

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»

Кафедра математического анализа

«Утверждаю»
Проректор по учебно-методической
работе

Ю.А. Устименко
«8» сентября 2021 г.

**Рабочая программа дисциплины
Б1.О.13 Дискретная математика**

Направление подготовки: **01.03.02 Прикладная математика и информатика**
Направленность (профиль): **Математическое и информационное моделирование**
Форма обучения: очная
Курс – 1
Семестр – 2
Всего зачетных единиц – 4, часов – 144

Форма отчетности: экзамен – 2 семестр

Программу разработал
кандидат физико-математических наук, доцент Гомонов С.А.

Одобрена на заседании кафедры
«01» сентября 2021 г., протокол № 1

Заведующий кафедрой _____ К.М. Расулов

Смоленск
2021

1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Дискретная математика» входит в обязательную часть программы бакалавриата по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (профиль: Математическое и информационное моделирование). Она изучается во втором семестре и является одной из основных дисциплин, т.к. уточняет и развивает некоторые понятия элементарной математики, знакомит студентов с математическими понятиями, обслуживающими теорию алгоритмов, теорию кодирования и декодирования (с булевыми функциями, теорией графов и теорией некоторых классов функциональных уравнений).

Изучение курса основано на традиционных методах высшей школы, а также тесной взаимосвязи со смежными курсами и со школьной математикой.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, базовый аппарат математики, необходимые для осуществления профессиональной деятельности; Уметь: применять знания в области естественнонаучных и математических дисциплин для проведения теоретических и экспериментальных исследований в профессиональной деятельности; Владеть: методами математического анализа и моделирования, навыками в области естественнонаучного и общинженерного знания, позволяющими осуществлять исследования в профессиональной деятельности.
ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	Знать: базовые методы анализа, модификации и применения математических моделей, современные информационные методы в решении прикладных задач; Уметь: применять аппарат математического моделирования для решения прикладных задач; Владеть: навыками работы с инструментальными средствами математического моделирования предметной области, прикладных и информационных процессов.
ПК-1. Способен осуществлять поиск, анализ, систематизацию научной информации в области прикладной математики и информатики для реализации научно-исследовательских проектов и решения прикладных задач по проектированию и разработке программного обеспечения	Знает: теоретические основы и технологии организации научно-исследовательской деятельности. Умеет: осуществлять поиск, анализ, систематизацию научной информации в области прикладной математики и информатики для реализации научно-исследовательских проектов и решения прикладных задач по проектированию и разработке программного обеспечения. Владеет: навыками организации и проведения научно-исследовательской деятельности в ходе выполнения профессиональных функций.

3. Содержание дисциплины

- 1. Введение.** Место дискретной математики в системе математического образования. Соотношение между дискретным и непрерывным подходами к изучению различных явлений. Дискретная математика, математическая кибернетика и компьютерные науки.
- 2. Элементы комбинаторного анализа.** Основные типы соединений (с повторениями и без). Правила произведения и суммы. Принцип включения и исключения. Бином Ньютона, полиномиальная теорема. Производящие функции и их применение. Рекуррентные соотношения, числа Фибоначчи и их свойства. Возвратные последовательности. Формула Бинэ. Простейшие функциональные уравнения. Основная задача исчисления конечных разностей.
- 3. Логические функции.** Алгебра логики. Функции алгебры логики. Реализация функций формулами, эквивалентность формул. Свойства элементарных функций. Разложение функций по переменным. ДНФ, КНФ, СДНФ, СКНФ. Полнота и замкнутость. Полиномы Жегалкина. Важнейшие замкнутые классы. Представление о результатах Поста. Реализация функций алгебры логики схемами из функциональных элементов. Двоичный сумматор. Проблематика теории кодирования. Алфавитное кодирование.
- 4. Элементы теории графов.** Основные понятия теории графов. Типы и способы задания графов. Изоморфизм, связность. Деревья и их свойства. Планарность. Формула Эйлера. Критерий планарности. Раскраска планарных графов. Преобразование графов.
- 5. Элементы теории алгоритмов.** Вычислимые функции. Теория рекурсивных функций. Фибоначчи и Каталана. Нормальные алгоритмы. Машины Тьюринга и Поста. Неразрешимые алгоритмические проблемы. Теорема Гёделя о неполноте.
- 6. Элементы теории автоматов.** Понятие и определение конечного автомата. Способы задания и примеры конечных автоматов.
- 7. Элементы теории кодирования.** Кодирование и декодирование. Криптология. Алфавитное кодирование. Взаимно однозначные коды. Достаточный признак и общий критерий. Коды Хемминга.

4. Тематический план

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий		
			лекции	практические занятия	самостоятельная работа
1.	Введение.	2	2	–	–
2.	Элементы комбинаторного анализа	40	10	14	16
3.	Логические функции	38	12	10	16
4.	Элементы теории графов	16	8	2	6
5.	Элементы теории алгоритмов	7	–	2	5
6.	Элементы теории автоматов	7	–	2	5
7.	Элементы теории кодирования	7	–	2	5
8.	Экзамен	27			27
Итого		144	32	32	53 + 27

5. Виды образовательной деятельности

Занятия лекционного типа

Лекция 1. Введение. Место дискретной математики в системе математического образования. Соотношение между дискретным и непрерывным подходами к изучению различных явлений. Дискретная математика, математическая кибернетика и компьютерные науки.

Лекция 2. Элементы комбинаторного анализа. Основные типы соединений (с повторениями и без). Правила произведения и суммы. Принцип включения и исключения.

Лекция 3. Элементы комбинаторного анализа. Бином Ньютона, полиномиальная теорема. Производящие функции и их применение.

Лекция 4. Элементы комбинаторного анализа. Рекуррентные соотношения, числа Фибоначчи и их свойства.

Лекция 5. Элементы комбинаторного анализа. Возвратные последовательности. Формула Бинэ. Простейшие функциональные уравнения.

Лекция 6. Элементы комбинаторного анализа. Основная задача исчисления конечных разностей.

Лекция 7. Логические функции. Алгебра логики. Функции алгебры логики.

Лекция 8. Логические функции. Реализация функций формулами, эквивалентность формул. Свойства элементарных функций.

Лекция 9. Логические функции. Разложение функций по переменным. ДНФ, КНФ, СДНФ, СКНФ. Полнота и замкнутость.

Лекция 10. Логические функции. Полиномы Жегалкина. Важнейшие замкнутые классы. Представление о результатах Поста.

Лекция 11. Логические функции. Реализация функций алгебры логики схемами из функциональных элементов. Двоичный сумматор.

Лекция 12. Логические функции. Проблематика теории кодирования. Алфавитное кодирование.

Лекция 13. Элементы теории графов. Основные понятия теории графов. Типы и способы задания графов. Изоморфизм, связность.

Лекция 14. Элементы теории графов. Деревья и их свойства.

Лекция 15. Элементы теории графов. Планарность. Формула Эйлера. Критерий планарности. Раскраска планарных графов.

Лекция 16. Элементы теории графов. Преобразование графов.

Занятия семинарского типа (практические занятия) и самостоятельная работа

Книги [1], [2], [3], [5], [6], [7], [8], [16] из дополнительного списка литературы содержат задания, списки вопросов для самопроверки, ответы и указания по всему курсу дискретной математики, а также тексты контрольных заданий (под цифрой [1] далее будет подразумеваться методическая разработка из соответствующего раздела данной программы).

Занятие 1. *Простейшие понятия и правила комбинаторики. Правило произведения. Система натуральных чисел. Метод математической индукции.*

Задания и методические разработки: [7] №1-7.

Задания для самостоятельной работы: [8] (доп. литература), задачи № 1–7, [9], №1–20

Занятие 2. *Размещения с повторениями и без. Перестановки без повторений.*

Задания и методические разработки: [7] №8-16, 22-32; [8] №5.1.1, 5.1.2

Задания для самостоятельной работы: [7] №5.1.1 (6-9), 5.1.2 (20-25), [8] (доп. литература), задачи № 1–7, [9], №1–20

Занятие 3. *Правило суммы (сложения). Формулы включения и исключения.*

Задания и методические разработки: [7] №18-21; [8] №5.3.1 (для самостоятельной работы №8-11).

Задания для самостоятельной работы: [8] №8-11, [8] (доп. литература) №18–21, 22–32

Занятие 4. *Перестановки с повторениями. Сочетания без повторений и с повторениями.*

Задания и методические разработки: [7] №33-35

Задания для самостоятельной работы: [7] № 35-38; [8] № 8-9 и 5-8.

Занятие 5. *Простейшие комбинаторные тождества. Методы их получения и доказательства. Треугольник Паскаля. Тождество Коши».*

Задания и методические разработки: [7] №27-52; [2] №1-15 стр. 64-66; [1] №421-439

Задания для самостоятельной работы: [12], гл. 3, № 1,2,8

Занятие 6. *Формула бинома Ньютона и её свойства. Вычисление комбинаторных сумм.*

Задания и методические разработки: [8] №1-16 стр. 64-66; [8] №1-30 стр.221-224; [1] №401

Задания для самостоятельной работы: [12], §2. задания 1,2,3; упр. №2,23,28.

Занятие 7. *Метод производящих функций. Последовательности Фибоначчи. Формула Бине.*

Задания и методические разработки: [1] №407-412 стр. 176-178

Задания для самостоятельной работы: [10], № 1–21

Занятие 8. *Формулы алгебры логики и их классификация. Таблицы истинности. Логические операции.*

Задания и методические разработки: [2] №9-21 стр. 18-19; [6] №7-10

Задания для самостоятельной работы: [2] №20-23; [6] №8-9.

Занятие 9. *ДНФ и КНФ формулы алгебры логики. Синтез релейно-контактных схем.*

Задания и методические разработки: [2] №21-25; [5] №2.1-2.12; [6] №27-29; №1.29

Задания для самостоятельной работы: [2] №2.11 (з-л) стр.41-45; [6] №28 (а, б, в); №1.29 (ж-и).

Занятие 10. *Основные равносильности. Понятие булевой функции. Многочлены Жегалкина.*

Задания и методические разработки: [5] №1.56-1.68 стр.8 (для самостоятельной работы №1.40 (а-ж)); [2] №3 (а-в); [2] стр.27-31.

Задания для самостоятельной работы: [5] №1.40 (а-ж); [2] №3 (г-и).

Занятие 11. *Булевы функции, их определение и свойства; разложение булевой функции по аргументам.*

Задания и методические разработки: [2] №1-3 стр.22-23; [2] №1-4 стр.37-38; [3] стр.50-55.

Задания для самостоятельной работы: [2] №15, [8] стр.97-102.

Занятия 12. *Системы булевых функций. Классы Поста, теорема Поста.*

Задания и методические разработки: [8] №2.4.3 стр.102-115

Задания для самостоятельной работы: [8] №5-10 стр.109.

Занятия 13. *Графы. Основные понятия и свойства. Планарность и эйлеровость графа. Гомоморфные и изоморфные графы.*

Задания и методические разработки: [2] №1-15 стр.90-99

Задания для самостоятельной работы: [2] №4.15–4.20

Занятия 14. Вычислимые функции. Рекурсивные функции.

Задания и методические разработки: [2] №1-8 стр.100-120.

Задания для самостоятельной работы:[8] №5.16–5.21

Занятие 15. Машины Тьюринга. Нормальные алгоритмы Маркова.

Задания и методические разработки: [2] №1-8 стр.155; №1-13 стр. 145-148

Задания для самостоятельной работы:[2] №10-13; стр.160. задачи №1-7.

Занятие 16. Понятие и определение конечного автомата.

Задания и методические разработки: [2] №1-3 стр. 133.

Задания для самостоятельной работы:[2] №5–10 стр. 135-136

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

Контрольные работы

Образец контрольной работы №1

1. Решите уравнение $C_{n+1}^3 / C_n^n = \frac{6}{5}$
2. Десять человек случайным образом садятся за круглый стол. Найдите вероятность того, что два определённых лица окажутся рядом.
3. Приведите к предварённой нормальной форме формулу исчисления предикатов $(\forall x)(P(x, y) \rightarrow (\exists z)(\theta(z, Z) \vee P(x, z)))$.
4. Путём построения дерева вариантов перечислите все натуральные делители числа 120.
5. Приведите машины Тьюринга, реализующей операцию прибавление единицы.

Критерии оценивания контрольной работы

Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно реализован каждый метод решения	1 балл

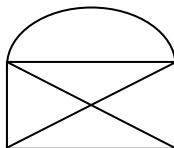
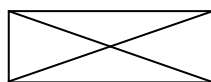
(*) Возможна градация в 0,25 балла.

Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

Образец контрольной работы №2

1. Укажите среди следующих наборов булевых функций полные системы: а) $\{\neg, \rightarrow\}$, б) $\{\vee, \wedge\}$, в) $\{\neg, \wedge\}$, г) $\{\downarrow\}$.
2. Какие из следующих графов уникурсальны, а какие обладают эйлеровым циклом.



3. Приведите к предварённой нормальной форме формулу исчисления предикатов $(\forall x)(P(x, y) \rightarrow (\exists z)(\theta(z, Z) \vee P(x, z)))$.

Критерии оценивания контрольной работы

Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно реализован каждый метод решения	1 балл
2	Анализ результатов	2 балла

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

Вопросы для подготовки к экзамену

1. Последовательности Фибоначчи, их задание рекуррентным соотношением и начальными условиями. Формула Бинэ. Примеры.
2. Некоторые свойства чисел Фибоначчи. Тождество Кассини. Теорема Люка. Делимость чисел Фибоначчи. Примеры.
3. Простейшие понятия и правила комбинаторики. Правило произведения. Размещения без повторов и с повторениями. Функции A_n^k и \bar{A}_n^k и их свойства. Перестановки без повторов. Функция P_n и ее свойства. Примеры.
4. Правило сложения (суммы). Формулы включений и исключений. Примеры.
5. Перестановки с повторениями. Функция $P(n_1, n_2, \dots, n_k)$ и ее свойства. Примеры.
6. Сочетания без повторов и с повторениями. Функции C_n^k и \bar{C}_n^k .
7. Простейшие комбинаторные тождества (правило симметрии, правило Паскаля и другие), их доказательства и применения. Треугольник Паскаля. Тождество Коши. Число подмножеств n -элементного множества.
8. Формула бинома Ньютона. Свойства разложения бинома. Примеры.
9. Полиномиальная теорема. Свойства полиномиального разложения. Трином Ньютона. Примеры. Некоторые обобщения формулы бинома Ньютона.
10. Методы получения комбинаторных тождеств: метод связывания переменных, метод сравнения коэффициентов равных многочленов.
11. Методы получения комбинаторных тождеств: метод повторного использования рекуррентных соотношений, комбинаторный метод (метод построения модели).
12. Применение степенных рядов для доказательства тождеств. Метод производящих функций. Примеры. Производящая функция последовательности Леонардо Фибоначчи (ряда Ламэ).
13. Понятие функционального уравнения и его решения. Уравнения Коши и пример решения одного из них.
14. Рекуррентные соотношения (уравнения) и методы решения некоторых из них. Понятие характеристического уравнения и его применение. Примеры.
15. Основная задача исчисления конечных разностей. Примеры ее элементарного решения.
16. Понятие конечной разности, свойства конечных разностей, «операторов» Δ и Δ^{-1} .
17. Понятие слова над данным алфавитом, операция конкатенация над словами и ее свойства. Понятие формулы алгебры высказываний (алгебры логики), иерархия юнкторов, понятие подформулы.
18. Истинностное (логическое) значение формулы алгебры логики. Таблицы истинности. Примеры.

19. Основные классы формул алгебры высказываний. Примеры. Основные тавтологии и их обоснования.

20. Свойства операций дизъюнкции и конъюнкции. Элементарные дизъюнкции и конъюнкции. Понятие равносильных (эквивалентных) формул алгебры логики и его свойства. ДНФ и КНФ формулы алгебры логики. Примеры. СДНФ и СКНФ формулы алгебры логики. Примеры.

21. Критерий равносильности формул алгебры логики. Основные равносильности. Лемма о замене. Равносильные преобразования. Примеры.

22. Понятие булевой функции. Теорема о числе булевых функций от n переменных (аргументов). Понятие присоединенной булевой функции. Существенные и фиктивные переменные. Понятие равных булевых функций и его свойства. Примеры.

23. «Элементарные» булевы функции. Понятие формулы. Задание формулой булевой функции. Суперпозиция булевых функций. Эквивалентные (равные) формулы.

24. Понятие двойственной булевой функции и его свойства. Примеры. Основная теорема и следствия из нее. Принцип двойственности. Примеры.

25. Разложение формулы алгебры логики по логическим переменным. Разложение булевой функции по аргументам (разложение Шеннона). Примеры.

26. Зависимость, полнота и замкнутость системы булевых функций. Штрих Шеффера. Стрелка Пирса. Примеры неполных систем.

27. Полиномы Жегалкина, их свойства и применения. Частная производная первого порядка от булевой функции. Примеры.

28. Классы Поста. Теорема Поста. Примеры.

29. Схемы их функциональных элементов. Релейно-контактные схемы и ЭВМ. Двоичный сумматор. Примеры.

30. Задача о кенигсбергских мостах. Основные понятия теории графов. Типы и способы задания графов. Примеры.

31. Понятие изоморфизма и гомоморфизма графов и их свойства. Примеры.

32. Связные графы, их основные характеристики и свойства. Примеры.

33. Геометрическая реализация графа. Основная теорема.

34. Планарность графа. Теорема Эйлера. Критерий планарности. Примеры. Решение задачи о мостах. Эйлеровы и гамильтоновы графы и их свойства. Деревья, их свойства и применения.

35. Хроматические графы и их свойства. Раскраска плоских графов. Хроматическое число графа. Примеры. Проблема четырех красок.

36. Сети, их свойства и применение.

37. Теория кодирования. Коды. Алфавитное кодирование. Примеры.

Образец письменного экзаменационного задания

1. Правило сложения (суммы). Формулы включений. Примеры.

2. Формула бинома Ньютона. Свойства разложения бинома Ньютона.

3. Дано множество $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ и бинарное отношение $R \subset A \times A$. Проверить, является ли R отношением эквивалентности. Добавить минимальное возможное число пар, чтобы R стало отношением эквивалентности. Найти разбиение P .

Критерии оценивания ответа на экзамене

Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть билета	Количество баллов
1	Теоретический вопрос	1 балл
3	Математическая модель	1 балл
4	Реализация решения задачи	2 балла

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5

3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

7.1. Основная литература

1. Гашков С. Б. Дискретная математика: учебник и практикум для вузов / С. Б. Гашков, А. Б. Фролов. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 483 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-11613-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/450614>

7.2. Дополнительная литература

1. Виленкин Н.Я., Виленкин А.Н., Виленкин П.А. Комбинаторика, - М.: ФИМА, МЦНМО, 2006.
2. Галушкина Ю.И., Марьянов А.Н. Конспект лекций по дискретной математике.- М.: Айрис – пресс, 2008.
3. Горбатов В.А. Фундаментальные основы дискретной математики.- М.: Наука, 2000.
4. Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов.- М.: Издательский центр «Академия». 2005.
5. Лавров И.А., Максимова Л.Л. задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов.- М.: Физматлит, 2000.
6. Новиков Ф.А. Дискретная математика: Учебники для вузов. Стандарт третьего поколения. - СПб.: Питер, 2011.
7. Тишин В.В. Дискретная математика в примерах и задачах.- СПб.: БХВ – Петербург. 2008.
8. Андерсон Дж.А. Дискретная математика и комбинаторика.- М.: Издательский дом «Вильямс», 2003.
9. Игошин В.И. Математическая логика и теория алгоритмов.- М.: Издательский центр «Академия», 2005.
10. Просветов Г.И. Функциональные уравнения. - М.: Альфа-Пресс, 2010.
11. Оре О. Графы и их применение.- М.: Ком Книга. 2006.
12. Хаггард Г.,Шлипф Дж., Уайтсайдс С. Дискретная математика для программистов.- М.: БИНОМ, 2010.
13. Яблонский С.В. введение в дискретную математику.- М.: Высш. шк., 2006.
14. Гомонов С.А. Элементы комбинаторики. – Смоленск. 1994.
15. Соминский И.С. Метод математической индукции. –М.: Наука.
16. Воробьев Н.Н. Числа Фибоначчи. – М.: Наука.
17. Успенский В.А. Треугольник Паскаля. – М.: Наука.
18. Задачи по математике. Алгебра. М.: Наука, 1987.

7.3.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Электронная библиотека <https://www.biblio-online.ru>
2. Математическое бюро: решение задач по высшей математике (по разделу теории чисел) - www.matburo.ru
3. <http://www.exponenta.ru/> сайт материалов по математическим пакетам.

8. Материально-техническое обеспечение

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная стандартной учебной мебелью, мультимедиапроектором, ноутбуком, колонками и интерактивной доской.

Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации,

оснащенная стандартной учебной мебелью. Доступна электронная библиотека кафедры математического анализа.

Помещение для самостоятельной работы – компьютерный класс с доступом к сети «Интернет» и ЭИОС СмолГУ.

9. Программное обеспечение

MicrosoftOpenLicense (WindowsXP, 7, 8, 10, Server, Office 2003-2016), лицензия 66975477 от 03.06.2016 (бессрочно).

Обучающимся обеспечен доступ к ЭБС «Юрайт», а также доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0

Владелец: Артеменков Михаил Николаевич

Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022