

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»

Кафедра математического анализа

«Утверждаю»
Проректор по учебно-
методической работе
Ю. А. Устименко.
«2» сентября 2020 г.

Рабочая программа дисциплины
Б1.О.34 Числовые и функциональные ряды

Направление подготовки: **01.03.02 Прикладная математика и информатика**
Направленность (профиль): **Математическое и информационное моделирование**

Форма обучения - очная

Курс – 2

Семестр – 4

Всего зачетных единиц – 4, часов – 144

Форма отчетности: экзамен – 4 семестр

Программу разработал

кандидат физико-математических наук, доцент Хартов А. А.

Одобрена на заседании кафедры

«26» августа 2020 г., протокол № 1

Заведующий кафедрой _____ К.М. Расулов

Смоленск
2020

1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Числовые и функциональные ряды» относится к обязательной части Блока 1 дисциплин. Она изучается в 4 семестре и является вспомогательной для изучения таких дисциплин, как «Функциональный анализ», «Комплексный анализ», «Дифференциальные уравнения», «Численные методы», «Уравнения математической физики», «Теория вероятностей и математическая статистика», а также дисциплин профессионального цикла.

Для успешного освоения данной дисциплины необходимы компетенции студентов, сформированные при изучении курса «Математический анализ».

Целью освоения дисциплины является содействие становлению базовой профессиональной компетентности бакалавра прикладной математики и информатики на основе формирования у студентов целостного представления о числовых и функциональных рядах, возможностях их применения к решению задач прикладной математики.

Изучаемая дисциплина призвана обеспечить подготовку бакалавра, способного решать следующие профессиональные задачи:

- исследование математических методов моделирования информационных и имитационных моделей по тематике выполняемых научно-исследовательских прикладных задач или опытно-конструкторских работ;
- исследование и разработка математических моделей, алгоритмов, методов программного обеспечения, инструментальных средств по тематике проводимых научных исследований.

Изучение курса основано на традиционных методах высшей школы, тесной взаимосвязи со смежными курсами, а также на использовании современной учебной, методической литературы, информационных и образовательных технологий.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, базовый аппарат математики, необходимые для осуществления профессиональной деятельности; Уметь: применять знания в области естественнонаучных и математических дисциплин для проведения теоретических и экспериментальных исследований в профессиональной деятельности; Владеть: методами математического анализа и моделирования, навыками в области естественнонаучного и общинженерного знания, позволяющими осуществлять исследования в профессиональной деятельности.
ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	Знать: базовые методы анализа, модификации и применения математических моделей, современные информационные методы в решении прикладных задач; Уметь: применять аппарат математического моделирования для решения прикладных задач; Владеть: навыками работы с инструментальными средствами математического моделирования предметной области, прикладных и информационных процессов.

3. Содержание дисциплины

Числовые ряды. Понятие числового ряда. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический и геометрический ряды. Критерий Коши сходимости числового ряда. Знакоположительные ряды. Признаки сходимости знакоположительных рядов. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Признаки Лейбница, Абеля и Дирихле. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Теорема Дирихле. Теорема Римана. Бесконечные произведения.

Функциональные последовательности и ряды. Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Равномерная сходимость. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей и рядов. Степенные ряды. Разложение некоторых элементарных функций в степенной ряд.

Ряды и интеграл Фурье. Понятие об ортонормированных системах в евклидовых пространствах. Замкнутые и полные ортонормированные системы. Замкнутость тригонометрической системы и следствия из нее. Условия равномерной сходимости и почленного дифференцирования тригонометрического ряда Фурье. Понятие об общем ряде Фурье. Преобразование Фурье. Свойства преобразования Фурье. Понятие об обратном преобразовании Фурье. Интеграл Фурье.

4. Тематический план

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий			
			лекции	практические занятия	лабораторные занятия	самостоятельная работа
1	Числовые ряды	46	14	6	8	18
2	Функциональные последовательности и ряды	46	12	6	6	22
3	Ряды и интеграл Фурье	25	8	4	2	11
	Экзамен	27	-	-	-	27
	Итого	144	34	16	16	51+27

5. Виды образовательной деятельности Занятия лекционного типа

Лекция №1. Числовые ряды. Понятие числового ряда. Необходимый признак сходимости числового ряда.

Лекция №2. Числовые ряды. Гармонический и геометрический ряды. Критерий Коши сходимости числового ряда.

Лекция №3. Числовые ряды. Знакоположительные ряды. Признаки сходимости знакоположительных рядов.

Лекция №5. Числовые ряды. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Признаки Лейбница, Абеля и Дирихле. Свойства абсолютно сходящихся рядов.

Лекция №6,7. Числовые ряды. Теорема Дирихле. Теорема Римана. Бесконечные произведения.

Лекция №8. Функциональные последовательности и ряды. Понятие функциональной последовательности и функционального ряда.

Лекция №9. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость.

Лекция №10. Функциональные последовательности и ряды. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей и рядов.

Лекция №11. Функциональные последовательности и ряды. Степенные ряды.

Лекция №12. Функциональные последовательности и ряды. Разложение некоторых элементарных функций в степенной ряд.

Лекция №13. Ряды и интеграл Фурье. Понятие об ортонормированных системах в евклидовых пространствах. Замкнутые и полные ортонормированные системы.

Лекция №14. Ряды и интеграл Фурье. Замкнутость тригонометрической системы и следствия из нее.

Лекция №15. Ряды и интеграл Фурье. Условия равномерной сходимости и почленного дифференцирования тригонометрического ряда Фурье.

Лекция №16. Ряды и интеграл Фурье. Понятие об общем ряде Фурье. Преобразование Фурье. Свойства преобразования Фурье.

Лекция №17. Ряды и интеграл Фурье. Понятие об обратном преобразовании Фурье. Интеграл Фурье.

Занятия семинарского типа – практические занятия

Задания для практических занятий размещены в соответствующих разделах учебного пособия [7]. Ниже приводятся примеры заданий по данной теме.

Практическое занятие №1. Числовые ряды.

Для каждого из указанных ниже рядов: 1) найдите сумму n первых членов ряда (S_n); 2) докажите его сходимость, пользуясь непосредственно ее определением; 3) найдите его сумму (S).

а) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \dots$; б) $\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} + \dots$;

в) $\frac{5}{6} + \frac{13}{36} + \dots + \frac{3^n + 2^n}{6^n} + \dots$; г) $\arctg \frac{1}{2} + \arctg \frac{1}{8} + \dots + \arctg \frac{1}{2 \cdot n^2} + \dots$.

Практическое занятие №2. Числовые ряды

Укажите одну из возможных формул для n -го члена ряда:

$$1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{9} + \frac{1}{13} + \dots$$

Напишите 5 первых членов ряда по известной формуле для его общего члена

$$a_n = \frac{(-1)^n (n-1)}{2^{n+3}}.$$

Практическое занятие №3. Числовые ряды

С помощью необходимого признака сходимости ряда установите, какие из следующих рядов заведомо расходятся:

а) $0,001 + \sqrt{0,001} + \sqrt[3]{0,001} + \dots + \sqrt[n]{0,001} + \dots$; б) $\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{4}{3}} + \dots + \sqrt{\frac{n+2}{n+1}} + \dots$;

в) $\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{6}{27} + \dots + \frac{2n}{3^n} + \dots$.

Практическое занятие №4. Функциональные последовательности и ряды

Определите множества сходимости следующих рядов:

а) $x + x^4 + \dots + x^{n^2} + \dots$;

б) $x + \frac{x^2}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{x^n}{\sqrt{n}} + \dots$;

в) $x \operatorname{tg} \frac{x}{2} + x^2 \operatorname{tg} \frac{x}{4} + \dots + x^n \operatorname{tg} \frac{x}{2^n} + \dots$.

Докажите, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{-2}}{1+(nx)^2}$ равномерно сходится на $R = (-\infty, +\infty)$.

Покажите, что ряд $\frac{1}{\sqrt{1+x}} + \frac{1}{2\sqrt{1+2x}} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}\sqrt{1+nx}} + \dots$ равномерно сходится на $R_+ = (0, +\infty)$. Сколько нужно взять членов, чтобы их сумма при любом неотрицательном x приближала бы сумму ряда с точностью до 0,001?

Практические занятия №5. Функциональные последовательности и ряды

Покажите, что ряд $x^2 + x^6 + \dots + x^{4n-2} + \dots$ равномерно сходится в каждом промежутке вида $-1 + \omega \leq x \leq 1 - \omega$, где ω – любое положительное число, меньшее 1. Интегрированием данного ряда найти в интервале $(-1, 1)$ сумму

ряда $\frac{x^3}{3} + \frac{x^7}{7} + \dots + \frac{x^{4n-1}}{4n-1} + \dots$

Найдите сумму ряда $\frac{x^2}{1 \cdot 2} - \frac{x^3}{2 \cdot 3} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{n+1}}{n(n+1)} + \dots$.

Функция f определяется равенством $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{10^n}$. Покажите, что функция $f(x)$ определена и непрерывна при любом x .

Найдите $f(0)$, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$, $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

Практическое занятие №6. Функциональные последовательности и ряды.

Определите область сходимости ряда $x + \frac{x^2}{2^2} + \dots + \frac{x^n}{n^2} + \dots$.

Убедитесь, что ряд $\frac{\sin 2\pi x}{2} + \frac{\sin 4\pi x}{4} + \dots + \frac{\sin 2^n \pi x}{2^n} + \dots$ равномерно сходится на всей числовой оси. Покажите, что этот ряд нельзя почленно дифференцировать ни в каком числовом промежутке.

Практическое занятие № 7. Ряды и интеграл Фурье.

С помощью формул Эйлера $\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$ и $\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$ докажите равенство

$$\cos \varphi + \cos 2\varphi + \dots + \cos n\varphi = \frac{\sin \frac{n\varphi}{2} \cos \frac{(n+1)\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}, \text{ где } \varphi \neq 2\pi k, n \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{Z}.$$

Разложить функцию $y = x^2$ в ряд Фурье: 1) в интервале $[-\pi, \pi]$;

2) в интервале $(0; 2\pi)$.

При помощи полученных разложений вычислить суммы числовых рядов:

$$s_1 = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} + \dots; \quad s_2 = 1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n^2} + \dots;$$

$$s_3 = 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{(2n-1)^2} + \dots.$$

Разложить в ряд Фурье функцию $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x \in (-\pi, 0), \\ 3 & \text{при } x \in (0, \pi). \end{cases}$

Практическое занятие №8. Ряды и интеграл Фурье

Разложите в тригонометрический ряд Фурье функцию

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \in [-1, 0), \\ x, & \text{если } x \in (0, 1]. \end{cases}$$

Разложите в тригонометрический ряд Фурье функцию

$$g(x) = \frac{x}{2}, \text{ если } x \in [0, 2\pi].$$

Разложите в ряд Фурье по косинусам функцию

$$f(x) = \begin{cases} \frac{l}{2} - x, & \text{если } x \in (0, \frac{l}{2}], \\ 0, & \text{если } x \in (\frac{l}{2}, l), \quad l > 0. \end{cases}$$

Лабораторные работы

Лабораторная работа 1. Сходящиеся числовые ряды и их основные свойства.

Первые 10 заданий из задач №№1-2 (раздел 6) [5 списка дополнительной литературы].

Лабораторная работа 2. Признаки сходимости положительных числовых рядов.

Первые 10 заданий из задач №№ 3-6 (раздел 6) [5 списка дополнительной литературы].

Лабораторная работа 3. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды.

Первые 10 заданий из задач №№7-8 (раздел 6) [5 списка дополнительной литературы].

Лабораторная работа 4. Основные свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.

Первые 10 заданий из задачи №№9, 11 (раздел 6) [5 списка дополнительной литературы].

Лабораторная работа 5. Радиус и область сходимости степенных рядов.

Первые 10 заданий из задач №№10, 13 (раздел 6) [5 списка дополнительной литературы].

Лабораторная работа 6. Разложения основных элементарных функций в степенные ряды.

Первые 20 заданий из задачи №14 (раздел 6) [5 списка дополнительной литературы].

Лабораторная работа 7. Некоторые приложения степенных рядов.

Первые 10 заданий из задачи №15 (раздел 6) [5 списка дополнительной литературы].
Задания 11.6-11.10 из части 1 [2 из методических указаний для обучающихся].

Лабораторная работа 8. Условия сходимости тригонометрических рядов Фурье.

Задания 13.1-13.5, 16.4 из части 1 [2 из методических указаний для обучающихся].

Самостоятельная работа

Задания для самостоятельной работы размещены в соответствующих разделах учебного пособия [7]. Ниже приводятся примеры заданий по данной теме:

Тема 1. «Числовые ряды».

Для каждого из указанных ниже рядов: 1) найдите сумму n первых его членов (S_n); 2) докажьте его сходимость, пользуясь непосредственно ее определением; 3) найдите его сумму (S).

а) $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} + \dots$; б) $\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(n+3)} + \dots$

Укажите одну из возможных формул для n -го члена ряда:

$$1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \dots$$

С помощью необходимого признака сходимости ряда установите, какие из следующих рядов заведомо расходятся:

а) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \dots + \frac{2n+1}{2n+2} + \dots$; б) $\frac{1}{1001} + \frac{2}{2001} + \frac{3}{3001} + \dots + \frac{n}{1001n+1} + \dots$

Зная, что сумма ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n^2}$ равна $\frac{\pi^2}{12}$, найдите сумму ряда

$$1 + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} - \frac{1}{4^2} + \frac{1}{9^2} + \frac{1}{11^2} - \frac{1}{6^2} + \dots$$

полученного перестановкой членов исходного ряда.

Исследуйте на сходимость ряд

$$\frac{1}{3} - 1 + \frac{1}{7} - \frac{1}{5} + \frac{1}{11} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{4k-1} - \frac{1}{4k-3} + \dots$$

Будет ли сходящимся ряд $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{4k-1} - \frac{1}{4k-3} \right)$?

При каких значениях параметра α сходится ряд

$$1 + \frac{1}{3^\alpha} - \frac{1}{2^\alpha} + \frac{1}{5^\alpha} + \frac{1}{7^\alpha} - \frac{1}{4^\alpha} + \dots ?$$

1. Докажите, что ряд $\left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16}\right) + \dots + \left(\frac{1}{(2k-1)^2} - \frac{1}{(2k)^2}\right) + \dots$ сходится.

Будет ли сходящимся ряд, получаемый из данного, если убрать скобки?

.. Исследуйте на сходимость произведение по Коши рядов

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n^3}} \quad \text{и} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$$

Разложить функцию $y = \sin \frac{\pi x}{4}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 2$.

Разложить функцию $y = x^2 e^x$ в ряд Маклорена.

Найти первые пять членов ряда Тейлора для функции $y = e^{\cos x}$ в окрестности точки $x_0 = 0$.

Тема 2. «Функциональные последовательности и ряды».

Найдите сумму ряда $x + \frac{x^5}{5} + \dots + \frac{x^{4n-3}}{4n-3} + \dots$.

Покажите, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} x^n (1-x)$ сходится неравномерно на отрезке $[0; 1]$.

Функция f определяется равенством $f(x) = e^{-x} + 2e^{-2x} + \dots + ne^{-nx} + \dots$.

Покажите, что $f(x)$ непрерывна на интервале $(0, +\infty)$. Вычислите $\int_{\ln 2}^{\ln 3} f(x) dx$.

Разложить функцию $y = \sin \frac{\pi x}{4}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 2$.

Разложить функцию $y = x^2 e^x$ в ряд Маклорена.

Найти первые пять членов ряда Тейлора для функции $y = e^{\cos x}$ в окрестности точки $x_0 = 0$.

Тема 3. «Ряды и интеграл Фурье»

Доказать соотношения:

$$\cos \varphi + \cos 3\varphi + \dots + \cos(2n-1)\varphi = \frac{\sin 2n\varphi}{2 \sin \varphi}, \text{ где } \varphi \neq \pi k, n \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{Z};$$

$$\sin \varphi + \sin 2\varphi + \dots + \sin n\varphi = \frac{\sin \frac{n\varphi}{2} \sin \frac{(n+1)\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}, \text{ где } \varphi \neq 2\pi k, n \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{Z}.$$

Разложить в ряд Фурье функцию $y = x^3$ в интервале $(-\pi; \pi)$.

Разложить в ряд по синусам функцию $y = \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}$ в интервале $(0; \pi)$.

Разложить в ряд по косинусам функцию $y = \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}$ в интервале $(0; \pi)$.

Разложить функцию $y = \operatorname{ch} x$ в интервале $(0; \pi)$ в ряд косинусов и в ряд синусов.

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

Проведение текущего контроля осуществляется посредством проведения контрольной работы, на каждом практическом занятии - в процессе выполнения заданий для аудиторной работы и в процессе проверки домашней самостоятельной работы.

Образец контрольной работы

1. Пользуясь признаками сравнения, исследуйте ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ на сходимость.
2. Исследуйте ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}}{5^n}$ на сходимость, используя признак Коши.
3. Исследуйте ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+2013}}$ на абсолютную и условную сходимость.
4. Определите область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n(x+4)^n}$.
5. Задайте степенной ряд, множеством сходимости которого является .

Критерии оценивания контрольной работы

Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно решено одно задание	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация осуществляется посредством проведения экзамена.

Вопросы к экзамену

1. Основные понятия: числовой ряд, частичная сумма, сумма ряда, сходящийся и расходящийся ряды. Геометрический ряд.
2. Простейшие свойства сходящихся рядов. Остаток ряда.
3. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд. Критерий Коши сходимости ряда.
4. Знакоположительные ряды. Необходимое и достаточное условие сходимости знакоположительных рядов.
5. Признак сравнения в простой форме. Примеры.
6. Признак сравнения в предельной форме. Примеры.
7. Признак Даламбера.
8. Радикальный признак Коши.
9. Интегральный признак Коши. Обобщенный гармонический ряд.

10. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.
11. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Оценка погрешности.
12. Признак Абеля. Признак Дирихле. Примеры.
13. Свойство ассоциативности для числовых рядов.
14. Перестановка членов ряда. Теорема Римана.
15. Функциональные последовательности и ряды (основные понятия). Примеры.
16. Понятие равномерной сходимости функциональных рядов. Примеры.
17. Признак Вейерштрасса. Примеры.
18. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда.
19. Теорема о почленном интегрировании равномерно сходящегося ряда.
20. Теорема о почленном дифференцировании равномерно сходящегося ряда.
21. Степенные ряды. Теорема Абеля.
22. Интервал сходимости и радиус сходимости степенного ряда.
23. Основные свойства сумм степенных рядов.
24. Разложение функции в степенной ряд. Необходимое условие. Единственность разложения.
25. Ряд Тейлора.
26. Необходимое и достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора.
27. Достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора.
28. Разложение в ряд Тейлора функций e^x , $\sin x$, $\cos x$.
29. Разложение в ряд Тейлора функций $\ln(1+x)$, $(1+x)^\mu$.
30. Приложения степенных рядов.
31. Тригонометрические ряды. Свойства суммы тригонометрического ряда.
32. Ортогональные и ортонормированные системы функций. Ортогональность тригонометрической системы.
33. Единственность разложения. Тригонометрический ряд Фурье.
34. Достаточные условия разложимости функции в тригонометрический ряд Фурье.
35. Тригонометрические ряды для четных и нечетных функций.
36. Понятие общего ряда Фурье по произвольной ортогональной системе функций.
37. Интеграл Фурье.
38. Прямое и обратное преобразования Фурье. Примеры.

Образец экзаменационного задания

1. Признак Даламбера.
2. Степенные ряды. Теорема Абеля.
3. Исследуйте ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$ на абсолютную и условную сходимость.
4. Разложите функцию $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4x + 3}$ в степенной ряд в окрестности точки $x_0 = 2$.
5. Известно, что ряды $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n^2$ сходятся. Что можно сказать о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)^2$? Ответ обосновать.

Критерии оценивания ответа на экзамене

Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть билета	Количество баллов
1	Правильный ответ на каждый вопрос	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

7.1. Основная литература

1. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 2: учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 3-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 324 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09085-7. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/450170>
2. Максимова, О. Д. Основы математического анализа: числовые ряды : учебное пособие для вузов / О. Д. Максимова. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 97 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08225-8. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/455638>
3. Привалов, И. И. Ряды Фурье : учебник для вузов / И. И. Привалов. — 5-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 164 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03203-1. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/451193>

7.2. Дополнительная литература

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – Т. 2, 3. – СПб.: Изд-во «Лань», 2008.
2. Виноградова И.А. Задачи и упражнения по математическому анализу / И.А. Виноградова, С.Н. Олехник, В.А. Садовничий. – Ч. 2. – М.: Высшая школа, 2000.
3. Сборник задач по математическому анализу / Л.Д. Кудрявцев [и др.]. – Т. 2. – М.: Физматлит, 2010.
4. Сборник задач по математическому анализу / Л.Д. Кудрявцев [и др.]. – Т. 3. – М.: Физматлит, 2012.
5. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты) Кузнецов Л.А.: Спб, издательство «Лань». 2005.
6. Болотин И.Б., Полухин А.А. Числовые и функциональные ряды: планы практических занятий для студентов 2 курса направления подготовки 010400 Прикладная математика и информатика / И.Б. Болотин, А.А. Полухин; Смол. гос. ун-т. – Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2013. – 28 с.
7. Расулов К.М. Практикум по математическому анализу. Числовые и функциональные ряды. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных: учебное пособие. – Смоленск: Изд-во СОИРО, 2014.
8. Демидович Б.П. Сборник задач по математическому анализу. – М.: Наука, 2010.

7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Система дистанционного обучения Смоленского государственного университета <http://cdo.smolgu.ru>
2. Электронно-библиотечная система университета <http://biblioteka.smolgu.ru>
3. Национальный открытый университет <http://www.intuit.ru>
4. Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>
5. Кафедральная электронная библиотека.

8. Материально-техническое обеспечение

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная стандартной учебной мебелью, мультимедиапроектором, ноутбуком, колонками и интерактивной доской.

Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная стандартной учебной мебелью. Доступна электронная библиотека кафедры математического анализа.

Помещение для самостоятельной работы – компьютерный класс с доступом к сети «Интернет» и ЭИОС СмолГУ.

9. Программное обеспечение

Microsoft Open License (Windows XP, 7, 8, 10, Server, Office 2003-2016), лицензия 66975477 от 03.06.2016 (бессрочно).

Обучающимся обеспечен доступ к ЭБС «Юрайт», а также доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0

Владелец: Артеменков Михаил Николаевич

Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022