

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»

Кафедра математического анализа

«Утверждаю»
Проректор по учебно-
методической работе
_____ Ю.А. Устименко
«8» сентября 2021 г.

Рабочая программа дисциплины
Б1.О.38 Математическое моделирование

Направление подготовки **01.03.02 Прикладная математика и информатика**
Направленность (профиль) **Математическое и информационное моделирование**
Форма обучения – очная
Курс – 3
Семестр – 6
Всего зачетных единиц – 4, часов – 144

Форма отчетности: экзамен – 6 семестр

Программу разработал
старший преподаватель Курицын С.Ю.

Одобрена на заседании кафедры
«1» сентября 2021 г., протокол № 1

Заведующий кафедрой _____ К.М. Расулов

Смоленск
2021

1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Математическое моделирование» относится к обязательной части образовательной программы. При изучении данной дисциплины необходимы компетенции студентов, сформированные при изучении таких дисциплин, как «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Основы математической экономики», «Основы теории игр», «Линейные модели в экономике». Курс построен так, чтобы сформировать у студентов целостное представление о применении современного математического аппарата для исследования математических моделей и их применению к решению задач прикладной математики и информатики.

Изучение курса основано на традиционных методах высшей школы, тесной взаимосвязи со смежными курсами, а также на использовании современной учебной, методической литературы, информационных и образовательных технологий.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения (
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, базовый аппарат математики, необходимые для осуществления профессиональной деятельности; Уметь: применять знания в области естественнонаучных и математических дисциплин для проведения теоретических и экспериментальных исследований в профессиональной деятельности; Владеть: методами математического анализа и моделирования, навыками в области естественнонаучного и общепрофессионального знания, позволяющими осуществлять исследования в профессиональной деятельности.
ОПК-2. Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	Знать: основные математические принципы и методики создания алгоритмов и программ для решения прикладных задач, основные среды для разработки программного обеспечения; Уметь: использовать и адаптировать математические методы для разработки алгоритмов решения прикладных задач, внедрять и адаптировать прикладное программное обеспечение; Владеть: аппаратом математики, современными языками программирования и методиками разработки и внедрения прикладного программного обеспечения.
ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	Знать: базовые методы анализа, модификации и применения математических моделей, современные информационные методы в решении прикладных задач; Уметь: применять аппарат математического моделирования для решения прикладных задач; Владеть: навыками работы с инструментальными средствами математического моделирования предметной области, прикладных и информационных процессов.

3. Содержание дисциплины

- 1. Основные понятия и принципы математического моделирования.** Моделирование как метод научного познания. Классификация моделей. Этапы построения математической модели.
- 2. Методы теории графов.** Задача о кратчайшем пути в графе. Алгоритмы поиска кратчайшего пути. Задача построения графа наименьшей длины. Понятие потоковой модели. Задача о наибольшем потоке. Задача китайского почтальона. Задача коммивояжера. Сетевые модели. Сетевой анализ проектов. Метод критического пути (СРМ). Метод оценки и обзора программы (PERT). Диаграмма Ганта.
- 3. Нелинейное программирование.** Постановка задачи нелинейного программирования. Графический способ решения задачи нелинейного программирования. Метод множителей Лагранжа. Задачи выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера. Метод кусочно-линейной аппроксимации. Градиентные методы. Задача об инвестиционном портфеле. Модели Марковица.
- 4. Динамическое программирование.** Общая постановка задачи динамического программирования. Принцип оптимальности и уравнения Беллмана.
- 5. Элементы операционного исчисления.** Преобразование Лапласа. Оригиналы и их изображения. Свойства преобразования Лапласа. Таблица оригиналов и изображений. Обратное преобразование Лапласа. Теоремы Разложения. Формула Римана-Меллина. Операционный метод решения линейных дифференциальных уравнений и их систем.
- 6. Игры с природой.** Принятие решений в условиях неопределенности и риска. Классические и производные критерии. Дерево решений.

4. Тематический план

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий		
			лекции	лабораторные занятия	самостоятельная работа
1.	Основные понятия и принципы математического моделирования	4	2	–	2
2.	Методы теории графов	49	12	14	25
3.	Нелинейное программирование	28	8	8	12
4.	Динамическое программирование	8	4	2	4
5.	Элементы операционного исчисления	14	4	4	6
6.	Игры с природой	14	2	4	6
	Экзамен	27	0	0	27
	Итого	144	32	32	80

5. Виды образовательной деятельности¹

Занятия лекционного типа

Лекция №1

Моделирование как метод научного познания. Классификация моделей. Этапы построения математической модели.

Лекция №2

¹ Содержание данного раздела может быть представлено в электронной информационно-образовательной среде СмолГУ или в опубликованном учебно-методическом пособии.

Основные понятия теории графов. Методы определения кратчайших расстояний между вершинами графа. Алгоритм Дейкстры.

Лекция №3

Алгоритм Флойда–Уоршелла нахождения матрицы кратчайших расстояний. Построение графа наименьшей длины. Алгоритм Прима–Краскала.

Лекция №4

Задача китайского почтальона (задача инспекции дорог). Понятие эйлера графа. Критерий отыскания эйлера графа. Алгоритмы решения задачи китайского почтальона.

Лекция №5

Задача коммивояжера. Полный граф. Понятие гамильтонова цикла. Некоторые алгоритмы решения задачи коммивояжера: жадный алгоритм, деревянный алгоритм, переборный алгоритм.

Лекция №6

Потоковые модели. Транспортная сеть. Задача о максимальном потоке. Алгоритм Форда–Фалкерсона. Алгоритм Диница.

Лекция №7

Понятие сетевой модели и её основных элементов. Правила построения сетевых графиков. Упорядочение сетевого графика. Понятие критического пути. Сетевой анализ проектов. Параметры событий и работ. Метод критического пути (метод СРМ). Метод оценки и обзора программы (PERT). Диаграмма Ганта.

Лекция №8

Постановка задачи нелинейного программирования. Графический метод решения. Метод множителей Лагранжа.

Лекция №9

Понятие выпуклого множества и выпуклой функции в n -мерном пространстве. Постановка задачи выпуклого программирования. Теорема Куна—Таккера.

Лекция №10

Методы приближенного решения задач выпуклого программирования: метод кусочно-линейной аппроксимации, метод градиентного спуска.

Лекция №11

Задача об инвестиционном портфеле и подходы к её решению. Модель Марковица, модель Тобина.

Лекция №12

Общая постановка задачи динамического программирования. Принцип оптимальности и уравнения Беллмана.

Лекция №13

Задача о распределении инвестиций между предприятиями. Задача об оптимальном распределении ресурсов между отраслями на n лет. Алгоритм Беллмана—Форда.

Лекции №14-15

Преобразование Лапласа. Оригиналы и их изображения. Свойства преобразования Лапласа. Таблица оригиналов и изображений. Обратное преобразование Лапласа. Теоремы разложения. Формула Римана-Меллина. Операционный метод решения линейных дифференциальных уравнений и их систем.

Лекция №16

Принятие решений в условиях неопределенности и риска. Классические и производные критерии. Дерево решений.

Занятия семинарского типа

Лабораторное занятие №1. Задача о кратчайшем пути в графе

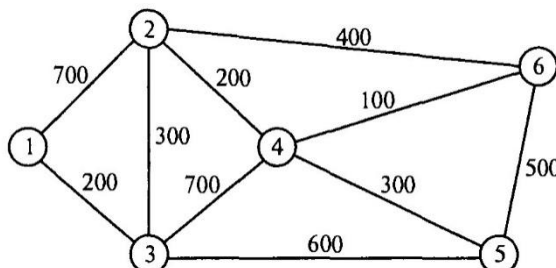
Теоретические вопросы

1. В чем заключается задача о кратчайшем пути в графе?
2. Сформулируйте алгоритм Дейкстры отыскания кратчайшего пути в графе.

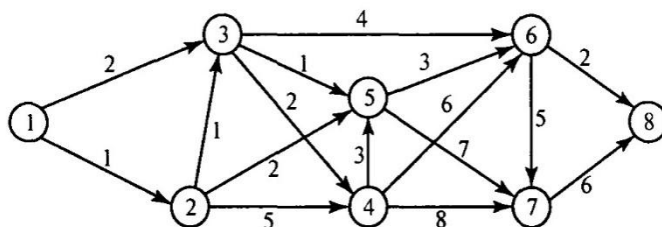
3. В чем состоит суть алгоритма Флойда–Уоршелла отыскания кратчайшего пути в графе?
4. Каким образом задача о кратчайшем пути в графе сводится к задаче линейного программирования?

Задачи и упражнения для аудиторной работы

1. Почтовая компания обслуживает шесть удаленных друг от друга районов, которые связаны сетью, представленной на рисунке. Компании необходимо определить наиболее эффективные маршруты пересылки почтовых отправлений между любыми двумя районами.



2. На рисунке показана транспортная сеть, соединяющая восемь городов, и расстояния между ними. Найдите кратчайшие маршруты между следующими городами: а) города 1 и 8; б) города 1 и 6; в) города 4 и 8; г) города 2 и 6.



3. Компания по прокату автомобилей разрабатывает план по обновлению парка своих машин на следующие 5 лет (2021-2025 гг.). Создайте модель замены оборудования, предполагая, что автомобиль до замены должен эксплуатироваться не менее двух и не более четырех лет. Стоимость замены автомобиля в 2021-2025 гг. представлена в таблице:

Год покупки	Стоимость замены (в ден. ед.) в зависимости от срока эксплуатации		
	2	3	4
2021	3800	4100	6800
2022	4000	4800	7000
2023	4200	5100	7200
2024	4800	5700	—
2025	5300	—	—

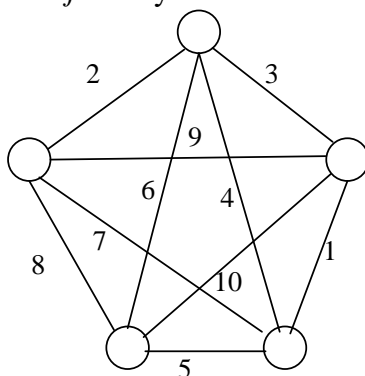
4. Пекарня имеет пять точек по реализации своей продукции. Арендуя пять автомобилей, пекарня ежедневно поставляет в каждую точку заказанную продукцию, причем объем продукции всегда соответствует максимальной загрузке автомобиля (таким образом, использование одного авто для попутной доставки в несколько точек исключается). Специалист отдела логистики лично проехал между всеми этими объектами и занес в таблицу реальное расстояние между i -й и j -й точками (если между ними есть дорога). Таким образом, была учтена дорожная ситуация. Найдите оптимальный путь от пекарни до каждой из точек.

	№1	№2	№3	№4	№5	Пекарня
--	----	----	----	----	----	---------

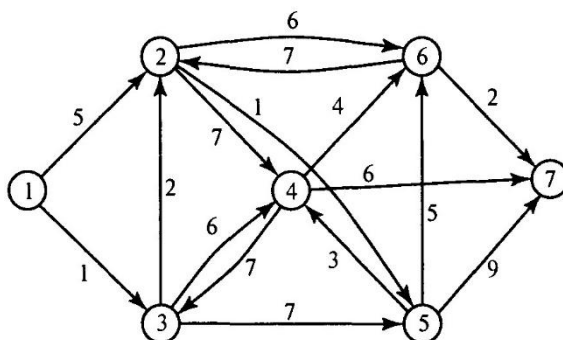
№1	0	5	4	12	1	–
№2	5	0	3	10	6	13
№3	4	3	0	6	13	22
№4	1	8	8	0	6	12
№5	4	9	3	8	0	10
Пекарня	–	13	24	14	20	0

Задачи и упражнения для самостоятельной работы

1. Дана сеть дорог, соединяющая 5 населенных пунктов, составьте матрицу кратчайших расстояний между каждым i -ым и j -ым пунктами.



2. Найдите кратчайшие пути между узлом 1 и всеми остальными узлами сети, изображенной на рисунке:



3. Компания по прокату автомобилей разрабатывает план по обновлению парка своих машин на следующие 4 года (2021-2024 гг.). Создайте модель замены оборудования, предполагая, что автомобиль до замены должен эксплуатироваться не менее одного и не более трех лет. Стоимость замены автомобиля в 2021-2024 гг. представлена в таблице:

Год покупки	Стоимость замены (в ден. ед.) в зависимости от срока эксплуатации		
	1	2	3
2021	4000	5400	9800
2022	4300	6200	8700
2023	4800	7100	–
2024	4900	–	–

4. В небольшом городке шесть школ. Для организации завтраков привлекается единственный в городе комбинат питания. Комбинат питания ежедневно доставляет в каждую школу

необходимое количество готовых завтраков (использование одного авто для попутной доставки в несколько школ исключается). Расстояния между школами и комбинатом представлены в таблице. Найти кратчайшие расстояния от комбината питания до всех школ.

	К-т	№1	№2	№3	№4	№5	№6
К-т	0	30	15	12	15	9	10
№1	–	0	10	23	17	7	12
№2	8	13	0	9	6	–	22
№3	16	17	14	0	25	8	10
№4	7	17	–	11	0	24	6
№5	21	6	8	–	20	0	15
№6	14	15	11	13	8	–	0

5. Компания производит некоторую продукцию, спрос на которую в следующие 4 месяца составит 100, 140, 210 и 180 единиц соответственно. Компания может удовлетворить любой ежемесячный спрос на продукцию и даже на два и более месяцев вперед. В последнем случае цена хранения единицы избыточно произведенной единицы продукции составит 1,2 ден.ед. в месяц. В следующие 4 месяца продукция будет продаваться по цене 15, 12, 10 и 14 ден.ед. соответственно. Стоимость переналадки оборудования для выполнения заказа составляет 200 ден.ед. Постройте математическую модель задачи в виде графа и разработайте такой производственный план, чтобы прибыль компании была наибольшая.

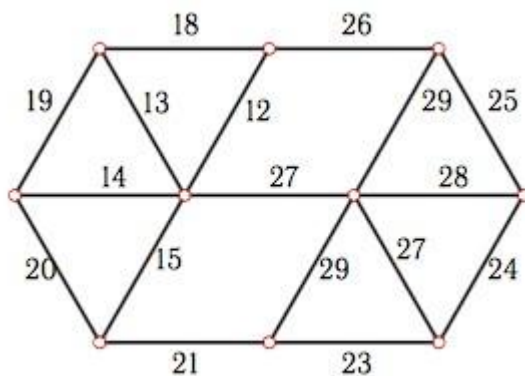
Лабораторное занятие №2. Граф наименьшей длины

Теоретические вопросы

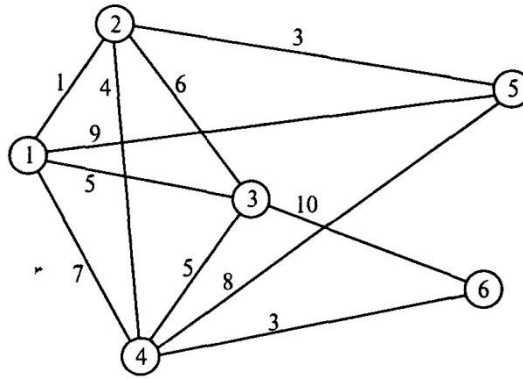
1. Дайте определение графа наименьшей длины. Приведите примеры.
2. Каким свойством обладает граф наименьшей длины?
3. Сформулируйте алгоритм построения графа наименьшей длины.

Задания для аудиторной работы

1. Постройте граф наименьшей длины



2. Маленькая интернет-компания «Гном-Телеком» планирует подключение к своей сети пяти новых районов города. На рисунке показана структура планируемой сети и расстояния между районами и серверной фермой компании.



Спланируйте: а) наиболее экономичную сеть; б) наиболее экономичную сеть при условии, что районы 2 и 5 невозможно соединить напрямую.

3. По заданной матрице расстояний постройте соответствующий ей граф и граф наименьшей длины:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 2 & 10 & 3 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 5 & 9 & 0 & 1 & 14 \\ 2 & 5 & 0 & 8 & 6 & 9 & 5 \\ 10 & 9 & 8 & 0 & 11 & 7 & 4 \\ 3 & 0 & 6 & 11 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 9 & 7 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 14 & 5 & 4 & 2 & 5 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. На территории предприятия расположены шесть отстойников для использованной воды и пункт очистки. Планируется построить систему регенерации: использованная вода поступает на пункт очистки, там фильтруется и затем подается в цеха по имеющейся системе водоснабжения. При этом каждый отстойник может использоваться как транзитный пункт для перегонки использованной воды к пункту очистки. Дополнительные условия: канализационные трубы завезли только прямые, разветвителей и переходников достать не удалось – так что соединять отстойники можно только прямыми каналами, разветвляться каналы не могут, зато количество выходящих из одного отстойника каналов не ограничено. Отметьте в декартовой системе координат схему расположения отстойников и пункта переработки. Предложите наиболее экономичную схему прокладки канализационных туннелей, соединяющих между собой все эти отстойники и центральный пункт переработки. Критерий оптимальности: минимальная суммарная длина коммуникаций. Координаты объектов даны в таблице:

Положение	Отстойник						Пункт очистки
	№1	№2	№3	№4	№5	№6	
По оси x	5	3	7	8	5	7	6
По оси y	10	12	4	2	9	10	5

5. Для обустройства загородного дома Олег Архипович решил проложить дорожки, соединяющие все объекты инфраструктуры: дом (А), баня (Б), гараж (В), домик для гостей (Г), беседка (Д), бассейн (Е), водопад (Ё), теннисный корт (Ж) и футбольное поле (З). Длина предполагаемых дорожек между объектами приведена в таблице.

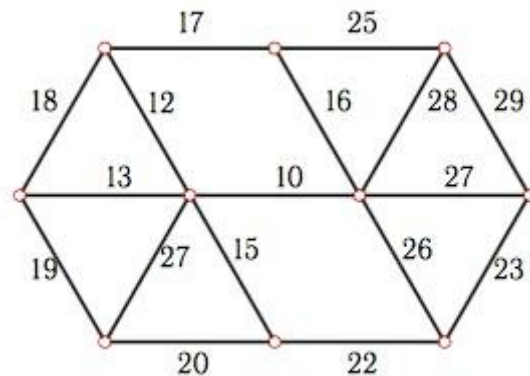
	А	Б	В	Г	Д	Е	Ё	Ж	З
А	0	10	10	80	40	20	100	60	70
Б	10	0	20	100	20	10	90	120	100
В	10	20	0	60	40	60	110	50	60
Г	80	100	60	0	40	40	90	40	60

Д	40	20	40	40	0	40	80	60	80
Е	20	10	60	40	40	0	120	20	30
Ё	100	90	110	90	80	120	0	30	80
Ж	60	120	50	40	60	20	30	0	10
З	70	100	60	60	80	30	80	10	0

Разработайте проект наименьшей стоимости.

Задания для самостоятельной работы

1. Постройте граф наименьшей длины



2. Проводится газификация поселков А, Б, ..., Ж Первоапрельского района Весенней губернии. Расстояние между населенными пунктами (в км) приведено в таблице:

Пункты	А	Б	В	Г	Д	Е	Ё	Ж
А	0	3	6	7	5	7	15	12
Б	3	0	1	6	4	7	13	9
В	6	1	0	6	4	3	9	7
Г	7	6	6	0	8	4	3	6
Д	5	4	4	8	0	2	8	3
Е	7	7	3	4	2	0	5	2
Ё	15	13	9	3	8	5	0	5
Ж	12	9	7	6	3	2	5	0

Постройте конфигурацию газопровода, имеющего наименьшую протяженность.

3. Телефонная компания получила заказ на местную телефонизацию 8 деревень, расположенных в необжитой части Сибири. В каждой деревне построили небольшую АТС, и только на АТС возможно разветвление проводов. Важно, чтобы между любыми двумя деревнями была телефонная связь. Ввиду наличия множества хищных зверей, проживающих в окрестных лесах, и мерзлости грунта, кабель решили прокладывать в воздухе, на уже имеющихся столбах линий электропередач и иных надземных коммуникаций, соединяющих некоторые из деревень. Заданы расстояния между деревнями, которые уже соединены коммуникациями. Найти самое экономичное решение. Критерий: минимальная суммарная длина телефонных проводов. Вычислить стоимость проекта, если стоимость прокладки 1 км телефонной линии равна 9000 руб. Расстояния между деревнями (там, где есть коммуникации) даны в таблице:

	Д1	Д2	Д3	Д4	Д5	Д6	Д7	Д8
Д1	0	15	–	15	19	20	25	12
Д2		0	20	11	–	16	11	–

Д3			0	8	12	3	5	2
Д4				0	7	5	–	9
Д5					0	4	18	7
Д6						0	9	4
Д7							0	–
Д8								0

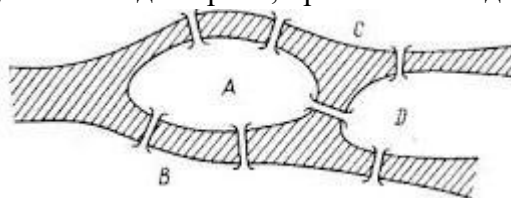
Лабораторное занятие № 3. Задача инспекции дорог.

Теоретические вопросы

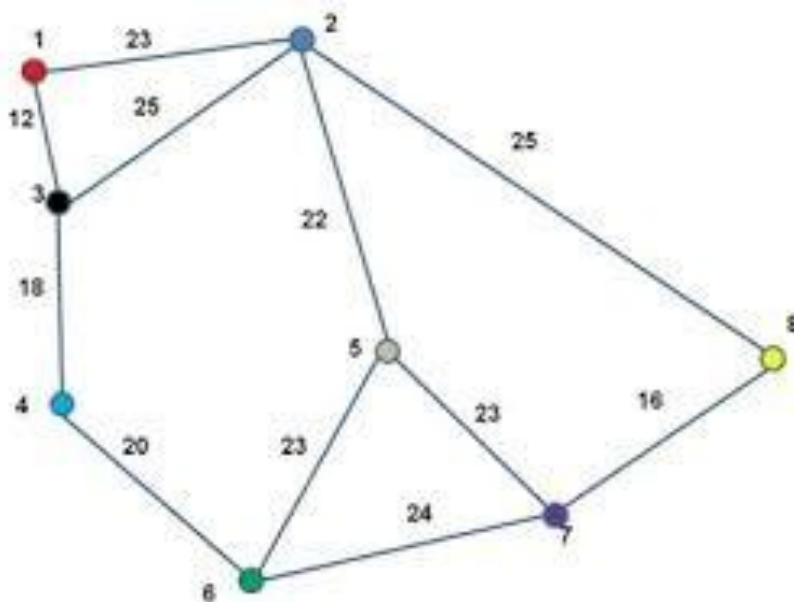
1. Дайте определение степени вершины графа. Приведите примеры.
2. Какой цикл в графе называется эйлеровым?
3. Сформулируйте критерий существования эйлерова цикла.
4. В чем состоит задача китайского почтальона? Сформулируйте алгоритм ее решения.

Задания для аудиторной работы

1. «Задача о кенигсбергских мостах». В городе Кенигсберге было 7 мостов через реку Прегель. Можно ли, прогуливаясь вдоль реки, пройти по каждому мосту ровно один раз?

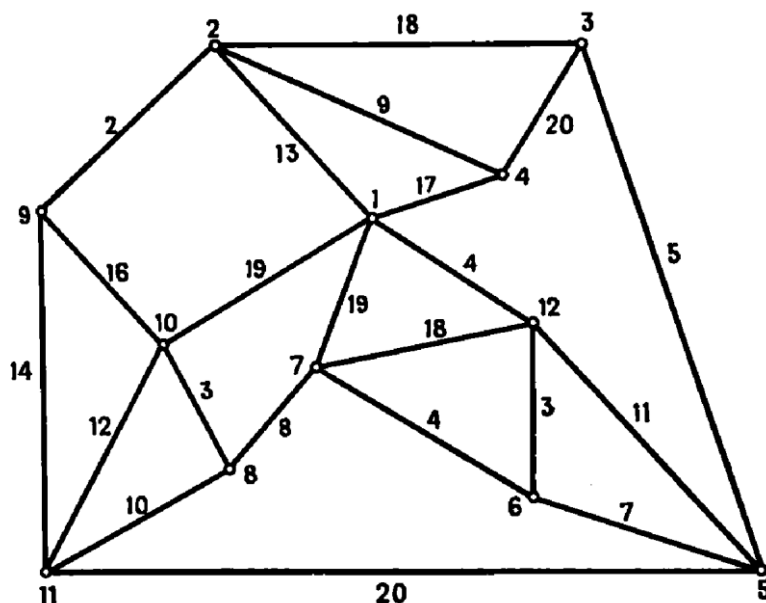


2. Цирк «Царь тайги» проводит рекламную кампанию в городе, используя промоавтомобиль. Схема городских улиц представлена в виде графа. Промоавтомобиль должен объехать все улицы города хотя бы один раз. Определите длину наименьшего пути промоавтомобиля, если цирк находится в вершине №1 графа.



Задания для самостоятельной работы

1. Дана схема дорог микрорайона. Выхав с базы (вершина 1), требуется, затратив наименьшее время, обработать противогололедной смесью все дороги и вернуться обратно. Время проезда по каждой, улице микрорайона представлено на схеме.



Лабораторное занятие №4. Задача коммивояжера.

Теоретические вопросы

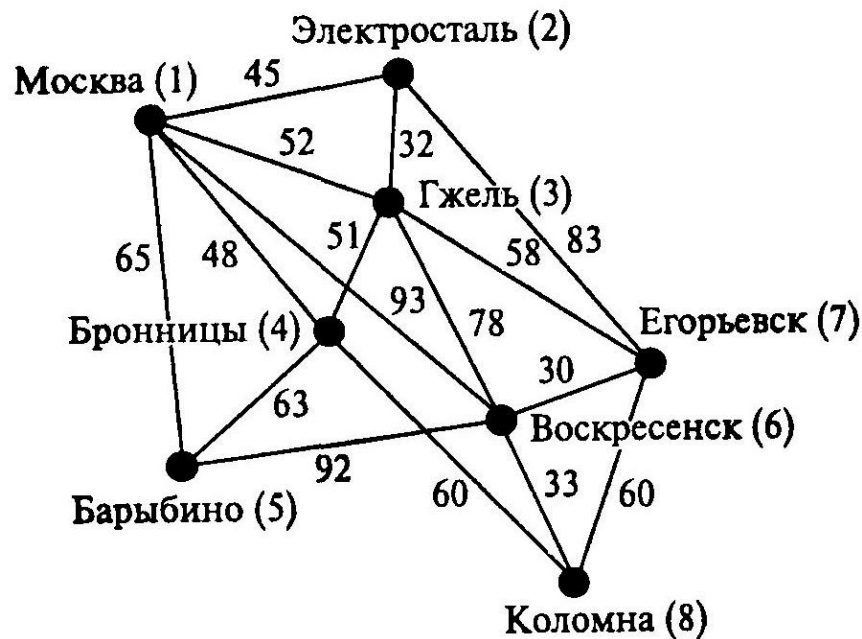
1. Дайте определение полного графа. Приведите примеры.
2. Какой цикл в графе называется гамильтоновым?
3. В чем состоит задача коммивояжера.
4. Сформулируйте деревянный алгоритм решения задачи коммивояжера.
5. Какие еще методы решения задачи коммивояжера Вам известны?
6. Какова модель линейного программирования решения задачи коммивояжера?

Задания для аудиторной работы

1. Почтальон Печкин, выехав из деревни Простоквашино, должен доставить почту еще в четыре деревни данного района, побывав в каждой деревне ровно один раз, и вернуться назад. Определите кольцевой маршрут минимальной продолжительности Печкина, если время движения между деревнями этого района известно и представлено в виде матрицы:

Деревня	П	А	Б	В	Г
П	0	20	50	40	10
А	20	0	70	20	15
Б	50	70	0	30	40
В	40	20	30	0	80
Г	10	15	40	80	0

2. Представитель фирмы с целью инспектирования выезжает из центрального офиса в г. Москва в филиалы, расположенные в городах Московской области (см. схему). Он должен посетить каждый филиал и вернуться обратно в кратчайшие сроки. Определите самый короткий маршрут объезда всех филиалов.



Задания для самостоятельной работы

1. Решите задачу коммивояжера по следующей матрице расстояний:

Пункты	А	Б	В	Г	Д	Е
А	0	20	28	12	39	32
Б	21	0	15	9	17	27
В	30	25	0	45	29	47
Г	7	52	40	0	15	1
Д	50	46	11	5	0	34
Е	11	45	14	21	30	0

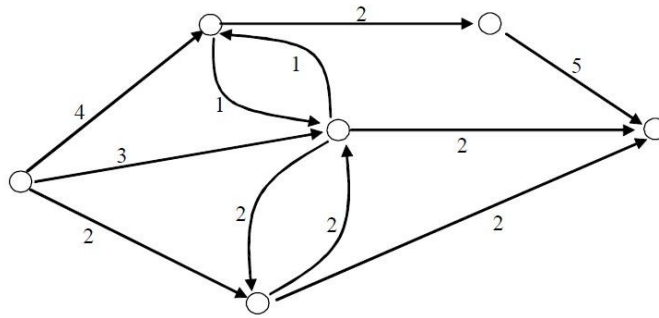
Лабораторное занятие №5. Потоквые модели. Задача о наибольшем потоке

Теоретические вопросы

1. Дайте определение потока физической величины. Приведите примеры.
2. Что такое пропускная способность некоторого объекта?
3. Сформулируйте определение транспортной сети.
4. В чем состоит свойство непрерывности потока в транспортной сети?
5. Какая дуга в сети называется насыщенной? Дайте определение полного потока в транспортной сети.
6. Сформулируйте задачу о максимальном потоке.
7. Сформулируйте алгоритм Форда-Фалкерсона решения задачи о наибольшем потоке?
8. Постройте математическую модель задачи линейного программирования для решения задачи о наибольшем потоке.

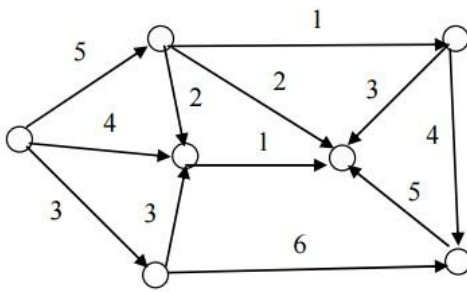
Задания для аудиторной работы

1. Транспортная система городка С представлена на рисунке.

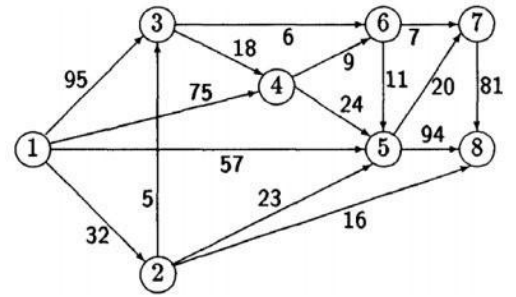


Найдите максимальный поток автомобилей, который способна обслужить данная система, если цифрами обозначена максимальная пропускная способность каждого участка дороги (тыс. машин в день). Дайте рекомендации мэру городка о необходимости расширения транспортной сети.

2. Газотранспортная система некоторого городка представлена на схеме. Найдите распределение объема газа по каждому из трубопроводов, при котором общий объем транспортируемого газа будет наибольшим, если схема имеет вид:



a)

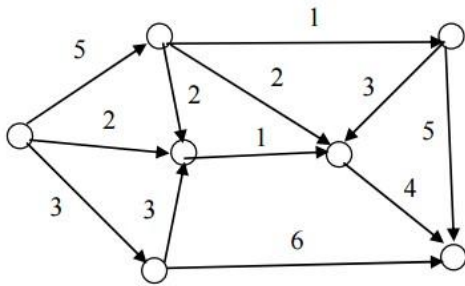


б)

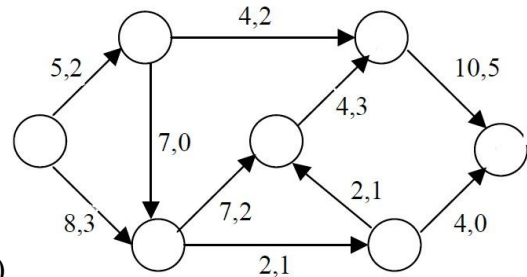
Укажите «узкое место» сети и определите его пропускную способность.

Задания для самостоятельной работы

1. Газотранспортная система некоторого городка представлена на схеме. Найдите распределение объема газа по каждому из трубопроводов, при котором общий объем транспортируемого газа будет наибольшим, если схема имеет вид:

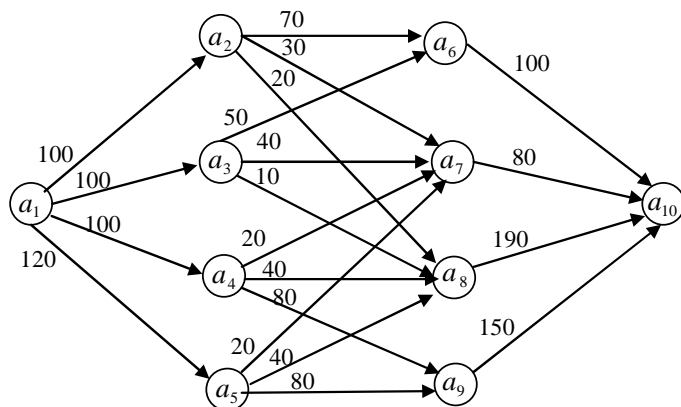


a)



б)

2. Заданы топология и пропускные способности каналов замкнутой информационной сети. Найдите максимальный поток, проходящий по данной сети.



Лабораторное занятие №6. Модели сетевого планирования и управления: построение сетевого графика, диаграмма Ганта, критический путь, временные параметры работ и событий

Теоретические вопросы

1. Сформулируйте определение сетевой модели.
2. Перечислите основные элементы сетевой модели.
3. Укажите основные правила построения сетевого графика. Приведите примеры нарушения этих правил.
4. В чем заключается упорядочение сетевого графика?
5. Сформулируйте алгоритм упорядочения сетевого графика.
6. Дайте определение критического пути. Какие события (работы) называются критическими?
7. Как построить линейную диаграмму проекта?
8. Как определить длину критического пути с помощью линейной диаграммы проекта?
9. Перечислите основные временные параметры событий (работ). Приведите примеры.

Задания для аудиторной работы

1. Департамент Юго-Западного округа Москвы рассматривает возможность реконструкции торгового центра у станции метро «Юго-Западная». После сноса старых палаток проектом предусматривается строительство павильонов с последующей сдачей их в аренду торговым фирмам. Работы, которые необходимо выполнить при реализации проекта, а также взаимосвязь работ и время их выполнения указаны в таблице:

Работа	Содержание работы	Предшествующая работа	Время выполнения в неделях
А	Подготовить архитектурный проект	—	5
В	Определить будущих арендаторов	—	6
С	Подготовить проспект для арендаторов	А	4
Д	Выбрать подрядчика	А	3
Е	Подготовить документы для получения разрешения	А	1
Ф	Получить разрешение на строительство	Е	4
Г	Осуществить строительство	Д, Ф	14
Н	Заклучить контракты с арендаторами	В, С	12
И	Вселить арендаторов в павильоны	Г, Н	2

Постройте сетевой график проекта, выполните его упорядочение. Определите длину критического пути по линейной диаграмме проекта средствами MS Excel. Сколько работ на критическом пути? Определите параметры работ и событий. На сколько можно отложить начало выполнения работы E, чтобы это не повлияло на срок выполнения проекта? На сколько можно отложить начало выполнения работы B, чтобы это не повлияло на срок выполнения проекта?

2. Для съемок нового фильма про Джеймса Бонда кинокомпания заказала автомобильному концерну создание частично функционального прототипа суперавтомобиля агента 007 по эскизам художника картины. Собранный в концерне конструкторская группа наметила следующий перечень необходимых работ, определила, какие работы должны быть закончены к началу каждого этапа и время выполнения каждого этапа.

Работа	Содержание работы	Предшествующая работа	Время выполнения в днях
1	Согласование графика работ	–	2
2	Конструирование прототипа	–	35
3	Заказ и изготовление спецкомплектующих	1, 2	15
4	Изготовление корпуса	1, 2	4
5	Изготовление деталей дверей и корпуса	1, 2	7
6	Изготовление деталей шасси	1, 2	5
7	Изготовление деталей трансмиссии	1, 2	7
8	Изготовление деталей колес	1, 2	8
9	Сборка шасси	6	3
10	Сборка специальных колес	8	4
11	Монтаж колес	9, 10	2
12	Тестирование динамики шасси	11	2
13	Сборка остова корпуса	4	5
14	Сборка дверей	5	4
15	Подгонка дверей к корпусу	13, 14	2
16	Тестирование соответствия шасси и корпуса	12, 15	1
17	Подготовка серийного двигателя для монтажа	1, 2	2
18	Монтаж двигателя	16, 17	4
19	Сборка трансмиссий и рулевого управления	7, 18	4
20	Окраска корпуса	16	1
21	Монтаж электропроводки	20	1
22	Монтаж внутренней обивки	21	2
23	Подготовка к монтажу спецкомплектующих	3	7
24	Установка корпуса и спецкомплектующих	23, 22, 19	4
25	Тестирование работы основных устройств	24	2
26	Монтаж кресел и инструментов управления а/м	25	4

27	Дорожное тестирование автомобиля	26	5
28	Монтаж внешних устройств	26	7
29	Выходные испытания	28,27	5
30	Сдача заказчику, проверка соответствия сценарию фильма	29	4
31	Устранение замечаний	30	7

- 1) Постройте сетевую модель проекта и диаграмму Ганта.
- 2) Определите критический путь и его протяженность.
- 3) Продюсер фильма, ознакомившись с планом работ, потребовал, чтобы автомобиль был готов на 10 дней раньше, чем запланировано сейчас. Помогут ли осуществить это следующие мероприятия: сокращение этапа 2 на 5 дней за счет увеличения конструкторской группы, сокращение этапов 27 и 29 до 2 и 3 дней соответственно.

3. В таблице приведены данные о стадиях работ строительного проекта (продолжительность указана в неделях):

Стадия	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Предш.	–	–	A	A	C	B,C	B,C	D,E,F	B,C	D,E,F	G,H
Продолж.	11	16	4	6	6	8	10	6	20	10	2

Стадия H должна выполняться субподрядчиком. Стоимость работ этой стадии составляет 8000 у.е. Однако подрядчик может начать работы только на 6 недель позже запланированного в проекте «раннего» старта. Каждая неделя отсрочки окончания проекта стоит организаторам 5000 у.е. Рассматриваются три различные альтернативы разрешения данной проблемы:

- 1) ждать, когда субподрядчик сможет приступить к выполнению работы;
- 2) нанять другого субподрядчика, который может приступить к выполнению работ в запланированный по проекту день и выполнить работы по стадии H за 8 недель, но запросить при этом сумму 15000 у.е.;
- 3) использовать для выполнения работ стадии H собственных инженеров и рабочих, которые в данный момент заняты на стадии E; это приведет к удлинению стадии E на 2 недели и ее удорожанию на 5000 у.е., а работы по стадии H при этом могут быть начаты в срок, но будут выполнены за 10 недель и их стоимость составит 9000 у.е. Какую альтернативу Вы бы рекомендовали предпочесть?

Задания для самостоятельной работы

1. Проект пуско-наладки компьютерной сети состоит из восьми работ. Работы, которые необходимо выполнить при реализации проекта, а также взаимосвязь работ и время их выполнения указаны в таблице:

Работа	Предшествующая работа	Время выполнения в неделях
A	–	3
B	–	6
C	A	2
D	B, C	5
E	D	4
F	E	3
G	B, C	9

Н	F, G	3
---	------	---

Постройте сетевой график проекта, выполните его упорядочение. Определите длину критического пути по линейной диаграмме проекта. Сколько работ на критическом пути? Определите основные временные параметры событий и работ и ответьте на следующие вопросы:

- Чему равно наиболее раннее время начала работы С?
- На сколько можно отложить выполнение работы С без отсрочки завершения проекта в целом?
- Чему равно наиболее позднее время окончания работы F?
- На сколько можно отложить выполнение работы F без отсрочки завершения проекта?

2. Постройте сетевую модель планирования поставки товаров оптовым покупателям. Определите: а) критический путь; б) критические работы и события; в) временные параметры событий и работ.

Работа	Содержание работы	Предшествующая работа	Время выполнения в часах
A	Отбор товара	–	4
B	Подготовка к отправке	A	2
C	Выписка накладных	B	2
D	Определение объема отгрузки	C	2
E	Проверка цен	C	2
F	Оформление счета	E	2
G	Заказ автомашин	D, F	1
H	Отправление счета покупателю	D, F	4
I	Проверка товара по счету	G	3
J	Оплата счета	H	8
K	Погрузка товара и проверка количества	I, J	3
L	Перевозка товара	K	5
M	Выгрузка и сверка с документами	L	5

Лабораторное занятие №7. Сравнение различных методов решения задач на графах

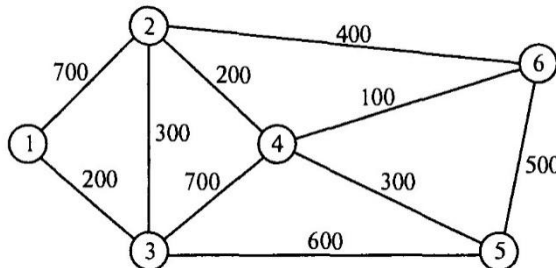
Теоретические вопросы

- В чем состоит задача отыскания кратчайшего пути в графе?
- Сформулируйте алгоритм Дейкстры отыскания кратчайшего пути в графе.
- Каким образом задача о кратчайшем пути в графе сводится к задаче линейного программирования?
- В чем состоит задача коммивояжера?
- Как можно найти точное решение задачи коммивояжера?
- Какова модель линейного программирования решения задачи коммивояжера?
- Сформулируйте задачу о максимальном потоке.
- Сформулируйте алгоритм Форда-Фалкерсона решения задачи о наибольшем потоке?
- Постройте математическую модель задачи линейного программирования для решения задачи о наибольшем потоке.

Задачи и упражнения для аудиторной работы

Представленные задачи решите тремя способами: алгоритмом, методом линейного программирования и с помощью встроенных функций. Сравните быстродействие способов на большом числе тестов (1000, 10000 исполнений).

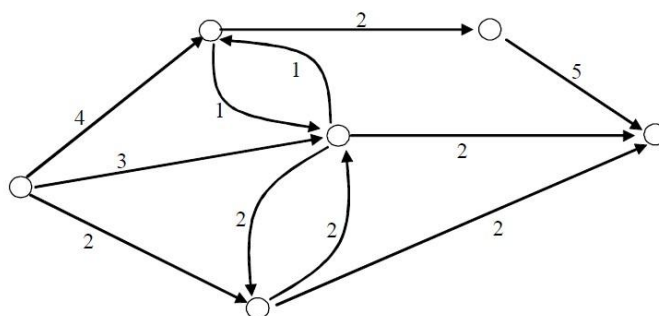
1. Почтовая компания обслуживает шесть удаленных друг от друга районов, которые связаны сетью, представленной на рисунке. Компании необходимо определить наиболее эффективные маршруты пересылки почтовых отправлений между любыми двумя районами.



2. Почтальон Печкин, выехав из деревни Простоквашино, должен доставить почту еще в четыре деревни данного района, побывав в каждой деревне ровно один раз, и вернуться назад. Определите кольцевой маршрут минимальной продолжительности Печкина, если время движения между деревнями этого района известно и представлено в виде матрицы:

Деревня	П	А	Б	В	Г
П	0	20	50	40	10
А	20	0	70	20	15
Б	50	70	0	30	40
В	40	20	30	0	80
Г	10	15	40	80	0

3. Транспортная система городка С представлена на рисунке.



Найдите максимальный поток автомобилей, который способна обслужить данная система, если цифрами обозначена максимальная пропускная способность каждого участка дороги (тыс. машин в день). Дайте рекомендации мэру городка о необходимости расширения транспортной сети.

Задачи и упражнения для самостоятельной работы

Представленные задачи решите тремя способами: алгоритмом, методом линейного программирования и с помощью встроенных функций. Сравните быстродействие способов на большом числе тестов (1000, 10000 исполнений).

1. Пекарня имеет пять точек по реализации своей продукции. Арендуя пять автомобилей, пекарня ежедневно поставляет в каждую точку заказанную продукцию, причем объем продукции всегда соответствует максимальной загрузке автомобиля (таким образом,

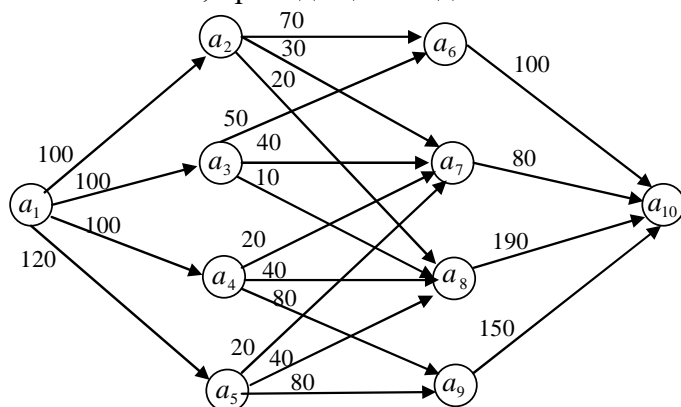
использование одного авто для попутной доставки в несколько точек исключается). Специалист отдела логистики лично проехал между всеми этими объектами и занес в таблицу реальное расстояние между i -й и j -й точками (если между ними есть дорога). Таким образом, была учтена дорожная ситуация. Найдите оптимальный путь от пекарни до каждой из точек.

	№1	№2	№3	№4	№5	Пекарня
№1	0	5	4	12	1	–
№2	5	0	3	10	6	13
№3	4	3	0	6	13	22
№4	1	8	8	0	6	12
№5	4	9	3	8	0	10
Пекарня	–	13	24	14	20	0

2. Решите задачу коммивояжера по следующей матрице расстояний:

Пункты	А	Б	В	Г	Д	Е
А	0	20	28	12	39	32
Б	21	0	15	9	17	27
В	30	25	0	45	29	47
Г	7	52	40	0	15	1
Д	50	46	11	5	0	34
Е	11	45	14	21	30	0

3. Заданы топология и пропускные способности каналов замкнутой информационной сети. Найдите максимальный поток, проходящий по данной сети.



Лабораторное занятие № 8-9. Нелинейное программирование

Теоретические вопросы

1. Сформулируйте определение выпуклого множества. Приведите примеры.
2. Дайте определение выпуклой (вогнутой) функции. Приведите примеры.
3. Сформулируйте задачу нелинейного программирования.
4. В чем состоит задача безусловной оптимизации?
5. Сформулируйте необходимое условие оптимальности в задаче безусловной оптимизации.
6. Сформулируйте достаточное условие оптимальности в задаче безусловной оптимизации. Приведите примеры.
7. Как записать функцию Лагранжа для задачи нелинейного программирования?

8. В чем состоит метод Лагранжа решения задачи нелинейного программирования?
9. Сформулируйте теорему Куна-Таккера.
10. Каков алгоритм графического способа решения задачи нелинейного программирования?

Задания для аудиторной работы

1. Найдите решение задачи нелинейного программирования

$$x_1^2 + x_2^2 = 1,$$

$$z = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

графически и методом Лагранжа.

2. Автосалон реализует автомобили оптом и в розницу. При розничной продаже x автомобилей издержки автосалона равны $4x+x^2$ у.е. При оптовой реализации y автомобилей расходы составляют y^2 у.е. Найдите оптимальный план продажи автомобилей, минимизирующий суммарные расходы, если общее число автомобилей, имеющихся в автосалоне, равно 200.
3. Предприятие располагает ресурсами двух видов сырья и рабочей силы, необходимыми для производства двух видов продукции. Затраты ресурсов на изготовление одной тонны каждого продукта, прибыль, получаемая предприятием от реализации тонны продукта, а также запасы ресурсов указаны в следующей таблице:

Ресурс	Расход ресурса		Запас ресурса
	на продукт 1	на продукт 2	
Сырье 1, т	3	5	120
Сырье 2, т	6	4	150
Трудозатраты, ч	14	12	400
Прибыль единицы продукта, тыс.руб./т	72	103	

Стоимость одной тонны вида сырья 1 определяется по формуле $(9 - 0,02r_1)$, а сырья 2 — по формуле $(5 - 0,01r_2)$, где r_1, r_2 — затраты сырья на производство продукции. Ответьте на следующие вопросы

- 1) Сколько продукта 1 и продукта 2 следует производить для того, чтобы обеспечить максимальную прибыль?
 - 2) Какова максимальная прибыль?
 - 3) На какую величину возрастет максимальная прибыль, если запасы сырья 2 увеличатся на 10 тонн?
 - 4) На какую величину возрастет максимальная прибыль, если допустимый объем трудозатрат увеличится с 400 ч до 500 ч.
4. На молочном комбинате помимо других продуктов производится также сырковая масса трех наименований: «Изюминка», «Ваниль» и «Орешек» жирности соответственно 6%, 5% и 3%. В качестве основных исходных продуктов используются творог жирности 8%, 7%, 2%, объемы суточных поставок которого составляют по 200 кг каждого вида, и сахар, имеющийся в количестве 70 кг в сутки. По технологии для получения 1 кг сырковой массы «Изюминка» требуется сахара 30 г, для «Ваниль» — 40 г и для «Орешек» — 60 г. Цена сырковой массы «Изюминка» равна 36 руб./ кг, «Ваниль» 35 руб./ кг и «Орешек» 33 руб./ кг. Закупочная цена творога 8%-й жирности определяется зависимостью $(29 - 0,003x)$ руб./кг, где x — объем закупки (кг). Аналогичные зависимости для творога 7%-й жирности $(27 - 0,008x)$ руб./кг и для творога 2%-й жирности $(26 - 0,005x)$ руб./кг. Минимальный выпуск сырковой массы: «Изюминка» — 100 кг, «Ваниль» — 50 кг, «Орешек» — 50 кг. Постройте производственную программу, максимизирующую общую суточную прибыль. Ответьте на следующие вопросы
 - 1) Какова максимальная прибыль?
 - 2) Каков оптимальный объем производства сырковой массы «Орешек», «Ваниль» и «Изюминка»?

- 3) Каковы размеры оптимальных затрат?
- 4) На сколько рублей изменится прибыль, если ресурс творага жирности 8% уменьшится на 3%?

Задания для самостоятельной работы

1. Найдите решение задачи нелинейного программирования

а) $z = 3x_1 + x_2,$

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \leq 40, \\ x_1^2 + x_2^2 \geq 4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$$

б) $z = x^2 + y^2 - 2x - 10y + 26,$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \geq -4, \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 20, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

графически и методом Лагранжа.

2. На двух предприятиях отрасли необходимо изготовить 200 изделий некоторой продукции. Затраты, связанные с производством x_1 изделий на первом предприятии равны $4x_1^2$ ден.ед., а затраты, обусловленные изготовлением x_2 изделий на втором предприятии, составляют $20x_2 + 6x_2^2$ ден.ед. Определите, сколько изделий на каждом из предприятий следует произвести, чтобы общие затраты, обусловленные изготовлением необходимой продукции, были минимальными.

Лабораторное занятие № 10. *Приближенные методы решения задач нелинейного программирования*

Теоретические вопросы

1. Сформулируйте определение выпуклого множества. Приведите примеры.
2. Дайте определение выпуклой (вогнутой) функции. Приведите примеры.
3. Сформулируйте задачу нелинейного программирования.
4. Какие функции называются сепарабельными?
5. В чем заключается идея метода кусочно-линейной аппроксимации решения задачи нелинейного программирования?
6. В чем заключается идея метода спуска решения задачи нелинейного программирования?

Задания для аудиторной работы

1. Найдите решение задачи нелинейного программирования методом кусочно-линейной аппроксимации

а) $z = (x_1 - 5)^2 + 2(x_2 - 6)^2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ 3x_1 + x_2 \leq 15, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$$

б) $z = x_2 - x_1^2 + 6x_1 - 9 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ x_1 + 2x_2 \leq 15, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 24, \\ x_2 \leq 4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

2. Методом Франка—Вулфа решить задачу нелинейного программирования (в качестве начальной точки взять $(0; 0; 0)$):

$$z = 6x_2 + 6x_3 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 6, \\ x_3 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

3. Методом Эрроу—Гурвица решить задачу нелинейного программирования:

$$\begin{cases} z = -x_1^2 - x_2^2 \rightarrow \max, \\ (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 5)^2 \leq 8, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Задания для самостоятельной работы

1. Найдите решение задачи нелинейного программирования методом кусочно-линейной аппроксимации

$$z = x_2 - x_1^2 \rightarrow \max ,$$
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2^2 \leq 3, \\ x_1 \leq 2/3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

2. Методом Франка—Вулфа решить задачу нелинейного программирования (в качестве начальной точки взять (2; 2)):

$$z = 2x_1 + 4x_2 - x_1^2 - 2x_2^2 \rightarrow \max ,$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ 2x_1 - x_2 \leq 12, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

3. Методом Эрроу—Гурвица решить задачу нелинейного программирования:

$$z = 4x_1 + 10x_2 - x_1^2 - x_2^2 \rightarrow \max,$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4, \\ x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Лабораторное занятие № 11. Модели Марковица

Теоретические вопросы

1. Сформулируйте задачу об инвестиционном портфеле.
2. Какие модели задач об инвестиционном портфеле Вам известны?
3. Что называется матрицей ковариаций?
4. В чем состоит метод парных сравнений? Приведите примеры.

Задания для аудиторной работы

1. По открытым данным сформируйте набор активов и значения их стоимостей за последние 3 месяца. Постройте одну из моделей Марковица оптимального портфеля ценных бумаг, используя в качестве критерия оптимизации доходность портфеля.

Задания для самостоятельной работы

1. По данным задачи аудиторной работы постройте одну из моделей Марковица оптимального портфеля ценных бумаг, используя в качестве критерия оптимизации риск портфеля.

Лабораторное занятие № 12. Динамическое программирование

Теоретические вопросы

1. При решении каких задач используется метод динамического программирования?
2. Приведите примеры многошаговых задач.
3. Сформулируйте принцип оптимальности и запишите уравнение Беллмана.
4. Сформулируйте алгоритм нахождения оптимального решения задачи динамического программирования.

Задания для аудиторной работы

1. Решите задачу распределения инвестиций между предприятиями.

Имеется производственная фирма, в состав которой входят 3 предприятия. Руководство фирмы принимает решение о выделении 50 млн руб. для осуществления инновационных мероприятий на всех предприятиях фирмы в течение года. Функции дохода f заданы для каждого объема инвестиций x в табличной форме.

Объем инвестиций x (млн руб.)	Прирост дохода		
	f_1	f_2	f_3
0	0	0	0
10	3	6	4
20	5	8	5
30	9	9	11
40	11	15	12
50	17	19	18

2. Требуется перевезти груз из города А в город Б. Сеть дорог, связывающих эти города, задана таблицей, в которой строки и столбцы соответствуют городам, а заполненные клетки – наличию дорог и стоимости перевозки груза.

	А	2	3	4	5	6	7	8	9	Б
А		4	11	3						
2					3	4				
3					1	6				
4					4	6	4			
5								9	8	
6									5	
7								1	12	
8										5
9										3
Б										

Найдите маршрут, связывающий города А и Б, для которого суммарные затраты на перевозку груза были бы наименьшими.

Задания для самостоятельной работы

1. На предприятии установлено новое оборудование. В таблице приведены зависимости производительности предприятия и затрат на обслуживание оборудования от возраста этого оборудования.

	Возраст оборудования					
	0	1	2	3	4	5
Производительность (у.е.)	80	75	65	60	60	55
Затраты на обслуживание (у.е.)	20	25	30	35	45	55

Замена текущего оборудования на новое стоит предприятию 40 у.е., старое оборудование при этом списывается. Найдите оптимальный план замены оборудования в течение 5 лет,

чтобы общая прибыль предприятия за этот период была максимальной.

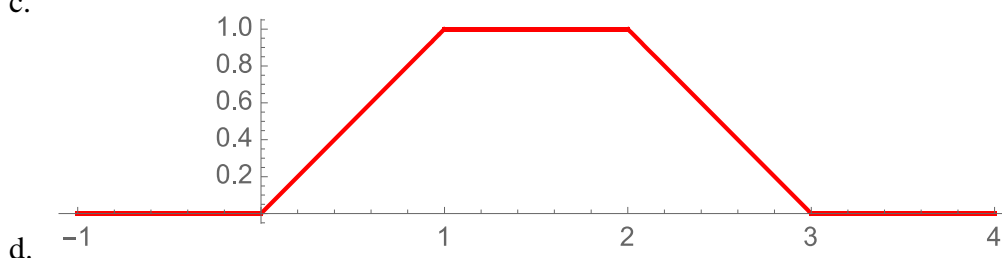
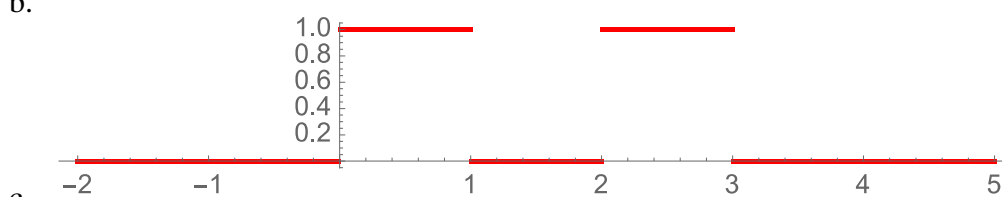
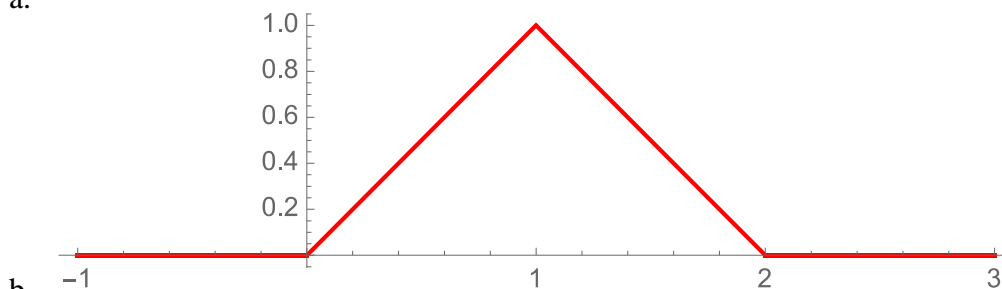
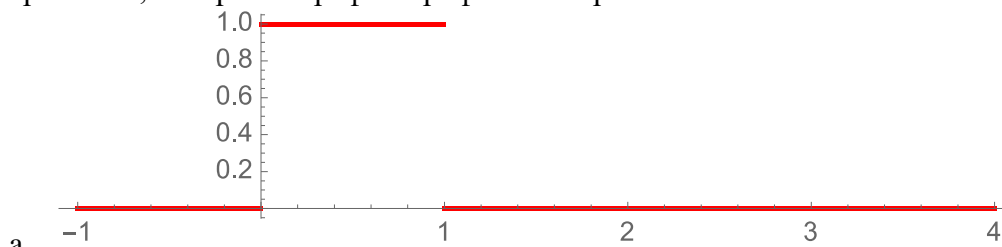
Лабораторное занятие № 13-14. Преобразование Лапласа

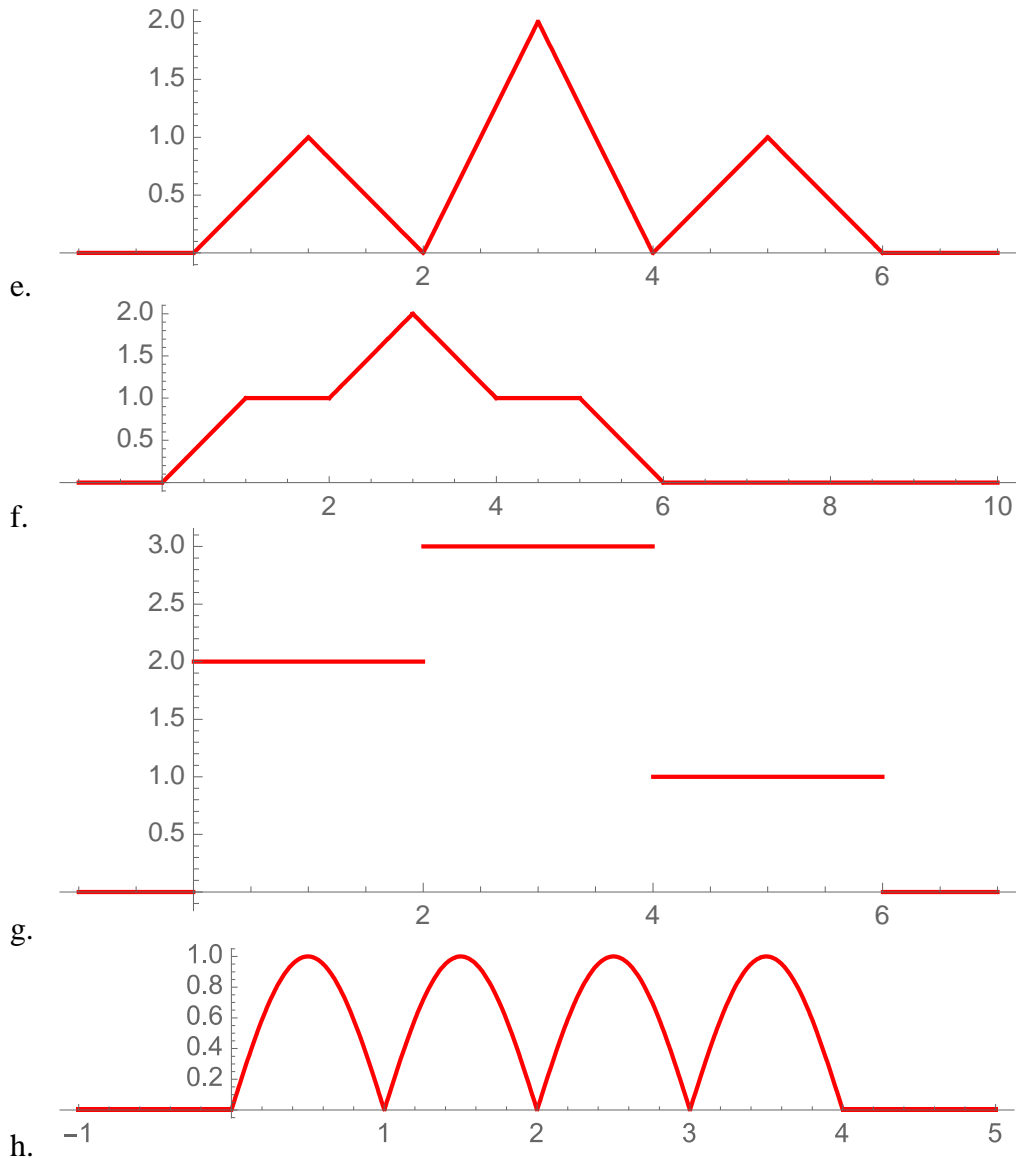
Теоретические вопросы

1. Сформулируйте определение оригинала. Приведите примеры.
2. Сформулируйте определение изображения. Приведите примеры.
3. Сформулируйте теорему существования и теорему единственности изображения.
4. Сформулируйте достаточное условие оптимальности в задаче безусловной оптимизации. Приведите примеры.
5. Перечислите основные свойства преобразования Лапласа.
6. Как с помощью преобразования Лапласа решение дифференциальных уравнений и их систем сводится к алгебраическим уравнениям и их системам?

Задания для аудиторной работы

1. Задайте аналитически функции, графики которых изображены ниже. Найдите их изображения, постройте график профиля изображения.





2. Решить дифференциальные уравнения операторным и аналитическим методом, построить графики решений, сравнить результаты:
- $y' + 2y = t(\theta(t) - \theta(t - 2)); y(0) = 1.$
 - $y''(t) - 4y'(t) + 3y = t^2 \sin^2 t; y'(0) = 0, y(0) = 1.$
3. Решить системы дифференциальных уравнений операторным и аналитическим методом, построить графики решений, сравнить результаты:
- $$\begin{cases} x_1'(t) = x_1(t) + 2x_2(t) + e^{-2t}, \\ x_2'(t) = 4x_1(t) - x_2(t), \end{cases}$$

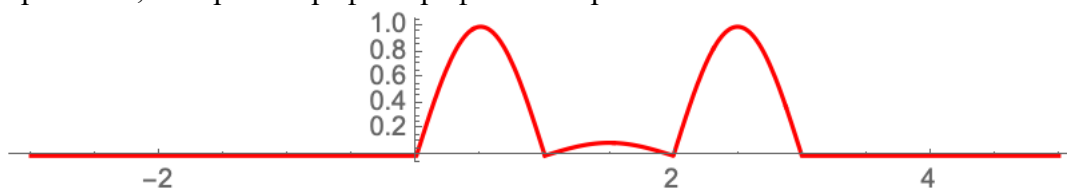
$$x_1(0) = 2, x_2(0) = 1.$$
 - $$\begin{cases} y_1'(t) = y_2(t) - y_3(t) + \theta(t) - \theta(t - 1), \\ y_2'(t) = y_1(t) + y_2(t), \\ y_3'(t) = y_1(t) + y_3(t), \end{cases}$$

$$y_1(0) = 1, y_2(0) = 2, y_3(0) = 3.$$
4. Решить уравнение в частных производных операторным и аналитическим методом, построить графики решений, сравнить результаты:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} = x + y; U(x, 0) = U(0, y) = 1.$$

Задания для самостоятельной работы

1. Задайте аналитически функцию, график которой изображены ниже. Найдите изображение, постройте график профиля изображения.



2. Решить дифференциальное уравнение операторным и аналитическим методом, построить графики решений, сравнить результаты

$$x^{(4)}(t) + x'(t) = e^t t, \quad x(0) = 0, x'(0) = 1, x''(0) = 2, x'''(0) = 3.$$

Лабораторное занятие №15. Статистические игры. Принятие решений в условиях неопределенности и риска

Теоретические вопросы

1. Дайте определение природы.
2. Какие игры называются статистическими?
3. В чем особенность ситуаций принятия решений в условиях неопределенности (риска)?
4. Сформулируйте алгоритмы применения основных критериев принятия решений в условиях неопределенности и риска.

Задания для аудиторной работы

1. Сезонный торговец прохладительными напитками продает напитки в сезон (в августе), а заказать их поставку от оптовика и оплатить заказ он должен уже в марте. Оптовик поставляет прохладительные напитки только малыми (1000 л), средними (2000 л) или крупными (3000 л) партиями.

Торговец закупает напитки в марте по цене 1 ден. ед./л, продает их в августе по цене 1,5 ден. ед./л, а если к концу сезона (к сентябрю) у него остаются нераспроданные напитки, он возвращает их оптовику, но уже по цене 0,7 ден. ед./л. По своему прошлому опыту торговец знает, что объемы продаж прохладительных напитков зависят от состояния погоды в августе. Так, если в августе будет холодно, то объем продаж составит скорей всего 500 л, если прохладно — 900 л, если тепло — 2000 л и если жарко — 2800 л.

Торговцу необходимо принять решение о том, какую партию прохладительных напитков ему следует заказать у оптовика в марте, чтобы получить наибольшую прибыль от их продажи в августе. Определите наилучшее решение торговца, если он пользуется различными критериями принятия решений в условиях неопределенности. Каким будет наилучшее решение торговца прохладительными напитками, если вероятности наступления холодной, прохладной, теплой и жаркой погоды в августе равны 0,1; 0,2; 0,4 и 0,3 соответственно, а торговец использует: а) критерий максимальной ожидаемой прибыли; б) критерий минимального ожидаемого риска; в) критерий Лапласа.

2. Менеджер оптового склада хозяйственных товаров должен решить, сколько газонокосилок заказать для наступающего сезона. Каждая газонокосилка, проданная в сезон, дает 100 д.е. прибыли, а каждая непроданная – приносит убыток в размере 150 д.е. Менеджер может разместить заказ только на целое число сотен косилок и продавать их дилерам собирается по сотням. Вероятности различных значений спроса, которые определяются имеющимися у менеджера статистическими данными, представлены в таблице:

Спрос	100	200	300	400	500	600	700
-------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Вероятности	0,03	0,08	0,17	0,27	0,3	0,11	0,04
-------------	------	------	------	------	-----	------	------

Постройте платежную матрицу. Применяя различные критерии в условиях риска и неопределенности, определите наилучшую величину заказа.

Маркетинговое агентство предлагает провести специальное исследование для уточнения спроса на данный вид товара в наступающем сезоне. Стоимость исследования 8000 д.е. Стоит ли менеджеру воспользоваться услугами агентства?

Решите задачу с использованием средств MS Excel или системы компьютерной математики.

3. Сельскохозяйственное предприятие планирует засеять поле площадью 5000 га двумя различающимися потреблением влаги во время вегетационного периода сортами ржи. Проанализировав погодные условия, выделены 4 состояния погоды (S_1, S_2, S_3, S_4), отличающиеся режимом осадков, и найдены статистические вероятности каждого состояния $q_1 = 0,1, q_2 = 0,2, q_3 = 0,5, q_4 = 0,2$. Средняя урожайность (ц/га) каждого сорта на всем участке для каждого состояния погоды приведены в таблице:

	S_1	S_2	S_3	S_4
Сорт 1	23	29	31	37
Сорт 2	36	33	28	24

Возможны варианты посева:

- 1) сорт 1 посадить на 100% площади;
- 2) сорт 1 посадить на 75% площади, сорт 2 посадить на 25% площади;
- 3) сорт 1 посадить на 50% площади, сорт 2 посадить на 50% площади;
- 4) сорт 1 посадить на 25% площади, сорт 2 посадить на 75% площади; 5) сорт 2 посадить на 100% площади.

Постройте платежную матрицу, матрицу рисков. Определите наилучшую стратегию с помощью критериев принятия решений в условиях риска.

Задания для самостоятельной работы

1. Продавец сувениров должен принять решение, какой объем партии сувениров ему необходимо закупить у оптового поставщика в январе, чтобы продавать их в августе. Он знает, что объемы продаж в августе очень сильно зависят от погоды. Оптовый поставщик поставляет сувениры по цене 20 ден. ед. за одну шт. и только тремя партиями: 300 шт., 850 шт. и 1500 шт. Продавец сувениров продает сувениры по цене 60 ден. ед. за одну шт. Продавец сувениров предполагает, что если в августе будет холодно, то объем продаж сувениров составит 300 шт., если прохладно — то 900 шт., если тепло — то 1200 шт. и если жарко — то 1500 шт.
 - 1) Составьте платежную матрицу продавца сувениров, отражающую сто прибыль и убытки от продажи сувениров.
 - 2) Составьте матрицу рисков.
2. В городе планируется строительство кинотеатра. Имеются проекты на 250, 400, 500 и 600 мест. Затраты на содержание кинотеатра составляют 20000 руб. в день и дополнительно 2000 руб. за каждые сто мест (свыше 300). В день можно дать 6 сеансов, стоимость билета составляет в среднем 80 руб. По оценкам экспертов количество посетителей в день может составить 2000, 2500 или 3000 человек.
 - 1) Определите состояния природы, возможные альтернативы ЛПР.
 - 2) Составьте платежную матрицу, матрицу рисков.
 - 3) Определите наилучшее решение, применяя различные критерии. Решите задачу с использованием средств MS Excel.

Теоретические вопросы

1. Что называется деревом решений? Приведите пример.
2. Какие виды деревьев решений Вам известны? Приведите примеры.
3. Какие виды узлов (ветвей) дерева решений Вам известны? Приведите примеры.
4. В чем отличие многоуровневого дерева решений от одноуровневого?
5. В чем состоит метод сворачивания дерева решений?

Задания для аудиторной работы

1. Владелец частной стоматологической клиники «Счастливая улыбка» решает вопрос об открытии детского отделения. Если рождаемость в городке будет продолжать расти, то большое отделение могло бы принести прибыль в 150 тыс.д.е. Если будет открыто небольшое отделение, то оно ежегодно может приносить прибыль в 60 тыс.д.е. при условии, что рождаемость будет увеличиваться. Если рождаемость в городке не будет увеличиваться, то открытие большого детского отделения принесет клинике убыток в 85 тыс.д.е., открытие небольшого отделения – в 45 тыс.д.е. К сожалению, у владельца клиники нет информации о том, как будет изменяться рождаемость в городке. Постройте дерево решений.

- 1) Определите наилучшее решение, пользуясь методом обратного пересчета, если вероятность роста рождаемости составит 0,3. Чему равно значение максимальной ожидаемой прибыли для наилучшей альтернативы?
- 2) Определите наилучшее решение, пользуясь критерием Лапласа. Чему равно значение максимальной ожидаемой прибыли для наилучшей альтернативы?

2. Некоторый фонд только что вступил во владение стоянкой для яхт. Стоянка была заложена и не выкуплена в связи с банкротством хозяина. Причина банкротства в том, что владельцы яхт перестали арендовать места на этой стоянке из-за отсутствия хороших волнорезов и надежной защиты от штормов. Новый владелец рассматривает различные варианты реализации стоянки для яхт.

Если стоянку немедленно продать, то прибыль составит 400 тыс.дол.

Если новый владелец перестроит доки и построит волнорезы, то стоимость работ составит 200 тыс.дол. Однако при этом по оценкам экспертов с вероятностью 0,9 будет обеспечена надежная защита яхт, что позволит продать собственность за 800 тыс.дол. В случае ненадежной защиты стоимость стоянки упадет до 300 тыс.дол.

Если же после перестройке доков и постройки новых волнорезов надежная защита будет обеспечена, то стоянку можно продать не сразу, а использовать ее для яхт сотрудников в течение 5 лет (издержки на содержание составят 300 тыс.дол.), и затем продать. При этом если спрос на доки для яхт будет высоким (экспертная оценка вероятности – 0,1), дисконтированная цена собственности составит 1300 тыс.дол., если спрос будет средним (с вероятностью – 0,5), то дисконтированная цена составит 1100 тыс.дол, если же спрос низкий, то цена составит 900 тыс.дол.

Постройте дерево решений. Определите наилучшее решение фонда методом обратного пересчета.

3. Павел Спицын провел анализ, связанный с открытием магазина велосипедов. Если он откроет большой магазин, то при благоприятном рынке получит 60 тыс. долл., при неблагоприятном рынке понесет убытки 40 тыс. долл. Маленький магазин принесет ему 30 тыс. долл., прибыли при благоприятном рынке и 10 тыс. долл., убытков — при неблагоприятном. Возможность благоприятного и неблагоприятного рынка он оценивает одинаково. Исследование рынка обойдется Спицыну в 5 тыс. долл. Профессор, которому Павел может заказать обследование рынка, считает, что с вероятностью 0,6 рынок окажется благоприятным. В случае, если профессор даст прогноз о том, что рынок будет благоприятным, рынок фактически окажется благоприятным с вероятностью 0,9. Если прогноз покажет, что рынок будет неблагоприятным, то рынок фактически окажется благоприятным с вероятностью 0,12. Помогите Павлу принять правильное решение.

- 1) Следует ли заказать проведение обследования рынка?
- 2) Следует ли открыть большой магазин?
- 3) Какова ожидаемая стоимостная ценность наилучшего решения?

Задания для самостоятельной работы

1. Продавец газет покупает у поставщика газеты сегодня, чтобы продать их завтра. Он закупает газеты по 30 ден. ед. за пачку, а продает по 50 ден. ед. Ему необходимо принять решение о том, сколько пачек газет ему следует закупить у поставщика сегодня, чтобы продать их завтра.

Объем продаж газет зависит от спроса на них, который продавец оценивает как отсутствие спроса, низкий спрос, средний спрос и высокий спрос. При отсутствии спроса на газеты он не продаст ни одной пачки, при низком спросе он продаст 1 пачку газет, при среднем — 2 пачки, при высоком — 3 пачки газет.

- 1) Составьте платежную матрицу продавца газет, отражающую его прибыль и убытки от продажи газет.
- 2) Составьте матрицу рисков.
- 3) Каким будет оптимальное решение продавца газет, т. е. сколько пачек газет (1,2 или 3) ему следует закупить у поставщика, если спрос на газеты на завтра ему неизвестен и он использует для принятия решения: а) критерий Лапласа, б) максиминный критерий Вальда, в) максимаксный критерий, г) критерий минимаксного риска Сэвиджа?
- 4) Каким будет оптимальное решение продавца газет при известных вероятностях спроса на газеты на завтра: отсутствие спроса 0,1, низкий спрос 0,3, средний, спрос 0,4 и высокий спрос 0,2, если продавец использует критерий минимального ожидаемого риска?
- 5) Постройте дерево решений и определите оптимальное решение методом сворачивания дерева.

2. Производитель изготавливает и продает некоторое изделие А в полных лотах по 50 единиц каждый. Эти изделия имеют очень ограниченный срок годности; поэтому если они сделаны, но не проданы, то их приходится выбрасывать. Если же спрос превышает запланированную партию, то недостающий товар обязательно необходимо произвести в сверхурочное время.

Стоимость единицы изделия при нормальном производственном цикле равна 5\$. Стоимость дополнительного производства равна 7\$ за единицу. Все изделия продаются по цене 10\$ за единицу, независимо от стоимости производства.

Исторически спрос составлял 50, 100 либо 150 единиц в неделю, так что компания делает один, два или три лота.

а) Постройте дерево решений, если известно, что вероятность спроса в 50 единиц в неделю равна 0,4, вероятность спроса в 100 единиц – 0,5, и вероятность спроса в 150 единиц – 0,1. Пользуясь методом обратного пересчета, определите по дереву решений наилучший размер партии.

б) Для постоянной переоценки спроса на следующую неделю может быть нанят специалист по маркетингу. Его заработок составит 100\$ в неделю. Используя оценку совершенной информации, определите, стоит ли его нанимать.

в) Ответьте на вопросы пунктов а), б), учитывая теперь, что непроданные изделия приходится утилизировать, что обходится в 1\$ за единицу.

3. Известно, что отдел исследований и развития маленькой парфюмерной компании проводит исследования по средству, улучшающему здоровье волос. Президент компании должен дать рекомендации инвесторам. Он обладает тремя стратегиями.

Стратегия А: продать новшество большой медицинской компании, что принесет 10 млн.руб.

Стратегия В: провести полное тестирование и затем принимать решение. При этом будет упущено время и, по имеющимся данным, конкуренты также выйдут на рынок с товаром-заменителем. Программа тестирования при любых условиях будет стоить 5 млн.руб. При этом по оценке экспертов имеется шанс 65%, что высокая предварительная оценка средства будет подтверждена, и фирма сможет получить 30 млн.руб. дохода. Маркетинговые затраты составят 4 млн.руб. Если же средство получит среднюю оценку, то фирма сможет получить доход в размере только 8 млн.руб., маркетинговые затраты при этом составят 1,5 млн.руб. В случае, если ожидаемый эффект не подтвердится (вероятность 15%), средство не будет выпущено на рынок.

Стратегия С: провести финансирование агрессивной маркетинговой программы и тестирование одновременно в надежде, что тестирование нового средства даст высокую или среднюю оценку. При этом, при тех же шансах на успех, из-за временного отсутствия конкурента по этой позиции: в первом случае будет получено 60 млн.руб., а во втором случае – 18 млн.руб. Однако, если тестирование не подтвердит эффективности нового средства и оно не выйдет на рынок (третий случай). Убытки, связанные с ударом по имиджу компании, оцениваются в 80 млн.руб. Маркетинговые затраты независимо от результата тестирования составят 4 млн.руб.

Постройте дерево решения и определите наилучшую стратегию. Чему равна максимальная стоимостная оценка наилучшей стратегии?

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

1. Нормы оценивания каждой лабораторной работы:

№п/п	Структурная часть работы	Количество баллов (*)
1	Ответ на теоретические вопросы по теме лабораторной работы	1 балл
2	Демонстрация выполнения конкретного задания, предложенного для самостоятельного решения к лабораторной работе	2 балла

(*) с возможностью градации до 0,25 балла.

- Шкала оценивания. Оценка «зачтено» за лабораторную работу выставляется, если набрано не менее 2 баллов, в противном случае за работу выставляется «не зачтено».
- Текущая аттестация включает в себя контрольную работу

Контрольная работа (типовой вариант)

Предприятие производит два вида паркета из дуба, которые отличаются друг от друга толщиной и формой деталей. Ресурсами для производства служат пропитка и дубовая доска, их имеющиеся запасы равны 150 кг и 20 м³ соответственно. Для производства 1 м² паркета вида 1 требуется 0,01 м³ досок и 0,05 кг пропитки. Для производства 1 м² паркета вида 2 требуется 0,02 м³ досок и 0,15 кг пропитки.

Затраты на 1 м³ дубовой доски равны $(1000 - 3r_1)$ руб., где r_1 – объём дубовых досок, использованных при производстве. Затраты на 1 кг пропитки равны $(500 - 0,5r_2)$ руб., где r_2 – количество пропитки, использованной при производстве.

Цены на паркет каждого вида взаимосвязаны и равны: на паркет вида 1 – $100 - 0,04x_1 - 0,01x_2$ руб/м²; на паркет вида 2 – $210 - 0,008x_1 - 0,03x_2$, где x_1, x_2 – объёмы производства паркета соответственно вида 1 и вида 2.

Определите оптимальную суточную схему производства предприятия, чтобы его прибыль была наибольшей.

6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация включает экзамен и курсовую работу.

Вопросы к экзамену

1. Основные понятия и принципы математического моделирования.
2. Задача о кратчайшем пути в графе.
3. Задача построения графа наименьшей длины.
4. Понятие потоковой модели. Задача о наибольшем потоке.
5. Задача китайского почтальона.
6. Задача коммивояжера.
7. Сетевые модели.
8. Сетевой анализ проектов. Метод критического пути (CPM).
9. Сетевой анализ проектов. Метод оценки и обзора программы (PERT).
10. Диаграмма Ганта.
11. Нелинейное программирование. Постановка задачи нелинейного программирования.
12. Графический способ решения задачи нелинейного программирования.
13. Задачи выпуклого программирования. Теорема Куна–Такера.
14. Метод кусочно-линейной аппроксимации решения задач нелинейного программирования.
15. Метод градиентного спуска решения задач нелинейного программирования.
16. Задача об инвестиционном портфеле. Модели Марковица.
17. Задача об инвестиционном портфеле. Модели Тобина.
18. Динамическое программирование. Общая постановка задачи динамического программирования.
19. Принцип оптимальности и уравнения Беллмана.
20. Алгоритм Беллмана–Форда.
21. Преобразование Лапласа и его свойства.
22. Применение преобразования Лапласа к решению линейных дифференциальных уравнений и их систем.
23. Линейные разностные уравнения. Построение общего решения.
24. Игры с природой. Принятие решений в условиях неопределенности.
25. Игры с природой. Принятие решений в условиях риска.
26. Дерево решений.

Экзамен состоит из двух частей: тест из 15 вопросов и практическая задача.

Образец тестовых вопросов

1. В любом неориентированном графе число вершин в нечётной степени
 - a. произвольно.
 - b. всегда нечётно.
 - c. всегда чётно.
2. Укажите все требования, которым должна удовлетворять задача нелинейного программирования, чтобы её можно было решить методом множителей Лагранжа.
 - a. Система ограничений содержит равенства
 - b. Частные производные второго порядка целевой функции и функций системы ограничений непрерывны
 - c. Целевая функция и функции системы ограничений дифференцируемы
 - d. Переменные задачи неотрицательны
 - e. Система ограничений содержит неравенства
 - f. Частные производные целевой функции и функций системы ограничений непрерывны
3. В чем состоит преимущество операционного метода решений линейных дифференциальных уравнений и их систем в сравнении с аналитическим методом?
 - a. Операционный метод решения приводит к вычислению более простых интегралов
 - b. Операционный метод упрощает решение дифференциальных уравнений высших порядков при произвольной правой части
 - c. Операционный метод позволяет сводить дифференциальные уравнения к алгебраическим

d. Операционный метод позволяет свести нелинейное дифференциальное уравнение к линейному

Образец практического задания на экзамене

Решить задачу нелинейного программирования методом множителей Лагранжа

$$f = 3x_1^2 + 2x_1 + 2x_2^2 + 4x_2x_3 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} x_1^2 + 2x_2^2 = 19, \\ x_1 + 2x_2x_3 = 11. \end{cases}$$

Критерии оценивания ответа на экзамене

1. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть	Количество баллов
1	Тест	Сумма баллов / 3
2	Задача	5 баллов (*)

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

Итоговая оценка равна среднему между оценкой за тест и решение задачи.

2. Шкала оценивания:

№ п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

Требования к курсовой работе

Курсовая работа выполняется студентом в соответствии с Положением о курсовой работе (Утверждено приказом ректора от 05.05.2016 г. № 01-43).

Примерные темы курсовых работ

1. Однофакторный анализ
2. Устойчивые вероятностные законы
3. Геометрические приложения в дифференциальных уравнениях
4. Приложения преобразования Фурье

Критерии оценивания курсовой работы

№ п/п	Критерии оценки	Количество баллов
1	Соответствие содержания курсовой работы утвержденной теме	5
2	Достижение поставленных целей и задач; соответствие методики и методов предмету изучения	5
3	Новизна и самостоятельность выводов	5
4	Степень самостоятельности выполнения работы	5
5	Оформление	5

Итоговая оценка есть средняя оценка по всем критериям.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

7.1. Основная литература

1. Исследование операций в экономике: учебник для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 414 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12800-0. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/468404>.

2. Зенков, А. В. Методы оптимальных решений: учебное пособие для вузов / А. В. Зенков. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 201 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05377-7. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/473421>.
3. Королев, А. В. Экономико-математические методы и моделирование: учебник и практикум для вузов / А. В. Королев. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 280 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00883-8. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/470088>.
4. Попов, А. М. Экономико-математические методы и модели: учебник для вузов / А. М. Попов, В. Н. Сотников; под общей редакцией А. М. Попова. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 345 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14867-1. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/484234>.
5. Зализняк, В. Е. Введение в математическое моделирование: учебное пособие для вузов / В. Е. Зализняк, О. А. Золотов. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 133 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12249-7. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/476288>.
6. Рейзлин, В. И. Математическое моделирование: учебное пособие для вузов / В. И. Рейзлин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 126 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08475-7. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/470195>.

7.2. Дополнительная литература

1. Гусева Е.Н. Экономико-математическое моделирование: [Электронный ресурс] учебное пособие / Е.Н. Гусева. — М.: Издательство "ФЛИНТА", 2016.
2. Кузнецов А.В. Высшая математика: Математическое программирование / А.В. Кузнецов, В.А. Сакович, Н.И. Холод. — Мн.: Высш. шк., 1994.
3. Уразаева Л.Ю. Математические модели и их приложения в экономике: [Электронный ресурс] учебное пособие / Л.Ю. Уразаева. — Издательство "ФЛИНТА", 2017.

7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Национальный открытый университет «Интуит». URL: <http://www.intuit.ru>
2. Система дистанционного обучения СмолГУ <https://cdo.smolgu.ru>
3. Национальная платформа открытого образования <https://openedu.ru>

8. Материально-техническое обеспечение

Для проведения занятий лекционного типа имеется аудитория с проектором и ноутбуком (нестационарными) – ауд. 409, для проведения занятий семинарского типа – ауд. 226, оснащённая ПК с выходом в Интернет, проектором и интерактивной доской; для самостоятельной работы – ауд. 235, оснащённая ПК с выходом в Интернет.

9. Программное обеспечение

PTC Mathcad 15.0 (Лицензия 449732)

Система дистанционного обучения СмолГУ. URL: <http://www.cdo.smolgu.ru>. (СДО Русский Moodle 3KL Norm с техническим обслуживанием, Акт на передачу прав №УТДЮ0001785 от 06.12.2016)

Microsoft Open License, лицензия 49463448 в составе:

1. Microsoft Windows Professional 7 Russian.
2. Microsoft Office 2010 Russian.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0
Владелец: Артеменков Михаил Николаевич
Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022