

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Смоленский государственный университет»

Кафедра информатики

«Утверждаю»  
Проректор по учебно-  
методической работе  
\_\_\_\_\_ Ю.А. Устименко  
«15» октября 2020 г.

**Рабочая программа дисциплины  
Б1.О.28 Математическая логика**

Направление подготовки: **01.03.02 Прикладная математика и информатика**  
Направленность (профиль): **Математическое и информационное моделирование**  
Форма обучения – очная  
Курс – 2  
Семестр – 3  
Всего зачетных единиц – 4, часов – 144

Формы отчётности: экзамен - 3 семестр

Программу разработал  
кандидат физико-математических наук, доцент Е.П. Емельченков

Одобрена на заседании кафедры информатики  
8 октября 2020 г., протокол № 2

Завкафедрой \_\_\_\_\_ Е.П. Емельченков

Смоленск  
2020

## 1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Математическая логика» относится к обязательной части блока Б1 «Дисциплины (модули)» основной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Требования к входным знаниям, умениям и компетенциям студента формируются на основе программы среднего (полного) общего образования по математике и информатике (базовый уровень), а также знаний, умений и навыков, полученных студентом при изучении таких дисциплин, как «Основы информатики», «Дискретная математика», «Алгебра и геометрия».

Дисциплина «Математическая логика» является предшествующей для всех математических дисциплин и дисциплин курса информатики. Приобретенные в результате изучения дисциплины знания, умения и навыки используются во всех без исключения естественнонаучных и инженерных дисциплинах, модулях и практиках ОП.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения
<b>ОПК-1.</b> Способен применять естественнонаучные и общепрофессиональные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	<b>Знать:</b> основные законы естественнонаучных дисциплин, базовый аппарат математического анализа и моделирования, необходимые для осуществления профессиональной деятельности; <b>Уметь:</b> применять знания в области естественнонаучных и математических дисциплин для проведения теоретических и экспериментальных исследований в профессиональной деятельности; <b>Владеть:</b> методами математического анализа и моделирования, навыками в области естественнонаучного и общепрофессионального знания, позволяющими осуществлять исследования в профессиональной деятельности.
<b>ОПК-2.</b> Способен использовать современные информационные технологии и программные средства, в том числе отечественного производства, при решении задач профессиональной деятельности	<b>Знать:</b> основные информационные технологии и программные средства, в том числе отечественного производства, позволяющие решать прикладные задачи в профессиональной деятельности; <b>Уметь:</b> корректно использовать современные информационные технологии и программные средства для решения задач в профессиональной деятельности; <b>Владеть:</b> навыками решения прикладных задач с применением современных (в том числе отечественных) программных средств.
<b>ОПК-3.</b> Способен решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	<b>Знать:</b> основные типы стандартных задач профессиональной деятельности и методы их решения с учетом требования информационной безопасности и применяя современные информационно-коммуникационные технологии на базе информационной и библиографической культуры; <b>Уметь:</b> решать задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности; <b>Владеть:</b> приемами решения задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.

### 3. Содержание дисциплины

**Введение.** Дедуктивный характер математики. Предмет математической логики, ее роль в вопросах обоснования математики. Тенденции в развитии современной математической логики.

**Булевы функции.** Табличное задание булевых функций. Задание булевых функций целыми числами. Графическое представление булевых функций. Элементарные булевы функции. Формулы.

**Алгебра булевых функций.** Принцип двойственности.

**Алгебра высказываний.** Логические операции над высказываниями. Язык логики высказываний, формулы. Равносильность. Равносильные преобразования формул. Тавтологии – законы логики.

**Приложение алгебры высказываний к логико-математической практике.** Прямая, обратная, противоположная и контрапозитивная теоремы. Принцип полной дизъюнкции. Необходимые и достаточные условия.

**Полные системы булевых функций.** Важнейшие замкнутые классы. Теорема Поста.

**Нормальные формы для формул алгебры высказываний.** Алгоритмы получения совершенной конъюнктивной и совершенной дизъюнктивной нормальных форм. Логическое следствие.

**Нахождение следствий из посылок.** Нахождение посылок для данных следствий. Тавтологии – законы логики высказываний. Законы контрапозиции, исключенного третьего, двойного отрицания, приведение к абсурду и др.

**Минимизация формул в классе ДНФ.**

**Методы решения логических задач.**

**Приложение булевых функций к релейно-контактным и вентиляльным схемам.** Вентильные схемы в ЭВМ: двоичный сумматор, шифратор и дешифратор. Анализ и синтез логических автоматов.

**Правильные и неправильные рассуждения.** Анализ правильности рассуждений.

**Аксиоматические теории.** Этапы построения аксиоматических теорий (алфавит, формулы, система аксиом, правила вывода). Доказуемость формул. Выводимость из гипотез. Понятие теоремы, доказательства. Производные правила вывода. Теорема дедукции.

**Свойства аксиоматических теорий.** Непротиворечивость, полнота, категоричность аксиоматической теории. Независимость аксиом. Разрешимость аксиоматической теории.

**Формализованное исчисление высказываний.** Свойства аксиоматической теории исчисления высказываний.

**Логика предикатов.** Множество истинности предиката. Тождественно истинные и тождественно ложные предикаты. Операции над предикатами. Кванторные операции.

**Основные понятия логики предикатов.** Предикаты и кванторы. Язык логики предикатов. Термы и формулы. Языки первого порядка. Интерпретации. Значение формулы в интерпретации. Равносильность. Общезначимость и выполнимость формул. Проблема разрешимости для общезначимости и выполнимости, неразрешимость ее в общем случае.

**Применение языка логики предикатов для записи математических предложений,** построение отрицаний предложений.

**Приложение логики к теории баз данных.** Теорема Армстронга о полноте функциональных зависимостей.

**Формализованные математические теории.** Формализованная логика предикатов. Теории первого порядка. Непротиворечивость исчисления предикатов. Модели теорий. Теорема о полноте для теорий.

**Формальная арифметика.** Теоремы Геделя о неполноте. Проблемы оснований математики. Парадоксы теории множеств. Проблема непротиворечивости математики. Программа Гильберта. Метод формализации. Конструктивное направление в математике.

**Вычислимость.** Введение в теорию алгоритмов. Интуитивное понятие алгоритма. Свойства алгоритмов. Уточнение понятия алгоритма (с помощью машины с неограниченными регистрами МНР).

**Нумерация программ для МНР.** Нумерация вычислимых функций. Универсальные программы.

**Алгоритмически неразрешимые проблемы.** Теорема Райса о вычислимых функциях.

#### 4. Тематический план

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий		
			лекции	практические занятия	самостоятельная работа
1	Введение	3	2		1
2	Булевы функции.	4	2	1	1
3	Алгебра булевых функций.	3	2		1
4	Алгебра высказываний.	5	2	2	1
5	Приложение алгебры высказываний к логико-математической практике	4		2	2
6	Полные системы булевых функций	3	2		1
7	Нормальные формы для формул алгебры высказываний.	5	2	2	1
8	Нахождение следствий из посылок.	3		1	2
9	Минимизация формул в классе ДНФ.	4		1	3
10	Методы решения логических задач.	6		2	4
11	Приложение булевых функций к релейно-контактным и вентильным схемам.	8	2	3	3
12	Правильные и неправильные рассуждения.	6		2	4
13	Аксиоматические теории.	3	2		1
14	Свойства аксиоматических теорий.	9	2	4	3
15	Формализованное исчисление высказываний.	3	2		1
16	Логика предикатов	5	2	2	1
17	Основные понятия логики предикатов	6	2	2	2
18	Применение языка логики предикатов для записи математических предложений	5	2	2	1
19	Приложение логики к теории баз данных.	5	2	2	1
20	Формализованные математические теории	3	2		2
21	Формальная арифметика.	3	2		2
22	Вычислимость. Введение в теорию алгоритмов.	6	2	2	2

23	Нумерация программ для МНР.	7	2	2	3
24	Алгоритмически неразрешимые проблемы.	8		4	4
25	Экзамен	27			27
	Итого	144	36	36	45+27

## 5. Виды образовательной деятельности

### Занятия лекционного типа

**Лекция №1,2. Введение. Булевы функции.** Дедуктивный характер математики. Предмет математической логики, ее роль в вопросах обоснования математики. Тенденции в развитии современной математической логики. Табличное задание булевых функций. Задание булевых функций целыми числами. Графическое представление булевых функций.

**Лекция №3,4. Алгебра булевых функций. Алгебра высказываний.** Элементарные булевы функции. Формулы. Принцип двойственности. Логические операции над высказываниями. Язык логики высказываний, формулы. Равносильность. Равносильные преобразования формул. Тавтологии – законы логики.

**Лекция №5,6. Полные системы булевых функций. Нормальные формы для формул алгебры высказываний.** Важнейшие замкнутые классы. Теорема Поста. Алгоритмы получения совершенной конъюнктивной и совершенной дизъюнктивной нормальных форм. Логическое следствие.

**Лекция №7,8. Приложение булевых функций к релейно-контактным и вентильным схемам. Аксиоматические теории.** Вентильные схемы в ЭВМ: двоичный сумматор, шифратор и дешифратор. Анализ и синтез логических автоматов. Этапы построения аксиоматических теорий (алфавит, формулы, система аксиом, правила вывода). Доказуемость формул. Выводимость из гипотез. Понятие теоремы, доказательства. Производные правила вывода. Теорема дедукции.

**Лекция №9,10. Свойства аксиоматических теорий. Формализованное исчисление высказываний.** Непротиворечивость, полнота, категоричность аксиоматической теории. Независимость аксиом. Разрешимость аксиоматической теории. Свойства аксиоматической теории исчисления высказываний.

**Лекция №11,12. Логика предикатов. Основные понятия логики предикатов.** Множество истинности предиката. Тождественно истинные и тождественно ложные предикаты. Операции над предикатами. Кванторные операции. Предикаты и кванторы. Язык логики предикатов. Термы и формулы. Языки первого порядка. Интерпретации. Значение формулы в интерпретации. Равносильность. Общезначимость и выполнимость формул. Проблема разрешимости для общезначимости и выполнимости, неразрешимость ее в общем случае.

**Лекция №13,14. Применение языка логики предикатов для записи математических предложений. Приложение логики к теории баз данных.** Построение отрицаний предложений. Теорема Армстронга о полноте функциональных зависимостей.

**Лекция №15,16. Формализованные математические теории. Формальная арифметика.** Формализованная логика предикатов. Теории первого порядка. Непротиворечивость исчисления предикатов. Модели теорий. Теорема о полноте для теорий. Теоремы Геделя о неполноте. Проблемы оснований математики. Парадоксы теории множеств. Проблема непротиворечивости математики. Программа Гильберта. Метод формализации. Конструктивное направление в математике.

**Лекция №17,18. Вычислимость. Нумерация программ для МНР.** Введение в теорию алгоритмов. Интуитивное понятие алгоритма. Свойства алгоритмов. Уточнение понятия алгоритма (с помощью машины с неограниченными регистрами МНР). Нумерация вычислимых функций. Универсальные программы.

## **Занятия семинарского типа (практические занятия)**

### **Практическое занятие № 1**

**Булевы функции.** Табличное задание булевых функций. Задание булевых функций целыми числами. Графическое представление булевых функций. Элементарные булевы функции. Формулы.

**Алгебра булевых функций.** Логические операции над высказываниями. Язык логики высказываний, формулы. Равносильность. Равносильные преобразования формул. Тавтологии – законы логики.

### **Практическое занятие № 2**

**Приложение алгебры высказываний к логико-математической практике.** Прямая, обратная, противоположная и контрапозитивная теоремы. Принцип полной дизъюнкции. Необходимые и достаточные условия.

### **Практическое занятие № 3**

**Нормальные формы для формул алгебры высказываний.** Алгоритмы получения совершенной конъюнктивной и совершенной дизъюнктивной нормальных форм. Логическое следствие.

### **Практическое занятие № 4**

**Нахождение следствий из посылок.** Нахождение посылок для данных следствий. Тавтологии – законы логики высказываний. Законы контрапозиции, исключенного третьего, двойного отрицания, приведение к абсурду и др.

**Минимизация формул в классе ДНФ.**

### **Практическое занятие № 5**

**Методы решения логических задач.**

### **Практическое занятие № 6-7**

**Приложение булевых функций к релейно-контактным и вентильным схемам.** Вентильные схемы в ЭВМ: двоичный сумматор, шифратор и дешифратор. Анализ и синтез логических автоматов.

### **Практическое занятие № 8**

**Правильные и неправильные рассуждения.** Анализ правильности рассуждений.

### **Практическое занятие № 9-10**

**Свойства аксиоматических теорий.** Непротиворечивость, полнота, категоричность аксиоматической теории. Независимость аксиом. Разрешимость аксиоматической теории.

### **Практическое занятие № 11**

**Логика предикатов.** Множество истинности предиката. Тождественно истинные и тождественно ложные предикаты. Операции над предикатами. Кванторные операции.

**Основные понятия логики предикатов.** Предикаты и кванторы. Язык логики предикатов. Термы и формулы. Языки первого порядка. Интерпретации. Значение формулы в интерпретации. Равносильность. Общезначимость и выполнимость формул. Проблема разрешимости для общезначимости и выполнимости, неразрешимость ее в общем случае.

### **Практическое занятие № 12**

**Применение языка логики предикатов для записи математических предложений, построение отрицаний предложений.**

### **Практическое занятие № 13**

**Приложение логики к теории баз данных.**

### **Практическое занятие № 14**

**Вычислимость.** Введение в теорию алгоритмов. Интуитивное понятие алгоритма. Свойства алгоритмов. Уточнение понятия алгоритма (с помощью машины с неограниченными регистрами МНР).

### **Практическое занятие № 15-16**

**Нумерация программ для МНР.** Нумерация вычислимых функций. Универсальные программы.

## Практическое занятие № 17-18

**Алгоритмически неразрешимые проблемы.** Теорема Райса о вычислимых функциях.  
Контрольная работа.

### Самостоятельная работа

Текущая самостоятельная работа студента направлена на углубление и закрепление знаний студентов и развитие практических умений. Она заключается в работе с лекционными материалами, поиске и обзоре литературы и электронных источников, информации по заданным темам курса, опережающей самостоятельной работе, в изучении тем, вынесенных на самостоятельную проработку, подготовке к лабораторным занятиям.

Самостоятельная внеаудиторная работа студентов состоит в:

- проработке лекционного материала, составлении конспекта лекций по темам, вынесенным на самостоятельное изучение;
- выполнении домашних заданий;
- решении задач из списка учебно-методических разработок для студента (в).

### Темы для самостоятельного изучения

1. Методы решения логических задач.
2. Свойства аксиоматических теорий. Непротиворечивость, полнота, категоричность аксиоматической теории. Независимость аксиом. Разрешимость аксиоматической теории.
3. Формализованные математические теории

### Список задач для самостоятельной работы

Запишите на языке алгебры предикатов:

- а) Во множестве натуральных чисел нет наибольшего.
- б) Во множестве натуральных чисел есть наименьшее.

Запишите символически определение предела функции.

Запишите на языке алгебры предикатов:

- а) Через две различные точки проходит единственная прямая.
- б) Существует не более двух  $x$ , таких, что  $P(x)$ .

Докажите или опровергните следующие утверждения:

- а) существуют правильные многоугольники;
- б) в некоторых параллелограммах диагонали не равны.

- 1) Запишите символически определение периодической функции.
- 2) Дайте определение непериодической функции.

Запишите на языке алгебры предикатов:

- а) Некоторые рациональные числа не являются действительными.
- б) Все рациональные числа действительные.
- в) Через три точки, не лежащие на одной прямой, проходит единственная плоскость.

Запишите символически:

- а) во множестве натуральных чисел есть наименьшее.
- б) во множестве натуральных чисел нет наибольшего.

Проанализируйте правильность рассуждения:

Если число делится на 2 и делится на 3, то оно делится на 6; следовательно, если число делится на 2 и не делится на 6, то оно не делится на 3.

Найдите все следствия из посылок.

"Если сумма цифр целого числа делится на 3, то это число делится на 3 или на 9"; "Если целое число делится на 9, то оно делится на 3". Найденным следствиям придайте содержательный смысл.

Запишите на языке алгебры предикатов:

- а) Существуют точно два различных  $x$ , такие, что  $P(x)$ .
- б) Существуют по меньшей мере два различных  $x$ , таких, что  $P(x)$ .

Запишите символически следующие высказывания:

- а) функция  $2x$  положительна при любом значении аргумента;
- б) функция  $2x$  принимает любое положительное значение.

Найти посылки, содержащие переменные  $X, Y, Z$  для формул:

- а)  $(X \rightarrow Z) \& (Z \rightarrow X) \& X$ ;
- б)  $(X \leftrightarrow Y) \& Y$ .

Найти все посылки, следствием которых служат формулы:

- а)  $A \leftrightarrow B$ ;
- б)  $A \& B \& C$ ;
- с)  $(A \vee B \vee C) \vee B \& C$ .

Записать символически:

- а) всякое четное число, большее  $z$ , есть сумма двух простых чисел;
- б) уравнение  $3x^2 + 2x + 1 = 0$  имеет в точности два различных корня.
- в) любые два действительных числа либо равны, либо одно из них меньше другого.

Проанализируйте правильность рассуждения:

Если диагонали данного параллелограмма взаимно перпендикулярны, то этот параллелограмм - ромб; данный параллелограмм - ромб; следовательно его диагонали взаимно перпендикулярны.

Проанализируйте правильность рассуждения:

Если данный многоугольник правильный, то в него можно вписать окружность; в данный многоугольник нельзя вписать окружность; следовательно, данный многоугольник есть правильный.

Проанализируйте правильность рассуждения:

Если многоугольник правильный, то в него можно вписать окружность; данный многоугольник не есть правильный, следовательно, в него нельзя вписать окружность.

Проанализируйте правильность рассуждения:

Если число делится на 2 и делится на 6, то оно делится на 12; следовательно, если число делится на 2 и не делится на 12, то оно не делится на 6.

Провести анализ рассуждения.

Если данное целое число делится на 5, то оно оканчивается нулем или цифрой 5; данное целое число делится на 5 и не оканчивается нулем; следовательно, оно оканчивается цифрой 5.

Проанализируйте правильность рассуждения:

Если диагонали данного параллелограмма взаимно перпендикулярны, то этот параллелограмм - ромб; в данном параллелограмме диагонали не взаимно перпендикулярны; следовательно, он не есть ромб.

Если многоугольник правильный, то в него можно вписать окружность; в многоугольник можно вписать окружность; следовательно, он правильный.

Проанализируйте правильность рассуждения:

Если треугольник равнобедренный, то его две стороны равны; если две стороны треугольника равны, то два угла его равны; следовательно, если треугольник равнобедренный, то два угла его равны.

Провести анализ рассуждения:

Прямые  $a$  и  $b$  или параллельны, или пересекаются, или скрещиваются; прямые  $a$  и  $b$  лежат в одной плоскости и не пересекаются; если прямые  $a$  и  $b$  лежат в одной плоскости, то они не скрещиваются; следовательно,  $a$  параллельна  $b$ .

Следует ли из посылок заключение?

Если число целое, то оно рациональное.

Если число - несократимая дробь, то оно не есть целое.

Если число несократимая дробь, то оно не есть рациональное.

Следует ли из посылок заключение?

1. Если  $a = 0$  или  $b = 0$ , то  $ab = 0$

2.  $\frac{ab = 0}{a = 0 \text{ и } b = 0}$

Следует ли из посылок заключение?

1. Если  $a = 0$  или  $b = 0$ , то  $ab = 0$

2.  $\frac{ab = 0}{a = 0 \text{ и } b = 0}$

Проанализируйте правильность рассуждения:

1. Если  $a = 0$  или  $b = 0$ , то  $ab = 0$

2.  $\frac{ab = 0}{a = 0 \text{ и } b = 0}$

Проведите анализ рассуждения:

$\frac{a \geq 0, a \neq 0}{a > 0}$

На уроке математики учительница доказала теорему: "Если  $a > b$ , то  $a + c > b + c$ ". Можно ли на основании этого считать доказанным утверждение "Если  $a \leq b$ , то  $a + c \leq b + c$ "?

Исследовать на категоричность аксиоматическую теорию эквивалентности.

## 6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

### 6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

#### Контрольная работа

1. Запишите на языке алгебры предикатов предложение «Через две различные точки проходит единственная прямая».

2. Найдите все следствия из посылок.

"Если сумма цифр целого числа делится на 3, то это число делится на 3 или на 9"; "Если целое число делится на 9, то оно делится на 3". Найденным следствиям придайте содержательный смысл.

3. Опишите работу счетчика голосов в комиссии из четырех человек с правом вето у председателя.

4. Исследуйте на непротиворечивость и полноту аксиоматическую теорию эквивалентности.

5. Докажите вычислимость функции  $f(x, y) = x - y$  на множестве  $Z_0$ .

## Критерии оценивания контрольной работы

### Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно реализован каждый метод решения	1 балл
2	Анализ результатов	2 балла

(\*) Возможна градация в 0,25 балла.

### Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

## Примеры домашних заданий

### 1 вариант

#### Задание 1.

Построить логическую схему машины голосования для группы, состоящей из 4 человек А, В, С, D с правом вето у А и председателем В.

Записать формулу, представляющую нужную функцию, упростить (воспользовавшись алгоритмом), нарисовать вентильную схему.

#### Задание 2.

Провести анализ правильности рассуждения.

Если целое число больше 1, то оно простое или составное; если целое число больше 2, то оно больше 1; если целое число больше 2 и четное, то оно не является простым. Следовательно, если число больше 2 и четное, то оно составное.

#### Задание 3.

Запишите на языке логики предикатов:

Через две различные точки проходит не более одной прямой.

#### Задание 4.

Исследовать на непротиворечивость, полноту и независимость системы аксиом алгебры  $\langle M; * \rangle$ , удовлетворяющую аксиомам:

A1.  $a * a = a$ ;

A2. существует нейтральный элемент относительно операции \*;

A3. операция \* коммутативна.

Задание 5. Доказать вычислимость функции  $3*x$ .

### 2 вариант

Задание 1. Построить схему автомата по продаже напитков: чай – 20 р., кофе – 30 р., кофе с лимоном – 35 р., кофе с коньяком – 40 р.

Записать формулу, представляющую нужную функцию, упростить (воспользовавшись алгоритмом), нарисовать вентильную схему.

#### Задание 2.

Провести анализ правильности рассуждения.

Прямые  $a$  и  $b$  или параллельны, или пересекаются, или скрещиваются; прямые  $a$  и  $b$  лежат в одной плоскости и не пересекаются; если прямые  $a$  и  $b$  лежат в одной плоскости, то они не скрещиваются. Следовательно,  $a$  параллельна  $b$ .

### Задание 3.

Запишите на языке логики предикатов: через две различные точки проходит более двух прямых.

### Задание 4.

Исследовать на непротиворечивость, полноту и независимость системы аксиом теорию строгого линейного порядка.

**Задание 5.** Доказать вычислимость предиката  $x \leq y$ .

## Критерии оценивания домашнего задания

### Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно реализован каждый метод решения	1 балл

(\*) Возможна градация в 0,25 балла.

Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

## 6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

### Вопросы к экзамену

1. Дедуктивный характер математики. Предмет математической логики, ее роль в вопросах обоснования математики.
2. Булевы функции. Табличное задание булевых функций. Задание булевых функций целыми числами. Графическое представление булевых функций. Элементарные булевы функции. Формулы. Эквивалентные формулы. Полная система функций.
3. Алгебра булевых функций. Принцип двойственности.
4. Приложение алгебры высказываний к логико-математической практике. Прямая, обратная и противоположная теоремы. Принцип полной дизъюнкции. Необходимые и достаточные условия.
5. ДНФ. Теорема о разложении функций по переменным. Алгоритм приведения к СДНФ.
6. Теорема о представлении логической функции формулой. Алгоритм приведения к СКНФ.
7. Эквивалентные преобразования. Приведение к ДНФ и СДНФ. Теорема о достаточности основных соотношений булевой алгебры для эквивалентных преобразований.
8. Принцип двойственности. Функционально полные системы. Алгебра Жегалкина.
9. Нахождение следствий из посылок. Нахождение посылок для данных следствий. Тавтологии – законы логики высказываний. Законы контрапозиции, исключенного третьего, двойного отрицания, приведение к абсурду и др.
10. Применение булевых функций к анализу и синтезу дискретных устройств. Примеры (одноразрядный двоичный сумматор, автомат для продажи газированной воды).
11. Контактные схемы. Задача минимизации. Алгоритм приведения к минимальной ДНФ.
12. Методы математических доказательств. Правильные и неправильные рассуждения.

13. Применение логики высказываний в химии (проблема химического синтеза).
14. Аксиоматические теории. Этапы построения аксиоматических теорий (алфавит, формулы, система аксиом, правила вывода). Доказуемость формул. Выводимость из гипотез. Понятие теоремы, доказательства. Производные правила вывода. Теорема дедукции.
15. Примеры вывода в исчислении высказываний. Теорема дедукции. Теорема о полноте исчисления высказываний относительно алгебры высказываний.
16. Свойства аксиоматических теорий: непротиворечивость, полнота, разрешимость, независимость системы аксиом. Свойства аксиоматической теории исчисления высказываний.
17. Логика предикатов. Основные определения (тождественно истинный предикат, выполнимый предикат, опровержимый предикат, множество истинности предиката, равносильные предикаты, следствие). Операции над предикатами. (Связанные и свободные переменные). Зачем нужна логика предикатов?
18. Формулы логики предикатов. Соглашения о снятии скобок. Ограниченные кванторы.
19. Основные равносильности логики предикатов.
20. Исчисление предикатов. Связь между общезначимостью и доказуемостью.
21. Предваренные нормальные формы. Алгоритм приведения к ПНФ.
22. Приложение логики к теории баз данных. Теорема Армстронга о полноте функциональных зависимостей/
23. Вычислимость. Введение в теорию алгоритмов. Интуитивное понятие алгоритма. Свойства алгоритмов. Уточнение понятия алгоритма (с помощью машины с неограниченными регистрами МНР).
24. Нумерация программ для МНР. Нумерация вычислимых функций. Универсальные программы.
25. Алгоритмически неразрешимые проблемы. Теорема Райса о вычислимых функциях.

### Образец экзаменационного билета

1. ДНФ. Теорема о разложении функций по переменным. Алгоритм приведения к СДНФ.
2. Запишите на языке логики предикатов предложение: «Через две различные точки проходит единственная прямая».
3. Проведите анализ рассуждения: «Если данное целое число делится на 5, то оно оканчивается нулем или цифрой 5; данное целое число делится на 5 и не оканчивается нулем; следовательно, оно оканчивается цифрой 5».
4. Исследуйте на непротиворечивость и полноту аксиоматическую теорию линейного порядка.
5. Составьте вентильную схему автомата по продаже газированной воды.

### Критерии оценивания ответа на экзамене

#### 1. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть билета	Количество баллов
1	Теоретический вопрос	1 балл
3	Реализация решения задачи	1 балл

(\*) Возможна градация в 0,25 балла.

#### 2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

## 7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### 7.1. Список основной литературы

1. Вечтомов Е. М. Математика: логика, множества, комбинаторика: учебное пособие для вузов / Е. М. Вечтомов, Д. В. Широков. – 2-е изд. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 243 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-06612-8. – URL: <https://urait.ru/bcode/493172>
2. Гашков С. Б. Дискретная математика: учебник и практикум для вузов / С. Б. Гашков, А. Б. Фролов. – 3-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 483 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-11613-7. – URL: <https://urait.ru/bcode/489165>
3. Гисин В. Б. Дискретная математика: учебник и практикум для вузов / В. Б. Гисин. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 383 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-00228-7. – URL: <https://urait.ru/bcode/489055>
4. Дискретная математика: прикладные задачи и сложность алгоритмов: учебник и практикум для вузов / А. Е. Андреев, А. А. Болотов, К. В. Коляда, А. Б. Фролов. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 317 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-04246-7. – URL : <https://urait.ru/bcode/492349>
5. Дубина И. Н. Основы математического моделирования социально-экономических процессов: учебник и практикум для вузов / И. Н. Дубина. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 349 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-00501-1. – URL: <https://urait.ru/bcode/488340>
6. Журавлев Ю. И. Дискретный анализ. Основы высшей алгебры: учебное пособие для вузов / Ю. И. Журавлев, Ю. А. Флеров, М. Н. Вялый. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 223 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-06277-9. – URL: <https://urait.ru/bcode/491080>
7. Журавлев Ю. И. Дискретный анализ. Формальные системы и алгоритмы: учебное пособие для вузов / Ю. И. Журавлев, Ю. А. Флеров, М. Н. Вялый. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 318 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-06279-3. – URL: <https://urait.ru/bcode/491079>
8. Информатика и математика: учебник и практикум для вузов / А. М. Попов, В. Н. Сотников, Е. И. Нагаева, М. А. Зайцев; под редакцией А. М. Попова. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 484 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-08206-7. – URL: <https://urait.ru/bcode/488727>
9. Информатика и математика: учебник и практикум для вузов / Т. М. Беляева [и др.]; под редакцией В. Д. Элькина. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2022. – 402 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-10684-8. – URL: <https://urait.ru/bcode/490087>
10. Информационные технологии в юридической деятельности: учебник и практикум для вузов / В. Д. Элькин [и др.]; под редакцией В. Д. Элькина. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 472 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-12733-1. – URL: <https://urait.ru/bcode/488701>
11. Кожеурова Н. С. Логика: учебное пособие для вузов / Н. С. Кожеурова. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 320 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-08888-5. – URL: <https://urait.ru/bcode/488610>
12. Кудрявцев В. Б. Интеллектуальные системы: учебник и практикум для вузов / В. Б. Кудрявцев, Э. Э. Гасанов, А. С. Подколзин. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2022. – 165 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-07779-7. – URL: <https://urait.ru/bcode/491107>
13. Кытманов А. М. Математический анализ: учебное пособие для бакалавров / А. М. Кытманов. – Москва: Издательство Юрайт, 2019. – 607 с. – (Бакалавр. Академический курс). – ISBN 978-5-9916-2785-6. – URL: <https://urait.ru/bcode/425244>

14. Палий И. А. Дискретная математика и математическая логика: учебное пособие для вузов / И. А. Палий. – 3-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2022. – 370 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-12446-0. – URL: <https://urait.ru/bcode/492848>
15. Перельман Я. И. Веселые задачи / Я. И. Перельман. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 204 с. – (Открытая наука). – ISBN 978-5-534-07284-6. – URL: <https://urait.ru/bcode/492337>
16. Программирование: математическая логика: учебное пособие для вузов / М. В. Швецкий, М. В. Демидов, А. В. Голанова, И. А. Кудрявцева. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 675 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-11009-8. – URL: <https://urait.ru/bcode/495357>
17. Скорубский В. И. Математическая логика: учебник и практикум для вузов / В. И. Скорубский, В. И. Поляков, А. Г. Зыков. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 211 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-01114-2. – URL: <https://urait.ru/bcode/490017>
18. Судоплатов С. В. Дискретная математика: учебник и практикум для вузов / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. – 5-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 279 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-00871-5. – URL: <https://urait.ru/bcode/488927>
19. Судоплатов С. В. Математическая логика и теория алгоритмов: учебник и практикум для вузов / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. – 5-е изд., стер. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 207 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-12274-9. – URL: <https://urait.ru/bcode/447321>

## **7.2. Список дополнительной литературы**

1. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 2. Языки и исчисления. М.: МЦМНО, 2000. – 288 с.
2. Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов. М.: Издательский центр «Академия», 2007. – 304 с.
3. Игошин В.И. Математическая логика и теория алгоритмов : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / В. И. Игошин. – 2-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2008. – 448 с.
4. Игошин В.И. Математическая логика: учеб. пособие. – М.: ИНФРА-М, 2016. - 399 с. + CD-R.
5. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. СПб.: Издательство «Лань», 1999. – 288 с.
6. Шенфилд Д.Р. Математическая логика. – М.: Наука, 1975. – 527 с.

## **7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет**

1. Система дистанционного обучения СмолГУ ([moodle.smolgu.ru](https://moodle.smolgu.ru)).
2. Национальный открытый университет ([intuit.ru](https://intuit.ru)).
3. Национальная платформа открытого образования ([opened.ru](https://opened.ru)).
4. Сеть разработчиков Майкрософт ([msdn.microsoft.com/ru-ru/](https://msdn.microsoft.com/ru-ru/)).

## **8. Материально-техническое обеспечение**

**Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа**, оснащенная стандартной учебной мебелью, интерактивной доской, мультимедиапроектором, ноутбуком и колонками.

**Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации** - компьютерная аудитория с выходом в Интернет.

**Помещение для самостоятельной работы** – компьютерный класс с доступом к сети «Интернет» и ЭИОС СмолГУ.

### **9. Программное обеспечение**

Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный АО «Лаборатория Касперского», лицензия 1FB6-161215-133553-1-6231.

Microsoft Open License, лицензия 49463448 в составе: Microsoft Windows Professional 7 Russian; Microsoft Office 2010 Russian.

PascalABC.NET

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0

Владелец: Артеменков Михаил Николаевич

Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022