

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Смоленский государственный университет»

Кафедра математического анализа

«Утверждаю»  
Проректор по учебно-  
методической работе  
\_\_\_\_\_ Ю.А. Устименко  
«23» июня 2022 г.

**Рабочая программа дисциплины  
Б1.О.26 ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ**

Направление подготовки: **01.03.02 Прикладная математика и информатика**  
Направленность (профиль): **Математическое и информационное моделирование**

Форма обучения - очная  
Курс – 4  
Семестр – 7  
Всего зачетных единиц – 4, часов – 144

Форма отчетности: экзамен – 7 семестр

Программу разработала:  
старший преподаватель Богданова Н.Н.

Одобрена на заседании кафедры  
«16» июня 2022 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ К.М. Расулов

Смоленск  
2022

## 1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Численные методы» относится к обязательным дисциплинам вариативной части. Она изучается в 7 семестре и является одной из основных обязательных дисциплин так как завершает математический блок подготовки бакалавра по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика (профиль «Математическое и информационное моделирование»).

При изучении данной дисциплины необходимы компетенции студентов, сформированные при изучении таких дисциплин, как «Математический анализ», «Линейная алгебра» и др. Курс построен так, чтобы углубить и расширить тот объем знаний, по разделам, связанным с применением численных методов для решения практических задач.

Изучение курса основано на традиционных методах высшей школы, тесной взаимосвязи со смежными курсами, а также на использовании современных систем компьютерной математики.

В настоящее время математические методы исследования проникают во все области человеческой деятельности. Это повышает интерес к математике со стороны смежных наук, использующих различный объем математических знаний. Кроме того, развитие информационных технологий и систем компьютерной математики, которые применяются для решения многих математических задач, требует алгоритмической четкости при изучении математических дисциплин. Поэтому курс численных методов занимает важное место в ОП направления подготовки «Прикладная информатика».

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы
<b>ОПК-1.</b> Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<b>Знать:</b> основные законы естественнонаучных дисциплин, базовый аппарат математики, необходимые для осуществления профессиональной деятельности; <b>Уметь:</b> применять знания в области естественнонаучных и математических дисциплин для проведения теоретических и экспериментальных исследований в профессиональной деятельности; <b>Владеть:</b> методами математического анализа и моделирования, навыками в области естественнонаучного и общеинженерного знания, позволяющими осуществлять исследования в профессиональной деятельности.
<b>ОПК-2.</b> Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	<b>Знать:</b> основные математические принципы и методики создания алгоритмов и программ для решения прикладных задач, основные среды для разработки программного обеспечения; <b>Уметь:</b> использовать и адаптировать математические методы для разработки алгоритмов решения прикладных задач, внедрять и адаптировать прикладное программное обеспечение; <b>Владеть:</b> аппаратом математики, современными языками программирования и методиками разработки и внедрения прикладного программного обеспечения.
<b>ОПК-3.</b> Способен применять и модифицировать	<b>Знать:</b> базовые методы анализа, модификации и применения математических моделей, современные информационные методы в решении прикладных задач;

<p>математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности</p>	<p><b>Уметь:</b> применять аппарат математического моделирования для решения прикладных задач;  <b>Владеть:</b> навыками работы с инструментальными средствами математического моделирования предметной области, прикладных и информационных процессов.</p>
--	---

### 3. Содержание дисциплины

1. **Математическая модель и погрешности.** Понятие математической модели и процесс решения прикладных задач. Источники и классификация погрешностей. Элементы теории погрешностей: абсолютная и относительная погрешности приближенных вычислений; значащие цифры; правило округления чисел; погрешности арифметических операций; погрешность произвольной функции. Представление чисел в компьютере и погрешность.
2. **Методы решения скалярных уравнений и их систем.** Аналитический и графический методы локализации корней. Уточнение корней методами половинного деления, золотого сечения, итераций, хорд, касательных (Ньютона), секущих. Методы итераций и Ньютона решения систем уравнений.
3. **Вычислительные методы линейной алгебры.** Норма вектора и матрицы. Решение систем линейных алгебраических уравнений прямыми методами (Гаусса, Крамера, обратной матрицы,  $LU$ -разложения). Решение систем линейных алгебраических уравнений приближенными методами (простых итераций, Ньютона).
4. **Численные методы поиска экстремума функции.** Поиск экстремума функции одной переменной методами дихотомии. Градиентные методы поиска экстремума функции нескольких переменных.
5. **Приближение функций.** Интерполяционный многочлен Лагранжа. Остаточный член интерполяционной формулы Лагранжа. Равномерное приближение функций, многочлены Чебышева. Интерполяция сплайнами. Аппроксимация. Метод наименьших квадратов. Многочлены наилучшего среднеквадратического приближения.
6. **Численное интегрирование.** Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона. Метод Монте-Карло.
7. **Численное дифференцирование.** Графическое дифференцирование. Разностные формулы. Разностные формулы для обыкновенных производных. Разностные формулы для частных производных. Вычисление производных с помощью интерполяционных формул с равномерным и неравномерным распределением узлов. Практическая оценка погрешности.
8. **Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем.** Задача Коши. Методы Рунге, Эйлера, Рунге-Кутта. Задача Коши для системы дифференциальных уравнений и уравнений высших порядков. Метод степенных рядов. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений.
9. **Уравнения в частных производных.** Метод Фурье. Разностные схемы решения задач математической физики.
10. **Интегральные уравнения.** Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра. Методы решения уравнений с вырожденными ядрами. Квадратурные способы решения интегральных уравнений.

#### 4. Тематический план

7 семестр

№ п/п	Темы	Всего часов	Формы занятий			
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Самостоятельная работа
1.	Математическая модель и погрешности	3	-	-	-	3
2.	Методы решения скалярных уравнений и их систем	16	6	-	6	4
3.	Вычислительные методы линейной алгебры	12	4	-	4	4
4.	Численные методы поиска экстремума функции	13	4	-	4	5
5.	Приближение функций	16	4	-	6	6
6.	Численное интегрирование	9	2	-	2	5
7.	Численное дифференцирование	9	2	-	2	5
8.	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем	16	6	-	4	6
9.	Уравнения в частных производных	14	4	-	4	6
10.	Интегральные уравнения	9	2	-	2	5
Экзамен		27	-	-	-	27
Всего за семестр		144	34	-	34	76

#### 5. Виды образовательной деятельности

7 семестр

##### Лекции

**1-3. Методы решения скалярных уравнений и их систем.** Аналитический и графический методы локализации корней. Уточнение корней методами половинного деления, золотого сечения, итераций, хорд, касательных (Ньютона), секущих. Методы итераций и Ньютона решения систем уравнений.

**4-5. Вычислительные методы линейной алгебры.** Норма вектора и матрицы. Решение систем линейных алгебраических уравнений прямыми методами (Гаусса, Крамера, обратной матрицы,  $LU$ -разложения). Решение систем линейных алгебраических уравнений приближенными методами (простых итераций, Ньютона).

**6-7. Численные методы поиска экстремума функции.** Поиск экстремума функции одной переменной методами дихотомии. Градиентные методы поиска экстремума функции нескольких переменных.

**8-9. Приближение функций.** Интерполяционный многочлен Лагранжа. Остаточный член интерполяционной формулы Лагранжа. Равномерное приближение функций, многочлены Чебышева. Интерполяция сплайнами. Аппроксимация. Метод наименьших квадратов. Многочлены наилучшего среднеквадратического приближения.

**10. Численное интегрирование.** Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона. Метод Монте-Карло.

**11. Численное дифференцирование.** Графическое дифференцирование. Разностные формулы. Разностные формулы для обыкновенных производных. Разностные формулы для частных производных. Вычисление производных с помощью интерполяционных формул с равномерным и неравномерным распределением узлов. Практическая оценка погрешности.

**12-14. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем.** Задача Коши. Методы Рунге, Эйлера, Рунге-Кутты. Задача Коши для системы дифференциальных уравнений и уравнений высших порядков. Метод степенных рядов. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений.

**15-16. Уравнения в частных производных.** Метод Фурье. Разностные схемы решения задач математической физики.

**17. Интегральные уравнения.** Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра. Методы решения уравнений с вырожденными ядрами. Квадратурные способы решения интегральных уравнений.

### **Практические занятия**

Не предусмотрены.

### **Лабораторные работы**

#### **Лабораторная работа №1. Решение скалярных уравнений. Методы дихотомии**

##### Теоретические вопросы

1. Какие методы локализации корней Вы знаете? Приведите примеры.
2. Сформулируйте основные теоремы аналитической локализации корней.
3. Отделите корни уравнения  $x^2 e^x = \pi$ .
4. В чем состоят методы дихотомии?
5. Сформулируйте алгоритм метода половинного деления. Как оценивается абсолютная погрешность приближенного значения корня?
6. Сформулируйте алгоритм метода хорд. Каков критерий завершения алгоритма?
7. Каков геометрический смысл метода хорд решения уравнения  $f(x) = 0$ ?

Задания для лабораторной работы размещены в системе дистанционного обучения Смоленского государственного университета.

#### **Лабораторная работа №2. Решение скалярных уравнений. Методы итераций**

##### Теоретические вопросы

1. Какие типы сходимостей итерационных последовательностей Вы знаете? Приведите примеры.
2. Выведите формулу для итерационного процесса Ньютона.
3. В чем состоит геометрический смысл метода Ньютона нахождения корней уравнения? Приведите примеры.
4. Сформулируйте достаточные условия сходимости метода Ньютона к корню уравнения  $f(x) = 0$ . Как оценивается абсолютная погрешность приближенного значения корня?
5. Укажите нулевое приближение к корню уравнения  $x^4 - 2x - 4 = 0$ .

6. Как применяется метод Ньютона к вычислению значений функций? Приведите примеры.
7. В чем состоит метод итераций решения скалярных уравнений?
8. Сформулируйте достаточное условие сходимости метода итераций решения уравнения  $x = \varphi(x)$ . Как оценивается абсолютная погрешность приближенного значения корня?
9. Докажите, что уравнение  $x = a \sin^2 x + b \cos^2 x + g$ , где  $|a - b| < 1$  имеет единственное решение на  $R$ .

Задания для лабораторной работы размещены в системе дистанционного обучения Смоленского государственного университета.

### **Лабораторная работа №3. Прямые методы решения систем линейных уравнений**

#### Теоретические вопросы

1. Приведите примеры прямых методов решения систем линейных уравнений.
2. Разложите матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

в произведение нижней и верхней треугольных матриц.

Задания для лабораторной работы размещены в системе дистанционного обучения Смоленского государственного университета.

### **Лабораторная работа №4. Метод последовательных приближений решения систем линейных уравнений**

#### Теоретические вопросы

1. Как определяется норма вектора  $x$  в линейном пространстве  $R^n$ ? Найдите норму вектора  $x = (1, -1, 2)$ .
2. Каким образом определяется согласованная норма матрицы  $A$  в линейном пространстве квадратных матриц порядка  $n$ ?
3. Найдите норму матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ .
4. В чем состоит метод последовательных приближений решения систем линейных уравнений?
5. Сформулируйте достаточные условия сходимости метода итераций решения системы линейных уравнений  $X = CX + D$ . Приведите примеры.
6. Как оценивается абсолютная погрешность приближенного решения системы методом итераций?

Задания для лабораторной работы размещены в системе дистанционного обучения Смоленского государственного университета.

### **Лабораторная работа №5. Численные методы поиска экстремумов функций одной переменной**

### Теоретические вопросы

1. Какие классические методы нахождения экстремума функций одной переменной Вам известны?
2. Сформулируйте общую схему нахождения экстремума функций одной переменной при помощи численных методов.
3. Каким образом задача отыскания максимум функции сводится к отысканию минимума? Приведите примеры.
4. Опишите алгоритм метода равномерного приближения поиска экстремума функции. Каков критерий останова алгоритма?
5. В чем состоит метод квадратичной интерполяции. Как применяется этот метод к решению задач нахождения экстремума функций одной переменной?
6. Каков критерий останова метода квадратичной интерполяции?
7. Сформулируйте алгоритм метода золотого сечения. Каков критерий останова алгоритма?

Задания для лабораторной работы размещены в системе дистанционного обучения Смоленского государственного университета.

### **Лабораторная работа №6. Численные методы поиска экстремумов функций нескольких переменных**

#### Теоретические вопросы

1. Какие классические методы нахождения экстремума функций нескольких переменных Вам известны?
2. Сформулируйте общую схему нахождения экстремума функций нескольких переменных при помощи численных методов.
3. Каким образом задача отыскания максимума функции сводится к отысканию минимума? Приведите примеры.
4. Опишите алгоритм градиентного метода поиска экстремума функции нескольких переменных. Каков критерий останова алгоритма?
5. В чем состоит метод наискорейшего спуска? Как применяется этот метод к решению задач нахождения экстремума функций нескольких переменных?
6. Каков критерий останова метода наискорейшего спуска?

Задания для лабораторной работы размещены в системе дистанционного обучения Смоленского государственного университета.

### **Лабораторная работа №7. Полиномиальная интерполяция. Многочлен Лагранжа**

#### Теоретические вопросы

1. В чем состоит задача интерполяции?
2. Какие способы интерполяции Вам известны? Приведите примеры.
3. Какова задача полиномиальной интерполяции?
4. Что такое базовый многочлен Лагранжа?
5. Каким образом строится интерполяционный многочлен Лагранжа?
6. Сформулируйте теорему о существовании и единственности многочлена Лагранжа.
7. Какова максимальная величина погрешности интерполирования на заданном отрезке  $[a; b]$ ?

8. Для функции  $y = f(x)$ , заданной таблицей

$x$	1	2	3
$y$	-1	0	1

выполните кусочно-линейное интерполирование.

9. Докажите тождество

$$\frac{(x-a)(x-b)}{(c-b)(c-b)} + \frac{(x-a)(x-c)}{(b-a)(b-c)} + \frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} = x^2.$$

10. Решите уравнение

$$x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+ac+bc)x - abc = 0.$$

Задания для лабораторной работы размещены в системе дистанционного обучения Смоленского государственного университета.

### **Лабораторная работа №8. Решение систем линейных уравнений методом наименьших квадратов**

#### Теоретические вопросы

1. Как применяется метод наименьших квадратов для решения систем линейных уравнений?
2. Что называется нормальным псевдорешением системы линейных уравнений?

Задания для лабораторной работы размещены в системе дистанционного обучения Смоленского государственного университета.

### **Лабораторная работа №9. Применение метода наименьших квадратов к аппроксимации функций**

#### Теоретические вопросы

1. В чем различие между интерполяцией и аппроксимацией функций в смысле наименьших квадратов?
2. Как применяется метод наименьших квадратов для аппроксимации таблично заданных функций?
3. Приведите примеры двухпараметрических семейств функций.

Задания для лабораторной работы размещены в системе дистанционного обучения Смоленского государственного университета.

### **Лабораторная работа №10. Обобщенные многочлены наилучших среднеквадратических приближений**

#### Теоретические вопросы

1. Сформулируйте определение многочлена наилучшего среднеквадратического приближения. Приведите примеры.
2. Дайте определение матрицы Грамма.
3. Каким свойством обладает определитель матрицы Грамма?
4. Каким образом находятся коэффициенты многочлена наилучшего среднеквадратического приближения в случае ортогональной системы функций?



Задания для лабораторной работы размещены в системе дистанционного обучения Смоленского государственного университета.

### **Лабораторная работа №11. Численное интегрирование.**

#### Теоретические вопросы

1. В чем состоят методы приближенного вычисления определенных интегралов?
2. Выведите формулу средней точки для приближенного вычисления определенного интеграла.
3. Как оценивается абсолютная погрешность вычислений по формуле средней точки?
4. Сколько элементарных промежутков нужно взять, чтобы вычислить  $\int_1^2 \ln x dx$  с точностью  $\varepsilon = 0,001$ ?
5. Какова формула трапеций для приближенного вычисления определенного интеграла?
6. Какова формула абсолютной погрешности формулы трапеций?
7. Приведите формулу Симпсона для приближенного вычисления определенного интеграла?
8. Как оценивается абсолютная погрешность вычислений по формуле Симпсона?
9. Оцените точность, которую можно гарантировать при вычислении интеграла  $\int_0^1 e^{-x^2} dx$  по формулам трапеций и Симпсона при разбиении промежутка интегрирования на 8 частей.
10. В чем состоит метод Монте-Карло вычисления приближенного значения интегралов и площадей фигур?

Задания для лабораторной работы размещены в системе дистанционного обучения Смоленского государственного университета.

### **Лабораторная работа №12. Численное дифференцирование**

#### Теоретические вопросы

1. Выведите простейшие формулы численного дифференцирования.
2. Как оцениваются абсолютные погрешности простейших формул численного дифференцирования?
3. Как применяется полиномиальная интерполяция для приближения производных функций? Приведите примеры.
4. Запишите формулы приближенного значения производных первого и второго порядка для трех узлов и выведите их остаточный член, используя формулу Тейлора.

Задания для лабораторной работы размещены в системе дистанционного обучения Смоленского государственного университета.

### **Лабораторная работа №13. Численное решение начальных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем**

### Теоретические вопросы

1. В чем состоит метод степенных рядов решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений?
2. Последовательным дифференцированием уравнения  $y' = xy + 1$  найдите его приближенное частное решение, соответствующее начальному условию  $y(0) = 0$ , в виде отрезка степенного ряда до пятой степени включительно.
3. Сформулируйте теорему Пикара о существовании и единственности задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.
4. Как задается процесс вычислений по методу Эйлера?
5. В чем состоит геометрический смысл метода Эйлера?
6. Как задается процесс вычислений по методу Рунге-Кутты?
7. Как задается нормальная система обыкновенных дифференциальных уравнений в векторно-матричном виде? Приведите примеры.
8. Задайте процесс вычислений по методу Эйлера для системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.
9. Каким образом можно свести уравнения высших порядков к нормальной системе уравнений первого порядка? Приведите примеры.

Задания для лабораторной работы размещены в системе дистанционного обучения Смоленского государственного университета.

### **Лабораторная работа №14. Методы приближенного решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений**

#### Теоретические вопросы

1. Дайте постановки двухточечных краевых задач для обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (ОЛДУ) второго порядка. Приведите примеры.
2. Сформулируйте определение вырожденной краевой задачи.
3. В чем состоит метод редукции решения краевых задач для ОЛДУ второго порядка?
4. Какова основная идея метода конечных разностей решения краевых задач для ОЛДУ второго порядка?
5. Можно ли применить метод конечных разностей для уравнений более высокого порядка?
6. В чем состоит метод коллокации решения краевых задач для ОЛДУ второго порядка?
7. Сформулируйте определение базисных функций. Приведите примеры.

Задания для лабораторной работы размещены в системе дистанционного обучения Смоленского государственного университета.

### **Лабораторная работа №15 Метод Фурье решения уравнений математической физики**

#### Теоретические вопросы

1. Дайте определение линейного дифференциального уравнения с частными производными второго порядка.
2. Приведите примеры основных уравнений математической физики.

3. Какова классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка? Приведите примеры.
4. В чем состоит метод Фурье (разделения переменных)?

Задания для лабораторной работы размещены в системе дистанционного обучения Смоленского государственного университета.

### **Лабораторная работа №16. Численное решение уравнений математической физики**

#### Теоретические вопросы

1. Дайте определение линейного дифференциального уравнения с частными производными второго порядка.
2. Какова классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка? Приведите примеры.
3. Приведите примеры основных уравнений математической физики.
4. Какие процессы описываются с помощью уравнений параболического типа?
5. Сформулируйте задачу о теплопроводности стержня, ограниченного с обоих концов.
6. Какие процессы описываются с помощью уравнений гиперболического типа?
7. Сформулируйте задачу о колебании конечной струны.
8. Какие процессы описываются с помощью уравнений эллиптического типа?
9. Сформулируйте задачу Дирихле для уравнения Пуассона.
10. Опишите идею метода сеток для решения задач математической физики. Приведите примеры.
11. Какие шаблоны разностных схем Вам известны?
12. В чем состоит метод фиктивной точки?

Задания для лабораторной работы размещены в системе дистанционного обучения Смоленского государственного университета.

### **Лабораторная работа №17. Методы решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра**

#### Теоретические вопросы

1. Сформулируйте определение интегрального уравнения. Приведите примеры.
2. Дайте определение интегрального уравнения Фредгольма первого и второго рода. Приведите примеры.
3. В какой области определено ядро интегрального уравнения Фредгольма?
4. В каком случае ядро интегрального уравнения Фредгольма называется вырожденным? Приведите примеры.
5. В чем состоит метод решения интегральных уравнений Фредгольма с вырожденным ядром?
6. Каким образом можно привести интегральное уравнение
 
$$x(t) = \int_0^{\frac{1}{2}} t \sin(ts)x(s)ds + \cos \frac{1}{2}t$$
 к уравнению с вырожденным ядром?
7. Как применяется метод последовательных приближений к приближенному решению интегрального уравнения Фредгольма второго рода?

8. Сформулируйте определение интегрального уравнения Вольтерра первого и второго рода. Приведите примеры.
9. В какой области определено ядро интегрального уравнения Вольтерра?
10. Каким образом можно привести уравнение Вольтерра к уравнению Фредгольма?
11. В чем состоят квадратурные методы решения интегральных уравнений?

Задания для лабораторной работы размещены в системе дистанционного обучения Смоленского государственного университета.

## **6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)**

### **6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации**

Текущая аттестация осуществляется на каждом лабораторном занятии в процессе фронтального опроса и выполнения заданий лабораторной работы.

С целью дифференциации уровня подготовки бакалавров и для ликвидации имеющихся при изучении дисциплины задолженностей после каждой лабораторной работы студентам предлагаются тесты, которые размещены в системе дистанционного обучения Смоленского государственного университета.

#### **Оценочные средства**

##### **I. Контрольные вопросы для проверки теоретической подготовки к лабораторному занятию.**

Перечень вопросов приводится в планах лабораторных занятий, которые размещены в системе дистанционного обучения Смоленского государственного университета.

##### **II. Задания для самостоятельной работы.**

Перечень практических заданий для самостоятельной работы приводится в планах лабораторных занятий.

##### **III. Тесты по дисциплине.**

Проведение текущего контроля осуществляется также посредством проведения тестов после каждой лабораторной работы. Проверка и выставление баллов осуществляется в системе дистанционного обучения Смоленского государственного университета.

#### **Критерии оценивания качества теоретической подготовки к лабораторному занятию и выполнения заданий для самостоятельной работы**

Оценка	Показатели и критерии оценки лабораторной работы
«отлично»	обучающийся отвечает на все вопросы преподавателя, самостоятельно выделяет необходимые для анализа параметры задачи, свободно использует теоретический материал при анализе задачи, строго придерживается логики анализа и решения задачи, использует научную лексику, может сформулировать суть возникшего при решении задачи затруднения
«хорошо»	обучающийся самостоятельно выделяет необходимые для анализа параметры задачи, привлекает необходимый теоретический материал, использует его

	(иногда при подсказке преподавателя) при анализе задачи, в целом соблюдает логику анализа и решения задачи, старается использовать профессиональную терминологию; не всегда осознает и может сформулировать суть возникшего при решении задачи затруднения
«удовлетворительно»	обучающийся отвечает не на все вопросы преподавателя, выделяет необходимые для анализа параметры задачи (иногда с подсказкой преподавателя), привлекает необходимый теоретический материал, но затрудняется в его использовании при анализе задачи, частично прибегает к ненаучной лексике, испытывает затруднения при формулировке решения
«неудовлетворительно»	обучающийся не выделяет необходимых для анализа параметров задачи, не реагирует на подсказки преподавателя, испытывает серьезные затруднения в привлечении теоретических знаний, необходимых для анализа условия задачи

## **6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации**

Промежуточная аттестация осуществляется посредством проведения экзамена в 4 семестре.

### **Вопросы для подготовки к экзамену и образцы экзаменационных заданий.**

7 семестр

#### Вопросы к экзамену

1. Понятие математической модели и процесс решения прикладных задач. Источники и классификация погрешностей.
2. Абсолютная и относительная погрешности приближенных вычислений; значащие цифры; правило округления чисел; погрешности арифметических операций; погрешность произвольной функции.
3. Аналитический и графический методы локализации корней скалярного уравнения.
4. Уточнение корней скалярного уравнения методами дихотомии.
5. Уточнение корней скалярного уравнения методом итераций.
6. Уточнение корней скалярного уравнения методом касательных.
7. Методы итераций и Ньютона решения систем уравнений.
8. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
9. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений
10. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
11. Равномерное приближение функций, многочлены Чебышева.
12. Интерполяционные сплайны.
13. Аппроксимация. Метод наименьших квадратов.
14. Многочлены наилучших среднеквадратических приближений.
15. Методы поиска экстремума функции одной переменной.
16. Методы поиска экстремума функции нескольких переменных.
17. Разностные формулы для обыкновенных производных. Разностные формулы для частных производных

18. Вычисление производных с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа.
19. Квадратурные формулы прямоугольников.
20. Формула трапеций.
21. Формула Симпсона.
22. Метод Монте-Карло вычисления интегралов.
23. Задача Коши. Метод Рунге-Кутты.
24. Задача Коши. Метод Эйлера.
25. Задача Коши для системы дифференциальных уравнений.
26. Задача Коши для уравнений высших порядков.
27. Метод степенных рядов решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
28. Методы приближенного решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений
29. Методы решения задач для уравнений математической физики.
30. Методы решения интегральных уравнений.

#### Образец экзаменационного задания

1. Разностные схемы решения краевых задач для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка.
2. Методом степенных рядов найти решение следующей краевой задачи:

$$y'' + x^2 y' - (\sin x)y = x + 3, y(0) = 1, y(2) = -1.$$

#### **Критерии оценивания ответа на экзамене**

1. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть билета	Количество баллов
1	Теоретический вопрос	2 балла
2	Математическая модель	1 балл
3	Реализация решения задачи	2 балла

(\*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

### **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы**

#### **7.1. Список основной литературы**

1. Пименов, В. Г. Численные методы в 2 ч. Ч. 1: учебное пособие для вузов / В. Г. Пименов. — М.: Издательство Юрайт, 2017. — 111 с. — (Серия: Университеты России). — ISBN 978-5-534-04681-6. — Режим доступа: [www.biblio-online.ru/book/E2DB1B52-AC50-4959-9E63-7FFE2239DC88](http://www.biblio-online.ru/book/E2DB1B52-AC50-4959-9E63-7FFE2239DC88).
2. Пименов, В. Г. Численные методы в 2 ч. Ч. 2: учебное пособие для вузов / В. Г. Пименов, А. Б. Ложников. — М.: Издательство Юрайт, 2017. — 107 с. — (Серия: Университеты России). — ISBN 978-5-534-04683-0. — Режим доступа: [www.biblio-online.ru/book/513A504B-789E-49C9-B42D-A5961E985F14](http://www.biblio-online.ru/book/513A504B-789E-49C9-B42D-A5961E985F14).

3. Численные методы: учебник и практикум для академического бакалавриата / У. Г. Пирумов [и др.]; под ред. У. Г. Пирумова. — 5-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2018. — 421 с. — (Серия: Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03141-6. — Режим доступа: [www.biblio-online.ru/book/43F523F2-5AD9-448D-A8FF-212707F6A238](http://www.biblio-online.ru/book/43F523F2-5AD9-448D-A8FF-212707F6A238).
4. Пименов, В. Г. Численные методы: разностные схемы решения уравнений: учебное пособие для вузов / В. Г. Пименов. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 134 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10892-7. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/453444> (дата обращения: 10.09.2020).
5. Емельянов, В. Н. Численные методы: введение в теорию разностных схем: учебное пособие для вузов / В. Н. Емельянов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 188 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-06617-3. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/453264> (дата обращения: 10.09.2020).

## **7.2. Список дополнительной литературы**

6. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. — М.: Наука, 1987.
7. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. — М.: Бином, 2008.
8. Вержбицкий В.М. Основы численных методов. М.: Высшая школа. — 2002.
9. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. — СПб.: Лань, 2008.
10. Калиткин Н.Н. Численные методы. — М., Наука, 1978.
11. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. — М.: Наука, 1989.
12. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. — М.: Наука, 1978.
13. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы математической физики. — М.: Научный мир, 2003.
14. Тыртышников Е.Е. Методы численного анализа. — М.: Академия, 2007.

## **Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

1. Кристалинский Р.Е., Кристалинский В.Р. Численные методы в системе Mathematica. — Смоленск, ВА ПВО ВС РФ, 2009.
2. Программы с образцами решения задач в системах компьютерной математики, размещенные в системе дистанционного обучения СмолГУ.

## **7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

- Система дистанционного обучения Смоленского государственного университета <http://cdo.smolgu.ru>
- Электронно-библиотечная система университета <http://biblioteka.smolgu.ru>
- Национальный открытый университет <http://www.intuit.ru>
- Образовательный математический сайт <http://exponenta.ru>
- Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>
- Национальная платформа открытого образования <http://www.opened.ru>

## **8. Материально-техническое обеспечение**

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине используется интерактивная доска; проектор; электронная библиотека кафедры, содержащая электронные учебники и задачки; система компьютерной математики Mathematica. Осуществляется поиск информации в WWW-пространстве; работа с Web-страницами и ресурсами сети Интернет.

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине в университете имеется следующая необходимая инструментальная база: учебные аудитории для проведения лабораторных занятий; кабинеты, оборудованные проекторами и электронными досками для проведения лекционных занятий. Имеется кабинет

ксерокопирования и кафедральный принтер для подготовки экзаменационных материалов. Доступна электронная библиотека кафедры математического анализа.

Учебная аудитория для проведения лекционных и лабораторных занятий, групповых и индивидуальных консультаций, промежуточной аттестации, для самостоятельной работы студентов оснащена следующим оборудованием: стандартная учебная мебель (количество учебных посадочных мест соответствует количеству студентов), стол и стул для преподавателя – по 1 шт., возможно кафедра для лектора – 1 шт., доска настенная – 1 шт., напольный мобильный проекционный экран DA-LITE – 1 шт., мультимедиапроектор BenQ – 1 шт., ноутбук/компьютер – 1шт., колонки Genius – 1 шт. (например, лекционные и лабораторные занятия проводятся в компьютерной аудитории 233 учебного корпуса № 2 или аудитории 230 учебного корпуса № 2, оснащенной компьютерами).

### **9. Программное обеспечение**

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине используется Информационно-вычислительный центр физико-математического факультета (Положение о Центре утверждено приказом ректора №01-66 от 28.09.2015 г.).

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине используются информационные технологии обработки данных с помощью прикладных программных продуктов Microsoft Excel, Microsoft PowerPoint. Осуществляется поиск информации в WWW-пространстве; работа с Web-страницами и социальными ресурсами сети Интернет.

Программное обеспечение: Microsoft Open License (Windows XP, 7, 8, 10, Server, Office 2003-2016), Лицензия 66920993 от 24.05.2016, обновление раз в три года; Microsoft Open License (Windows XP, 7, 8, 10, Server, Office 2003-2016), Лицензия 66975477 от 03.06.2016, обновление раз в три года; Dr. Web Server/Desktop Security Suite (Антивирус) Лицензия EE4E-QN5S-6FG2-N76B (Ежегодное обновление); Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – Стандартный, Лицензия 1FB6151216081242, ежегодное обновление.

Электронные библиотечные системы и электронная информационно-образовательная среда: электронная библиотечная система «ЭБС ЮРАЙТ», Договор № 3074 от 15.11.2017, ежегодное обновление; СДО Русский Moodle 3KL Norm с техническим обслуживанием, Акт на передачу прав №УТДЮ0001785 от 06.12.2016, ежегодное обновление.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0  
Владелец: Артеменков Михаил Николаевич  
Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022