2 x}$, h(x)=3.

. * (

. -6*a* = 2, *b* = 7.

-6. *Базис линейного пространства.*

-*

. * *

-* 1×3:

$$9\ (1\quad 2\quad 1)(\quad 9\ (1\quad 3\quad 2)(\quad 9\ (0\quad 1\quad 1);$$
$$9\ (1\quad 1\quad 1)(\quad 9\ (3\quad 1\quad 2)(\quad 9\ (0\quad 1\quad 1)?$$

. * 2×2:

$$9\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}(\quad 9\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}(\quad 9\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}, D=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}?$$

/ * -

6

$$\begin{cases}7\,{}_1+2\,{}_2-\,{}_3-2\,{}_4+2\,{}_5=0\\ \,{}_1-3\,{}_2+\,{}_3-\,{}_4-\,{}_5=0\\ 2\,{}_1+5\,{}_2+2\,{}_3+\,{}_4+\,{}_5=0\end{cases}7\quad \begin{cases}\,{}_1+2\,{}_2+\,{}_3+4\,{}_4+\,{}_5=0\\ 2\,{}_1-\,{}_2+3\,{}_3+\,{}_4-5\,{}_5=0\\ \,{}_1+3\,{}_2-\,{}_3-6\,{}_4-\,{}_5=0\end{cases}.$$

-* 1×3:

$$9\ (2\quad 1\quad 3)(\quad 9\ (1\quad 0\quad 1)?$$

. * 2×2:

$$9\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}(\quad 9\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}(\quad 9\begin{pmatrix}0 & 2\\ 1 & 1\end{pmatrix}, D=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 0\end{pmatrix}?$$

/ * -

6

$$\begin{cases}2\,{}_1+\,{}_2-\,{}_3-\,{}_4=0\\ 3\,{}_1+\,{}_2+\,{}_3-\,{}_4=0\end{cases}7\quad \begin{cases}2\,{}_1+3\,{}_2+4\,{}_3-\,{}_4-\,{}_5-2\,{}_6=0\\ 4\,{}_1+6\,{}_2+8\,{}_3-2\,{}_4-2\,{}_5-4\,{}_6=0\end{cases}.$$

-8. *Преобразование координат при изменении базиса. Определение линейного оператора.*

1. *
2. *
3. *
4. *

-* $B'=\{e_1';e_2';e_3'\}$ (

$B=\{e_1;e_2;e_3\}$.

9 -7. 70

$$\begin{cases} e_1'=e_1+e_2+3e_3 \\ e_2'=\frac{3}{2}e_1-e_2 \\ e_3'=-e_1+e_2+e_3 \end{cases};$$

9 -3; 2; 4)

$$\begin{cases} e_1'=e_1+e_2-e_3 \\ e_2'=\frac{1}{2}e_1-e_2 \\ e_3'=-e_1+e_2+e_3 \end{cases};$$

. * $_1$7 $_2$7 $_3$ *

A, B C(6

A 9 $_1$7 $_1$. $_2$ / $_3$70 $_1$ 1 $_2$ 2 $_3$),

B 9 $_1$7 $_1$. $_2$ /70 $_1$ 1 $_2$+6),

C 9 $_1$7 $_1$. $_2$ / $_3$; 4 $\frac{4}{1}$ 1 $_2$ 2 $_3$);

A 9 / $_1$-. $_2$--7, 7 $_1$. $_2$ / $_3$),

B 9 / $\frac{2}{1}$-. $_2$- $_3$; 0 ; 0),

C 9 / $_1$-. $_2$- $_3$7, 7 $_1$. $_2$ / $_3$);

-* $B'=\{e_1';e_2';e_3'\}$ (

$B=\{e_1;e_2;e_3\}$.

9 17-5; -4)

$$\begin{cases} e_1'=e_1+e_2+\frac{4}{5}e_3 \\ e_2'=-4e_1-e_2 \\ e_3'=-e_1+e_2+e_3 \end{cases}.$$

. * $_1$7 $_2$7 $_3$ *

A, B C(6

A 9 $\frac{2}{1}$7 $_1$- $_3$7 $_2$ $_3$),

B 9 -7 $_1$- $_3$7 $_2$ $_3$),

C 9 $_1$7 $_1$- $_3$7 $_2$ $_3$)?

-10. *Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.*

-*
. * *

-* A,
6

$$9\begin{pmatrix}5 & -1 & -1\\ 0 & 4 & -1\\ 0 & -1 & 4\end{pmatrix}7 \qquad 9\begin{pmatrix}7 & -4 & 4\\ 2 & 3 & 2\\ 2 & 0 & 5\end{pmatrix}.$$

. * A,
xy:
A - 7
A Oy;
A *

-* A,
6

$$9\begin{pmatrix}7 & -6 & 6\\ 2 & 3 & 2\\ 2 & 2 & 3\end{pmatrix}7 \qquad 9\begin{pmatrix}\frac{5}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{4}{3}\\ 0 & 1 & 0\\ -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{7}{3}\end{pmatrix}.$$

. * A,
xy:

$A=B\cdot C$(C Oy, B - . *

-12. *Повторение материала. Контрольная работа*

1. x $_1 7\,_2 7\,_3$ * A x
$6Ax9\ _1 7\ _3 + x_2; x_1 - x_2)$ * ;
2. - $_6$ $_5$ *
3. -*

-14. *Определение и свойства Евклидова пространства*.

1. *
2. - *

3. *
4. *
5. *

(* (
a *в* *с*.

-* $n \times m$
*
**a* – (*в=а, с* *

. * *n*(6
⊕ 9 · (λ 9λ * * *a* –
(*в=а, с* *

/ * *n* (
6 ⊕ 9 · (λ 9λ *
**a* – (*в=а, с* *

0* (
(-∞;+∞ (6 f ⊕g 9f(·g (λ f 9 f$^{\lambda}$ *
[0,1] **a=Exp x, в=Sin x +2, с= Cos x +3.*

(* (
a *в* *с*.

-* (6 *a*⊕*b*=*a*+*b*,
λ *a*=[λ*a* * *а в равно ав. а=2, в=3, с=4.*
. * (6*a*⊕*b*=*a*·*b*, λ *a*=*a*$^{\lambda}$* *а в равно ав. а=2, в=3, с=4.*
Процесс ортогонализации.

1. *
2. *

6(1,2,0,3), (2,0,-1,1), (1,1,1,1),(-1,0,1,0).

6*(2,0,3), (0,-1,1), (1,1,1).*

Скалярное произведение в комплексном Евклидовом пространстве.

---

1. *
2. - *

(* (
а, в с.

-* $n \times m$
*
* *а* – (*в=а, с*
*

. * *n*(
6 ⊕ 9 · (λ 9λ *
**а* – (*в=а, с* *

/ * *n* (
6 ⊕ 9 · (λ 9λ *
**а* – (*в=а, с* *

(* (
а, в с.

-* (
6 $a \oplus b = a+b$, λ $(a+ib)=[\lambda a]+i[\lambda b$ *
а в равно ав. а=2+i, в=3-i, с=8.

. *
(6 $a \oplus b = a \cdot b$, λ $(a+ib)=a^{\lambda}+ib$.
а в равно ав. а=2+i, в=3-i, с=8.

.

*
((
(((
(*

((7

*

-* 6

$$\begin{vmatrix}3 & 5 & 3\\ 1 & 3 & -1\\ 2 & -1 & 0\end{vmatrix}. \qquad \begin{vmatrix}1 & -4 & 7\\ 2 & 1 & 1\\ 4 & 5 & 0\end{vmatrix}. \qquad \begin{vmatrix}3 & 4 & 0\\ 2 & -1 & 1\\ -3 & 5 & 2\end{vmatrix}.$$

. * 6

$$\begin{pmatrix}5 & 2 & 4\\ 1 & 1 & -3\\ 1 & 3 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}5 & 4 & 4\\ -3 & -5 & -4\\ 1 & 3 & 4\end{pmatrix}. \quad \begin{pmatrix}7 & -2 & 1\\ 3 & 2 & -3\\ 1 & 3 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ 3 & -7 & -2\\ 9 & 2 & 1\end{pmatrix}. \quad \begin{pmatrix}2 & -1 & 4\\ 5 & 6 & -3\\ 2 & 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -2 & 8\\ 3 & -5 & -2\\ 9 & -2 & 6\end{pmatrix}.$$

/* * A^{-1} (* (

$A \cdot A^{-1}$.

$$A = \begin{pmatrix}4 & 0 & 5\\ 0 & 1 & -6\\ 3 & 0 & 4\end{pmatrix}. \qquad A = \begin{pmatrix}3 & 2 & 1\\ 2 & 3 & 1\\ 2 & 1 & 3\end{pmatrix}. \qquad A = \begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ 2 & 3 & -4\\ 3 & -2 & -5\end{pmatrix}.$$

0*

* *

$$\begin{cases}x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6,\\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4,\\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0.\end{cases} \qquad \begin{cases}x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6,\\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20,\\ 3x_1 - x_2 - 5x_3 = 6.\end{cases} \qquad \begin{cases}4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9,\\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4,\\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18.\end{cases}$$

1* 6

$$\begin{cases}2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0,\\ x_1 + x_2 + x_3 - 2x_3 = 0.\end{cases} \qquad \begin{cases}2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 0,\\ x_1 + 3x_2 + 10x_3 - 8x_3 = 0.\end{cases} \qquad \begin{cases}2x_1 - 5x_2 - x_3 + 5x_4 = 0,\\ -3x_1 + 10x_2 + x_3 - 7x_4 = 0.\end{cases}$$

2* $\vec{a}$ $_1$($_2$($_3$), $\vec{b}$ (b_1, b_2, b_3), $\vec{c}$ (c_1, c_2, c_3 $\vec{d}$ (d_1, d_2, d_3

* ($\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ ($\vec{d}$

*

$\vec{a}$ (1,3,5), $\vec{b}$ (0,2,0), $\vec{c}$ (5,7,9), $\vec{d}$ (0,4,16).

$\vec{a}$ (1,2,3), $\vec{b}$ (-1,3,2), $\vec{c}$ (7,-3,5), $\vec{d}$ (6,10,17).

$\vec{a}$ (4,7,8), $\vec{b}$ (9,1,3), $\vec{c}$ (2,-4,1), $\vec{d}$ (1,-13,-13).

3* (
*

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} * \quad \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & -5 \end{pmatrix} * \quad \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

-* (

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ & & & \\ -1 & -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

. *

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 10 & 1 \\ 4 & 8 & 18 & 7 \\ 10 & 18 & 40 & 17 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \end{pmatrix}.$$

/ * (*

0* 6

$$\cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

1* 6

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 10 & 1 \\ 4 & 8 & 18 & 7 \\ 10 & 18 & 40 & 17 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \end{pmatrix}.$$

1.

+		*)
1		-

(*) , (. 1 *

2. 6

+		
1		4,75-5
2		3,75-4,5

3		3-3,5
4		/

1. *x* 1 7 2 7 3 * *A* *x*
6*A**x*9 1; 3$+ x_2; x_1 - x_2)$ * ;
2. - 6 5 *
3. -*

1.

+		*)
1		-
2		.

(*) , (. 1 *

2. 6

+		
1		4,75-5
2		3,75-4,5
3		3

. * *
/ * 6

$$\cdot\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\ 2 & 1 & 0\\ 1 & -1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -1 & 3\\ 4 & 3 & 2\\ 1 & -2 & 5\end{pmatrix}.$$

1.

+		
1		.
2		-
3		.

(*) , (. 1 *

2. 6

+		
1		4,75-5
2		3,75-4,5
3		3-3,5
4		/

1. *
2. *
3. *
4. *
5. *
6. *
7. *
8. *
9. (*
10.
*
11. *
12. *
13. (
*
14. *
*
15. *
16. (
*
17. (
*

-4* *
*

-5* * *
. , * (*

. -* *
. . * *
. / * *
. 0*
*
. 1* *
. 2* *
. 3* *
. 4* *
. 5* (
*
/ , * *
/ -* (
*
/ . * (
*
/ / * *

-* *
. * *
/ * x 1 7 2 7 3 * A x
6 A x 9 1 7 3 $+ x_2; x_1 - x_2)$ * ;

3.

+		
1		-
2		-
3		.

(*) , (. 1 *
4. 6

+		
1		4,75-5
2		3,75-4,5
3		3-3,5
4		/

-* * * 6
+ * * (* * * *6 (. , 22. 0. - *
6 * * ISBN 978-5-9916-3588-2. 6
www.biblio-online.ru/book/6A5A6F52-FA19-4717-80BF-28331B7BA668.
2. * * 6
+ * * (* * * 2- *(* * *6 (
2022. / , 5 * 6 * * ISBN 978-5-534-02350-3.
6 * -online.ru/book/B8B7FE48-028E-4707-BCDB-625FC196408E.

-* * * - (((. , , 3*

. * * * * * (. , , 5
/ * * * * *(. , , -*
0* * * * *(. , , , *

-

-* 6+ * -online.ru
. * - 6+ *
/ * *URL: http://www.intuit.ru/department/mathematics/;
0* MATH-NET URL: www.mathnet.ru:
1* intuit.ru);
2* opened.ru).

-

(
((
6 . 4
(- *(- *(
- *(DA-LITE - *(
BenQ - *(Lenovo - *(Genius - *(
((-2 *

9.

1. Microsoft Open License (Windows XP, 7, Office 2003-2016) - 66975477 03.06.2016
:
- Windows

2. PTC Mathcad -1*, 0053/ .