

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»

Кафедра прикладной математики

«Утверждаю»
Проректор по учебно-
методической работе
_____ Ю.А. Устименко
«7» сентября 2020 г.

**Рабочая программа дисциплины
Б1.О.29 Аналитическая геометрия**

Направление подготовки: **01.03.02 Прикладная математика и информатика**
Направленность (профиль): **Математическое и информационное моделирование**
Форма обучения: очная
Курс – 2
Семестр – 3
Всего зачетных единиц – 2, часов – 72

Форма отчетности: зачет – 3 семестр

Программу разработала
кандидат физико-математических наук, доцент Г.А. Банару

Одобрена на заседании кафедры
«31» августа 2020 г., протокол № 1

Заведующий кафедрой _____ Г.С. Евдокимова

Смоленск
2020

1. Место дисциплины в структуре ОП

«Аналитическая геометрия» относится к дисциплинам обязательной части учебного плана данного направления подготовки. Обучение проходит в течение третьего семестра. Для успешного изучения этой дисциплины студентам понадобятся компетенции, знания, умения и навыки, полученные ранее при изучении таких дисциплин как математический анализ, алгебра и геометрия, дискретная математика и др.

Согласно учебному плану освоение данной дисциплины необходимо для дальнейшего изучения таких дисциплин как: линейные модели в экономике, математическое моделирование, уравнения математической физики и др.

Изучение курса основано на традиционных методах высшей школы, тесной взаимосвязи со смежными курсами, а также на использовании как современной учебной и методической литературы, так и лучших образцов классических книг.

Характерной особенностью курса является сочетание в нем теоретических основ аналитической геометрии с практическими приемами и методами.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, базовый аппарат математики, необходимые для осуществления профессиональной деятельности; Уметь: применять знания в области естественнонаучных и математических дисциплин для проведения теоретических и экспериментальных исследований в профессиональной деятельности; Владеть: методами математического анализа и моделирования, навыками в области естественнонаучного и общеинженерного знания, позволяющими осуществлять исследования в профессиональной деятельности.
ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	Знать: базовые методы анализа, модификации и применения математических моделей, современные информационные методы в решении прикладных задач; Уметь: применять аппарат математического моделирования для решения прикладных задач; Владеть: навыками работы с инструментальными средствами математического моделирования предметной области, прикладных и информационных процессов.

3. Содержание дисциплины

1. Векторы.

Векторы. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость векторов. Коллинеарные и компланарные векторы. Базис. Аффинные координаты. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.

2. Системы координат.

Декартовы системы координат на прямой, плоскости и в пространстве. Формулы преобразования координат. Преобразование прямоугольной декартовой системы координат на плоскости и в пространстве. Полярные координаты. Уравнение линии на плоскости и уравнение поверхности в пространстве.

3. Прямые и плоскости.

Различные виды уравнения прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми. Различные виды уравнения плоскости в пространстве. Взаимное расположение плоскостей в пространстве. Расстояние от точки до плоскости. Угол между плоскостями. Различные виды уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости. Расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми в пространстве, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью.

4. Линии и поверхности второго порядка.

Эллипс, гипербола и парабола, канонические уравнения и свойства. Касательные к эллипсу, гиперболе и параболе. Уравнения эллипса и гиперболы в полярных координатах. Классификация линий второго порядка на плоскости. Эллипсоид. Гиперболоиды. Конус и цилиндры. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка. Классификация поверхностей второго порядка.

4. Тематический план

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий			
			лекции	практические занятия	лабораторные занятия	самостоятельная работа
1	Векторы	22	6	6	6	4
2	Системы координат	10	2	2	2	4
3	Прямые и плоскости	20	6	4	6	4
4	Линии и поверхности второго порядка	20	4	6	4	6
ИТОГО		72	18	18	18	18

5. Виды образовательной деятельности

Занятия лекционного типа

Лекция №1. Векторы. Линейные операции над векторами и их основные свойства. Линейная зависимость систем векторов. Коллинеарные и компланарные векторы. Понятие аффинного базиса и аффинных координат точки.

Лекция №2. Скалярное произведение векторов, геометрические и алгебраические свойства. Ортонормированный базис и прямоугольные декартовы системы координат на прямой, плоскости и в пространстве. Скалярное произведение в декартовой системе координат.

Лекция №3. Векторное произведение векторов, геометрические и алгебраические свойства. Смешанное произведение векторов, геометрические и алгебраические свойства.

Лекция №4. Формулы преобразования аффинных координат точки. Преобразования прямоугольных декартовых систем координат на плоскости и в пространстве. Полярные координаты. Уравнение линии на плоскости и уравнение поверхности в пространстве.

Лекция №5. Различные виды уравнения прямой на плоскости. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Формула для вычисления расстояния от точки до прямой. Различные виды уравнения плоскости в пространстве.

Лекция №6. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Вычисление расстояния от точки до плоскости. Вычисление угла между двумя плоскостями.

Лекция №7. Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости. Вычисление угла между двумя прямыми пространства, вычисление угла между прямой и плоскостью.

Лекция №8. Эллипс, гипербола, парабола; их канонические уравнения и свойства..

Лекция №9. Эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды; их основные свойства. Конус и цилиндры; их основные свойства.

Занятия семинарского типа (практические занятия) и самостоятельная работа

Практические занятия проводятся на базе учебно-методического пособия:

Шатохин Н.Л. Векторная алгебра и аналитическая геометрия: учебно-методическое пособие / Н.Л. Шатохин; Смол. гос. ун-т. – Смоленск: Изд-во СмолГУ, 210. – 68 с. (далее обозначенное [3])

Практическое занятие №1

Векторы. Линейные операции над векторами и их основные свойства. Линейная зависимость систем векторов на прямой, плоскости и пространстве. Понятие аффинного базиса и аффинных координат точки.

Теоретические вопросы

1. Понятие вектора. Связанные и свободные векторы. Коллинеарные, компланарные и ортогональные свободные векторы.
2. Длина свободного вектора. Угол между свободными векторами.
3. Операция сложение векторов и её свойства.
4. Умножение вектора на число и его свойства.
5. Линейная комбинация векторов. Линейно зависимые и независимые системы векторов на прямой, плоскости и в пространстве.
6. Аффинная система координат.

Задания для аудиторной и самостоятельной работы

1. По данным векторам \vec{a} и \vec{b} построить следующие векторы: 1) $\vec{a} + \vec{b}$; 2) $\vec{a} - \vec{b}$; 3) $\vec{b} - \vec{a}$; 4) $-\vec{a} - \vec{b}$.
2. Векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, причем $|\vec{a}|=5$ и $|\vec{b}|=12$. Найти $|\vec{a} + \vec{b}|$ и $|\vec{a} - \vec{b}|$.
3. Известно, что векторы \vec{a} и \vec{b} линейно независимы. Будут ли линейно независимыми векторы $-3\vec{b}$ и $\vec{a} + \vec{b}$.
4. [3]; №№ – 1.6; 1.13; 1.15; 1.27.

Практическое занятие №2

Скалярное произведение векторов, геометрические и алгебраические свойства. Ортонормированный базис и прямоугольные декартовы системы координат на прямой, плоскости и в пространстве. Геометрический смысл координат вектора в ортонормированном базисе. Скалярное произведение в прямоугольной декартовой системе координат.

Теоретические вопросы

1. Определение и свойства скалярного произведения векторов. Физический и геометрический смысл скалярного произведения.
2. Нахождение координат вектора в декартовой системе координат.
3. Выражение длины вектора через его координаты в ортонормированном базисе.
4. Деление отрезка в заданном отношении.
5. Выражение скалярного произведения векторов через координаты перемножаемых векторов в ортонормированном базисе.

Задания для аудиторной и самостоятельной работы

- [3]; №№ – 1.10; 1.19; 4.15; 5.8; 5.11; 5.14; 5.19; 5.20; 5.23.

Практическое занятие №3

Векторное произведение векторов, геометрические и алгебраические свойства. Смешанное произведение векторов, геометрические и алгебраические свойства.

Теоретические вопросы

1. Определение и свойства векторного произведения векторов.
2. Геометрический смысл векторного произведения. Случай обращения векторного произведения ненулевых векторов в ноль.
3. Выражение векторного произведения векторов через координаты перемножаемых векторов в ортонормированном базисе.
4. Определение и свойства смешанного произведения векторов.
5. Случай обращения смешанного произведения ненулевых векторов в ноль.
6. Выражение смешанного произведения векторов через координаты перемножаемых векторов в ортонормированном базисе.

Задания для аудиторной и самостоятельной работы

[3]; №№ – 6.8; 6.10; 6.12; 6.16; 6.21 (6); 7.7; 7.8; 7.13; 7.18; 7.20 (1, 3, 6).

Практическое занятие №4

Формулы преобразования аффинных координат точки. Преобразование прямоугольной декартовой системы координат на плоскости и в пространстве. Полярные, цилиндрические и сферические координаты. Уравнение геометрической фигуры на плоскости и в пространстве.

Теоретические вопросы

1. Преобразования параллельного переноса и поворота в аффинной и прямоугольной декартовой системах координат.
2. Общее представление о том, что такое система координат.
3. Полярные координаты на плоскости.
4. Цилиндрические и сферические координаты в 3-х мерном пространстве.
5. Установление соответствия между геометрическими фигурами и уравнениями с помощью системы координат.

Задания для аудиторной и самостоятельной работы.

1. Даны координаты вектора $\vec{a} = \{-2\sqrt{3}, -2\}$ в декартовой системе координат. Вычислить координаты вектора \vec{b} , полученного из \vec{a} поворотом: а) на угол $\alpha=120^\circ$, б) на угол $\beta=90^\circ$.
2. Найти цилиндрические координаты точки А, если известны ее прямоугольные координаты А(4, -3, 2).
3. Найдите декартовы координаты точки В, если известны ее цилиндрические координаты: $r(B) = 2$, $\varphi = 2\pi$, $z(B) = 1$.
4. Найти сферические координаты ρ , φ , θ точки А, если известны ее прямоугольные координаты А(4,-3,12).
5. Найти прямоугольные координаты (x, y, z) точки В, если известны ее сферические координаты: $\rho = 4$; $\varphi = 2\pi$, $\theta = 3\pi$.
6. [3]; №№ – 1.11; 1.12; 2.7; 2.8; 2.9; 3.5; 3.8.

Практическое занятие №5

Различные виды уравнения прямой на плоскости. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Формула для вычисления расстояния от точки до прямой. Основные виды уравнения плоскости в пространстве.

Теоретические вопросы

1. Общее уравнение прямой на плоскости.
2. Параметрическое и каноническое уравнения прямой на плоскости.
3. Уравнения прямой в отрезках и с угловым коэффициентом.
4. Определение взаимного расположения двух прямых на плоскости по их аналитическим представлениям.
5. Расстояние от точки до прямой.
6. Общее уравнение плоскости.
7. Уравнение плоскости в отрезках.

Задания для аудиторной и самостоятельной работы.

[3]; №№ – 9.12; 9.16; 9.18; 9.23 (2, 4, 5); 9.24; 9.26; 9.28; 8.10; 8.13; 8.21.

Практическое занятие №6

Определение взаимного расположения двух плоскостей в пространстве, заданных общими уравнениями. Вычисление расстояния от точки до плоскости. Вычисление угла между двумя плоскостями.

Теоретические вопросы

1. Определение взаимного расположения двух плоскостей в пространстве, заданных общими уравнениями.
2. Расстояние от точки до плоскости.
3. Расстояние между двумя параллельными плоскостями.
4. Угол между двумя плоскостями.

Задания для аудиторной и самостоятельной работы.

1. Укажите особенности в расположении относительно системы координат плоскости: а) $2x - y + 5z = 0$; в) $y + 7z - 3 = 0$; с) $4x - 5z - 1 = 0$; d) $14z - 8 = 0$;
е) $10y - 7z = 0$; f) $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{5} = 1$; g) $x = 3$.
 2. Найти расстояние от точки $M(-2; 0; 3)$ до каждой из плоскостей задания 1.
 3. Найти углы между парами плоскостей из задания 1.
 4. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; -1; 4)$ перпендикулярно плоскостям $x + 3y - 5z - 1 = 0$ и $x + y + 2z - 9 = 0$.
 5. Составить уравнение плоскости, проходящей через середину отрезка с концами в точках $M(3; -1; 2)$ и $N(4; -2; -1)$ перпендикулярно к нему.
 6. Даны точки $A(5; -1; 0)$, $B(0; 1; 0)$ и $C(2; 1; -2)$. Составить линейные неравенства, характеризующие то из полупространств, определяемых плоскостью ABC , которому принадлежит: а) начало координат; б) точка $M(1; 1; 1)$.
- [3]; №№ – 8.14; 8.20; 8.23; 8.25.

Практическое занятие №7

Уравнения прямой в трехмерном пространстве. Определение взаимного расположения двух прямых в пространстве, заданных каноническими уравнениями. Выяснение взаимного расположения прямой и плоскости. Вычисление угла между двумя прямыми пространства, вычисление угла между прямой и плоскостью.

Теоретические вопросы.

1. Параметрическое и каноническое уравнения прямой в трехмерном пространстве.
2. Задание прямой как линии пересечения двух плоскостей.
3. Расстояние от точки до прямой.
4. Расстояние между двумя параллельными прямыми; между двумя скрещивающимися прямыми.
5. Угол между двумя прямыми в пространстве.
6. Угол между прямой и плоскостью.

Задания для аудиторной и самостоятельной работы.

1. Найти соотношения, которым должны удовлетворять коэффициенты уравнений прямой

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$$

для того, чтобы эта прямая была параллельна:

- 1) оси Ox ; 2) оси Oy ; 3) оси Oz .

2. Найти координаты нескольких точек, лежащих на прямых: 1) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{0} = \frac{z}{-5}$;

- 2) $\begin{cases} 5x + y - z + 1 = 0 \\ x - y + 2z + 3 = 0 \end{cases}$.

3. Даны вершины треугольника $A(2; 3; -1)$, $B(1; -2; 0)$ и $C(-3; 2; 2)$. Составить уравнения медианы AM .

4. Привести уравнения прямой $\begin{cases} 5x + y - z + 1 = 0 \\ x - y + 2z + 3 = 0 \end{cases}$ к каноническому и параметрическому видам.

5. Написать уравнения прямой L, проходящей посередине между параллельными прямыми L₁ и L₂, заданными уравнениями:

$$L_1: \begin{cases} x = 2t + 5 \\ y = -t + 2 \\ z = t - 7 \end{cases} \quad L_2: \begin{cases} x + 3y + z + 2 = 0 \\ x - y - 3z - 2 = 0 \end{cases}$$

[3]; №№ – 10.7; 10.8; 11.4; 11.5.

Практическое занятие №8

Эллипс и его каноническое уравнение. Гипербола и её каноническое уравнение. Парабола и её каноническое уравнение.

Теоретические вопросы.

1. Эллипс как геометрическое место точек.
2. Каноническое уравнение эллипса.
3. Вершины эллипса; его больший и малый диаметры; фокусы и эксцентриситет.
4. Гипербола как геометрическое место точек.
5. Каноническое уравнение гиперболы.
6. Вершины гиперболы; ее полуоси; фокусы и директрисы; асимптоты; эксцентриситет.
7. Парабола как геометрическое место точек.
8. Каноническое уравнение параболы.
9. Вершина параболы; фокус и директриса; эксцентриситет параболы.
10. Конические сечения.

Задания для аудиторной и самостоятельной работы.

[3]; №№ – 12.7; 12.9; 12.15; 12.18; 12.23; 13.9; 13.11; 13.14; 14.6; 14.8; 14.11; 14.12.

Практическое занятие №9

Эллипсоид, простейшие свойства и изображение. Гиперболоиды, основные свойства и изображение. Эллиптический параболоид, простейшие свойства и изображение. Гиперболический параболоид, простейшие свойства и изображение. Конус и цилиндры. Основные свойства и изображение.

Теоретические вопросы.

1. Метод параллельных сечений.
2. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.
3. Поверхности вращения.
4. Цилиндрические и конические поверхности второго порядка.
5. Эллипсоид.
6. Однополостный и двуполостный гиперболоиды.
7. Эллиптический и гиперболический параболоиды.
8. Классификация поверхностей второго порядка.

Задания для аудиторной и самостоятельной работы.

[3]; №№ – 15.3; 15.4 16.3; 16.5; 16.16; 16.18; 16.21.

Лабораторные занятия

Проводятся по основным разделам векторной алгебры и аналитической геометрии с применением пакета GeoGebra.

Лабораторная работа №1

Основы работы в GeoGebra с инструментами панелей «Полотно», «Полотно 3D» и «CAS»

Теоретические вопросы.

1. Элементы интерфейса GeoGebra.
2. Пиктографическое меню панели «Полотно».
3. Создание динамических моделей с помощью инструмента «Ползунок».
4. Пиктографическое меню панели «Полотно 3D».
5. Пиктографическое меню панели «CAS».
6. Создание списков и матриц с помощью панели «Таблица».

Задания для лабораторной работы

1. Построить треугольник. Провести в нем медианы, биссектрисы и высоты.
2. Какая из гипотез не верна? а) Три биссектрисы произвольного треугольника разбивают его на 6 треугольников. В эти треугольники вписаны окружности. Тогда центры всех этих шести окружностей лежат на некотором эллипсе. в) Три высоты произвольного треугольника разбивают его на 6 треугольников. В эти треугольники вписаны окружности. Тогда центры всех этих шести окружностей лежат на некотором эллипсе. [Использовать команду «Отношение объектов»]
3. Какую траекторию опишет вершина параболы $y = x^2 + tx + 1$ при изменении параметра t .
4. Построить правильную пирамиду и вписать в нее шар.
5. Преобразовать в произведение $81a^4 + 540a^3b^2 + 1350a^2b^4 + 1500ab^6 + 625b^8$

$$\begin{vmatrix} 2 & 11 & -16 & 10 \\ 15 & 23 & 65 & -15 \\ \sqrt{34} & 29 & 51 & 14 \\ 32 & 12 & 19 & 91 \end{vmatrix}.$$

6. Вычислить определитель

Лабораторная работа №2

Геометрические образы уравнений и неравенств в декартовой и полярной системах координат.

Теоретические вопросы.

1. Как задать одним уравнением объединение нескольких фигур, для каждой из которых известно ее уравнение.
2. Как задать одним уравнением пересечение нескольких фигур, для каждой из которых известно ее уравнение.
3. Формулы перехода от декартовой системы координат к полярной.
4. Формулы перехода от полярной системы координат к декартовой.
5. Построение графиков, заданных в полярной системе координат, в GeoGebra.

Задания для лабораторной работы

1. Построить график кривой, заданной уравнением $y = (x + 4) / ((x^4 + x^2 + 5))$
2. Построить график кривой, заданной неявно $x^5 + y^5 - 10xy^2 + \frac{y}{2} = 0$.
3. Построить график кривой, уравнение в полярных координатах которой имеет вид $r = 5 \sin\left(\frac{7t}{4}\right) (0 \leq t \leq 8\pi)$ [Эта кривая носит название "полярной розы"].
[3]; №№ – 2.7; 2.8; 2.11; 2.13.

Лабораторная работа №3

Векторы и операции над ними.

Теоретические вопросы.

1. Задание векторов в GeoGebra.
2. Линейные операции над векторами.
3. Скалярное произведение векторов.
4. Векторное произведение векторов.
5. Смешанное произведение векторов.

Задания для лабораторной работы

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (где $AB = 4$, $AD = 5$, $AA_1 = 7$) заданы векторы, совпадающие с его ребрами: $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA_1} = \vec{c}$. Построить каждый из следующих векторов: 1) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$, 2) $-\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$.
2. Найти угол между векторами $\vec{a} = \{2; 4; 5; -21\}$ и $\vec{b} = \{11; -9; 0; 2\}$.
3. Найти векторное произведение векторов $\vec{a} = \{2; 4; 5; -21\}$ и $\vec{b} = \{11; -9; 0; 2\}$.
4. Найти объем пирамиды с вершинами в точках $A(2; -2; 3)$, $B(0; 23; -11)$ и $C(5; 9; 123)$. [3]; №№ – 4.10; 4.13; 4.19; 4.24; 4.28; 5.14; 5.21; 6.13; 6.17; 7.8; 7.15; 7.18.

Лабораторная работа №4

Уравнения прямой на плоскости.

Теоретические вопросы.

1. Общее уравнение прямой на плоскости.
2. Каноническое уравнение прямой на плоскости.
3. Геометрический смысл коэффициентов уравнений прямой.
4. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
5. Угол между двумя прямыми.
6. Расстояние от точки до прямой.

Задания для лабораторной работы.

1. Составить общее уравнение прямой, проходящей через точки $A(\sqrt{3}; -2)$ и $B(-5; 2\sqrt{3})$.
2. Даны уравнения двух сторон параллелограмма: $2x + y + 3 = 0$ и $2x - 5y + 9 = 0$ и уравнение одной из его диагоналей: $2x - y - 3 = 0$. Найти координаты вершин этого параллелограмма.
3. Дано каноническое уравнение прямой $\frac{x-3}{2} = \frac{y+5}{3}$. Найти канонические уравнения прямых, отстоящих от данной на 9.
4. Определить, лежит ли точка $M(2; 3)$ внутри или вне треугольника, стороны которого заданы уравнениями $4x - y - 7 = 0$, $x + 3y - 31 = 0$, $x + 5y - 7 = 0$.
5. Найти угол между прямыми $3x - y + 5 = 0$ и $2x + y - 7 = 0$.
6. Составить уравнения всех прямых, проходящих через точку $M(2; 3)$ и отсекающих от координатного угла треугольник площадью 12. [3]; №№ – 9.14; 9.18; 9.20; 9.24; 9.27; 9.32.

Лабораторные работы №5 – 6

Прямая линия и плоскость в пространстве.

Теоретические вопросы.

1. Общее уравнение плоскости.
2. Расположение плоскости относительно системы координат в зависимости от значений коэффициентов в общем уравнении.
3. Угол между двумя плоскостями.
4. Расстояние от точки до плоскости.
5. Каноническое уравнение прямой в пространстве.
6. Задание прямой как линии пересечения двух плоскостей.
7. Угол между прямыми.
8. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
9. Расстояние между точкой и прямой.
10. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми.
11. Нахождение точки пересечения прямой и плоскости.

Задания для лабораторных работ.

1. Даны точки $M(-2; 3; 11)$ и $N(-7; 5; 4)$. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M и перпендикулярной прямой MN .
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2; -1; 4)$, $B(0; 3; 5)$ и начало координат.
3. Даны три плоскости: $2x + 3y - 11z - 23 = 0$, $-9x + 11y + 9z - 10 = 0$ и

$23x - 17y + 15z + 1 = 0$. Выяснить в каком отношении они находятся.

4. Найти точку, симметричную точке $A(5; -10; 4)$ относительно плоскости $x - 3y + z - 6 = 0$.

5. Вычислить площадь треугольника, который отсекает плоскость

$5x - 6y + 3z + 120 = 0$ от координатного угла Oxy ; треугольника отсекаемого на координатных осях.

6. Дана точка $M(3; 8; -5)$. Найти уравнение плоскости, проходящей через эту точку перпендикулярно двум плоскостям: $8x + 2y + 3z - 2 = 0$ и $3x - 5y + 9z + 7 = 0$.

7. Найти расстояние от точки $A(1; -3; 4)$ до прямой $\frac{x-1}{0} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-7}{3}$.

8. Найти значение t , при которых прямые $\frac{x+2}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z}{5}$ и $\frac{x-3}{t} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-7}{1}$ будут пересекаться.

9. (задача ЕГЭ). Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

а) Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки B , A_1 и D_1 .

б) Найдите угол между плоскостями BA_1C_1 и BA_1D_1 .

10. (задача ЕГЭ). Все рёбра правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ имеют длину 6. Точки M и N – середины рёбер AA_1 и A_1C_1 соответственно.

а) Докажите, что прямые BM и MN перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями BMN и ABB_1 .

11. (задача ЕГЭ). В правильной треугольной пирамиде $MABC$ с основанием ABC стороны основания равны 6, а боковые рёбра равны 8. На ребре AC находится точка D , на ребре AB находится точка E , а на ребре AM — точка L . Известно, что $CD = BE = AL = 2$.

а) Докажите, что отрезок DE содержит центр основания пирамиды.

б) Найдите угол между плоскостью основания и плоскостью, проходящей через точки E , D и L .

[3]; №№ – 8.13; 8.14; 8.16; 8.19; 8.21; 8.25; 8.27; 10.7; 10.8; 11.3; 11.4; 11.5.

Лабораторные работы №7 – 8 .

Кривые второго порядка на плоскости.

Теоретические вопросы.

1. Определение эллипса как геометрического места точек.
2. Определение гиперболы как геометрического места точек.
3. Определение параболы как геометрического места точек.
4. Канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы.
5. Фокусы, директрисы и эксцентриситет.
6. Касательные к коническим сечениям.
7. Общее уравнение кривых второго порядка.
8. Классификация кривых второго порядка.

Задания для лабораторных работ.

1. Составить уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат если:

1) его полуоси равны 2 и 5;

2) его большая ось равна 10, а расстояние между фокусами $2c=8$;

3) его малая ось равна 6, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

2. Составить уравнения касательных к эллипсу $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$, проведённых из точки $A(10;4)$.

3. Эллипс, симметричный относительно осей координат, проходит через точки $A(\quad)$ и $B(6; 0)$. Найти его эксцентриситет.

4. Составить уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси абсцисс симметрично относительно начала координат и расстояние между вершинами равно 8, а расстояние между фокусами 10.

5. Вычислить площадь треугольника, образованного асимптотами гиперболы

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1 \text{ и прямой } 9x + 2y - 24 = 0.$$

6. Составить уравнение параболы, если дан ее фокус $F(-7;0)$ и уравнение директрисы $x - 7 = 0$.

7. Найти общие касательные к параболе $y^2 = 4x$ и эллипсу $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$.

8. Даны точки $M_1(-8; 4)$, $M_2(-8; -4)$, $M_3(0; -8)$, $M_4(8; 4)$ и $M_5(8; -4)$. Найти общее и каноническое уравнения кривой второго порядка через них проходящей.

9. Даны точки $M_1(-8; 2)$, $M_2(0; 0)$, $M_3(4; 10)$, $M_4(-12; 12)$ и $M_5(8; -4)$. Найти общее уравнение кривой второго порядка через них проходящую и определить ее вид.

10. Не проводя преобразования координат, установить, что уравнение

$$x^2 - 6xy + 9y^2 + 4x - 12y + 4 = 0 \text{ задает прямую, и найти уравнение этой прямой.}$$

11. Привести уравнение $32x^2 + 52xy - 7y^2 + 180 = 0$ к каноническому виду и указать кривую, которую оно определяет.

[3]; №№ – 12.7; 12.10; 12.16; 12.22; 13.9; 13.12; 14.7; 14.11; 14.14.

Лабораторная работа №9

Поверхности второго порядка в трехмерном пространстве.

Теоретические вопросы.

1. Линейчатые поверхности.
2. Цилиндрические поверхности.
3. Конические поверхности.
4. Поверхности вращения.
5. Эллипсоид.
6. Однополостный и двуполостный гиперболоиды.
7. Эллиптический и гиперболический параболоиды.
8. Определение вида поверхности второго порядка методом сечений.

Задания для лабораторных работ.

1. Составить уравнение поверхности, каждая точка которой равноудалена от плоскости $x = -4$ и от точки $F(4, 0, 0)$. Определить вид полученной поверхности.

2. Является ли поверхность заданная уравнением $-x^2 + \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} = 1$ поверхностью вращения. Если да, то вращением какой кривой (написать уравнение) и вокруг какой оси она получена. Изобразить эту поверхность.

3. Составить уравнение конической поверхности с вершиной в начале координат и

$$\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1 \\ z = 9 \end{cases}$$

направляющей

4. Исследовать методом сечений и построить поверхность, заданную уравнением

$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = -8$$

5. Определить вид поверхности заданной уравнением $z^2 - x^2 = 4$ и изобразить ее.

[3]; №№ – 15.3; 15.4; 16.5; 16.7; 16.21.

Самостоятельная работа

Текущая самостоятельная работа студента направлена на углубление и закрепление знаний и развитие практических умений. Она заключается в работе с лекционными материалами, поиске и обзоре литературы и электронных источников, информации по заданным темам курса, опережающей самостоятельной работе, в изучении тем, вынесенных на самостоятельную проработку, подготовке к лабораторным занятиям.

Самостоятельная внеаудиторная работа студентов состоит в:

- проработке лекционного материала, составлении конспекта лекций по темам, вынесенным на самостоятельное изучение;
 - выполнении домашних заданий.
- Задания для самостоятельной работы приведены в планах практических занятий

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

1. Теоретические вопросы

Теоретические вопросы по основным темам курса предложены к каждому практическому занятию.

«Отлично» ставится, если студент:	- обстоятельно и достаточно полно излагает материал; - обнаруживает полное понимание материала, может обосновать свои суждения, привести примеры; - строит ответ последовательно.
«Хорошо» ставится, если студент обнаруживает знание и понимание материала, однако:	- допускает единичные ошибки, но исправляет их самостоятельно после замечаний преподавателя; - не всегда может убедительно обосновать свое суждение; - допускает отдельные погрешности.
«Удовлетворительно» ставится, если студент обнаруживает знание и понимание основных теоретических положений темы, но:	-излагает материал недостаточно полно; - не может обосновать свои суждения и привести необходимые примеры; нарушает последовательность в изложении материала.
«Неудовлетворительно» ставится, если студент:	- обнаружил незнание большей части темы (раздела, вопроса); - при ответе на вопрос искажает его смысл; - излагает материал беспорядочно и неуверенно.

2. Контрольные работы

Образец контрольной работы №1

- Коллинеарны ли векторы \vec{c}_1 и \vec{c}_2 , разложенные по векторам \vec{a} и \vec{b} , если $\vec{a} = \{1; -2; 3\}$, $\vec{b} = \{3; 0; 1\}$, $\vec{c}_1 = 2\vec{a} + 4\vec{b}$, $\vec{c}_2 = 3\vec{a} - \vec{b}$?
- Перпендикулярны ли векторы \vec{a} и \vec{b} , если $\vec{a} = \{1; 3; -1\}$, $\vec{b} = \{3; -2; 3\}$?
- Компланарны ли векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, если $\vec{a} = \{2; 3; -1\}$, $\vec{b} = \{1; -1; 3\}$, $\vec{c} = \{1; 9; -1\}$?
- Найти угол между векторами \vec{AB} и \vec{AC} , если $A(1; -2; 3)$, $B(0; -1; 2)$, $C(3; -4; 5)$.
- Даны координаты точек A, B, C : $A(1; 2; 1)$, $B(-1; 3; 4)$, $C(0; 1; 2)$. Вычислить:
 - $np \vec{AB} \vec{BC}$;
 - $np(2\vec{AC} + 3\vec{CB})_{\vec{AB} + \vec{CB}}$;
 - $\left| \vec{AB} + 4\vec{BC} \right|$;
 - $\angle (\vec{AB} - \vec{CB}, \vec{AB})$;
 - (\vec{AB}, \vec{BC}) ;
 - $((\vec{AB} + 4\vec{BC}), (\vec{BA} - \vec{AC}))$;
 - $[\vec{AB}, \vec{BC}]$;
 - $[(\vec{AB} + 2\vec{BC}), (\vec{BA} - \vec{AC})]$;
 - $(\vec{AB} \ \vec{BC} \ \vec{AC})$;
 - $[[(\vec{AB} + \vec{BC}), \vec{BC}], \vec{AC}]$;

9	-3	-7	-8	10	3	-12	27	2	3	1
---	----	----	----	----	---	-----	----	---	---	---

Таблица 4

x_1	y_1	z_1	x_2	y_2	z_2	x_3	y_3	z_3	x_4	y_4	z_4
-3	4	-7	1	5	-10	-5	2	0	-12	7	-1

Таблица 5

m	N	p	q	a	b	c
1	7	2	-3	2	-8	5

Критерии оценивания контрольной работы

Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно решена каждая задача	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

6.2 Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

Критерий получения зачета

Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра.

Для получения зачета студент должен:

- уметь отвечать на теоретические вопросы, рассмотренные на лекциях (проверяется на практических занятиях);
- написать две контрольные работы на оценку не ниже «удовлетворительно».

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

7.1. Основная литература

1. Попов, В. Л. Аналитическая геометрия: учебник и практикум для академического бакалавриата / В. Л. Попов, Г. В. Сухоцкий. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 232 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03003-7. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/5DE8BF32-7795-4199-9C4A-7DA0853CCAF2.
2. Привалов, И. И. Аналитическая геометрия: учебник для вузов / И. И. Привалов. — 40-е изд., стер. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 233 с. — (Серия : Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-01262-0. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/10F7DA5C-D6D9-4E7D-9650-5527BE0D2D9F.
3. Резниченко, С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Резниченко. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 302 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02936-9. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/538035CC-4A44-40BE-AA2C-4F4B1B04DDD7.

7.2. Дополнительная литература

1. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия, ч.1. М.: Просвещение, 1986.

2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М.: Физматлит. 2004.
3. Моденов П.С., Пархоменко А.С. Сборник задач по аналитической геометрии. М.: Наука. 1975.
4. Погорелов А.В. Геометрия. М.: Наука, 1983.
5. Сурина Н.Н., Шатохин Н.Л. Аналитическая геометрия на плоскости. Смол. гос. пед. университет, 2005.
6. Борисова Н.Н., Шатохин Н.Л. Аналитическая геометрия в пространстве. Смоленск, 2006.
7. Шатохин Н.Л. Векторная алгебра и аналитическая геометрия: учебно-методическое пособие / Н.Л. Шатохин; Смол. гос. ун-т. – Смоленск: Изд-во СмолГУ, 210. – 68 с.

7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Алгебра матриц и линейные пространства. Национальный открытый университет «Интуит». URL: <http://www.intuit.ru/studies/courses/992/207/info>
2. Основные сервисы и технологии Mathcad 14. URL: <http://www.intuit.ru/studies/courses/10678/1113/info>
3. Введение в алгебру. Национальный открытый университет. URL: <http://www.intuit.ru/studies/courses/1009/197/info>
4. Общероссийский математический портал MATH-NET URL: www.mathnet.ru

8. Материально-техническое обеспечение

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная стандартной учебной мебелью, мультимедиапроектором, ноутбуком, колонками и интерактивной доской.

Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная стандартной учебной мебелью. Доступна электронная библиотека кафедры математического анализа.

Помещение для самостоятельной работы – компьютерный класс с доступом к сети «Интернет» и ЭИОС СмолГУ.

9. Программное обеспечение

Microsoft Open License (Windows XP, 7, 8, 10, Server, Office 2003-2016), лицензия 66975477 от 03.06.2016 (бессрочно).

PTC Mathcad 15.0 (Лицензия 449732)

Обучающимся обеспечен доступ к ЭБС «Юрайт», а также доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0
Владелец: Артеменков Михаил Николаевич
Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022