

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»

Кафедра математического анализа

«Утверждаю»

Проректор по учебно-
методической работе
_____ Ю.А. Устименко
«09» сентября 2021 г.

**Рабочая программа дисциплины
Б1.Б.07 Математика**

Направление подготовки: 05.03.06 Экология и природопользование

Направленность: Экология и природопользование

Курс – 1

Семестр – 1

Форма обучения – очная

Всего зачетных единиц – 3, часов – 108

Лекции – 18 час.

Практические занятия – 36 час.

Самостоятельная работа – 54 час.

Форма отчетности: зачет – 1 семестр

Программа составлена на основе ФГОС ВО по направлению подготовки
05.03.06 Экология и природопользование

Программу разработал:

доктор ф.-м. наук, профессор Расулов К.М.,

ассистент Перельман Н.Р.

Одобрена на заседании кафедры математического анализа
«02» сентября 2021 года, протокол № 1

Смоленск
2021

1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина Б1.Б.07 «Математика» входит в базовую часть ОП по направлению подготовки 05.03.06 Экология и природопользование. Для изучения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в результате обучения в средней общеобразовательной школе. Дисциплина «Математика» читается в 1 семестре и предшествует изучению дисциплин вариативной части и дисциплин по выбору студентов ОП подготовки бакалавра по направлению подготовки «Экология и природопользование», формирует профессиональные компетенции, необходимые для прохождения учебной и производственной практик. Дисциплина «Математика» имеет межпредметные связи с дисциплинами «Информатика», «Экономика природопользования», «Практика расчета экологических нормативов».

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Данная дисциплина способствует формированию следующих общепрофессиональных компетенций, предусмотренных ФГОС по направлению подготовки:

– владением базовыми знаниями в области фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом экологических наук, обработки информации и анализа данных по экологии и природопользованию (ОПК-1).

В результате освоения дисциплины студент должен

Знать: определения и свойства основных математических понятий, теоремы, возможные практические применения.

Уметь: решать типовые задачи по высшей математике, применять математические навыки в экологических науках.

Владеть: разнообразными методами математического аппарата, способами его применения при решении различных прикладных задач экологии.

3. Содержание дисциплины

- 1. Теория матриц и определителей.** Матрицы. Сумма матриц и произведение матрицы на число. Произведение матриц. Определитель и его основные свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Ранг матрицы. Обратная матрица.
- 2. Системы линейных уравнений.** Элементарные преобразования и методы решения систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
- 3. Аналитическая геометрия.** Линейные действия над векторами. Скалярное произведение. Векторное произведение. Смешанное произведение. Уравнение плоскости в пространстве. Прямая в пространстве.
- 4. Основы дифференциального исчисления.** Производная. Дифференцирование основных элементарных функций. Производная сложной функции. Логарифмическое дифференцирование. Производные высших порядков. Формула Лейбница. Исследование функций с помощью производных. Монотонность функции. Отыскание точек экстремума. Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции. Асимптоты графика функции. Примерная схема исследования функции и построение её графика. Нахождение наибольших и наименьших значений функции. Задачи на оптимизацию.
- 5. Основы интегрального исчисления.** Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица неопределённых интегралов. Замена переменной в неопределённом интеграле. Интегрирование по частям.
- 6. Элементы теории вероятностей и математической статистики.** События и операции над ними. Классическое определение вероятности. Геометрическая

вероятность. Теоремы о вероятности суммы и произведения событий. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Схема независимых испытаний Бернулли. Понятие случайной величины. Функция распределения. Биномиальная, Пуассоновская, равномерная, нормальная случайные величины. Математическое ожидание, дисперсия случайной величины. Выборка, её представления и характеристики Точечные оценки параметров генеральной совокупности. Интервальные оценки параметров генеральной совокупности.

4. Тематический план

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий			
			лекции	семинары	практические занятия	самостоятельная работа
1.	Теория матриц и определителей	13	2		4	7
2.	Системы линейных уравнений	13	2		4	7
3.	Аналитическая геометрия	13	2		4	7
4.	Основы дифференциального исчисления	25	4		8	13
5.	Основы интегрального исчисления	20	4		6	10
6.	Элементы теории вероятностей и математической статистики	24	4		10	10
ИТОГО		108	18		36	54

5. Виды учебной деятельности

Лекции

1. Матрицы. Сумма матриц и произведение матрицы на число. Произведение матриц. Определитель и его основные свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Ранг матрицы. Обратная матрица.
2. Элементарные преобразования и методы решения систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
3. Линейные действия над векторами. Скалярное произведение. Векторное произведение. Смешанное произведение. Уравнение плоскости в пространстве. Прямая в пространстве.
4. Производная. Дифференцирование основных элементарных функций. Производная сложной функции. Логарифмическое дифференцирование. Производные высших порядков. Формула Лейбница.
5. Исследование функций с помощью производных. Монотонность функции. Отыскание точек экстремума. Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции. Асимптоты графика функции. Примерная схема исследования функции и построение её графика. Нахождение наибольших и наименьших значений функции.
6. Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица неопределённых интегралов. Замена переменной в неопределённом интеграле. Интегрирование по частям.

7. События и операции над ними. Классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность. Теоремы о вероятности суммы и произведения событий. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Схема независимых испытаний Бернулли.

8. Понятие случайной величины. Функция распределения. Биномиальная, пуассоновская, равномерная, нормальная случайные величины. Математическое ожидание, дисперсия случайной величины.

9. Выборка, её представления и характеристики. Точечные оценки параметров генеральной совокупности. Интервальные оценки параметров генеральной совокупности.

Практические занятия

Занятие 1. Понятие матрицы. Действия с матрицами.

Теоретические вопросы

1. Что называется матрицей? Порядком матрицы? Квадратной матрицей?
2. Дайте определения операциям над матрицами: сложению матриц, умножению матрицы на число, умножению матриц. Какими свойствами обладают эти операции?
3. Что называется определителем квадратной матрицы?

Задачи и упражнения

1. Найдите $3A - 2 \cdot B$, $A \cdot B$, $B \cdot A$, $B^T \cdot A^T$ и A^2 , если:

а) $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$; б) $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Вычислите произведения матриц:

а) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.

3. При каких значениях a матрицы $A = \begin{pmatrix} a^2 & 2 \\ 2 & a \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & a \end{pmatrix}$ перестановочны (то есть $A \cdot B = B \cdot A$)?

Задания для самостоятельного выполнения

1. Найдите $(A - B)^2$ и $A^2 - 2A \cdot B + B^2$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислите произведения матриц:

а) $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot (2 \quad -1 \quad 1)$.

3

Занятие 2. Вычисление определителей. Обратная матрица.

Теоретические вопросы

1. По каким правилам можно находить определители матриц второго и третьего порядка?
2. Дайте определение минора элемента матрицы. Что называется алгебраическим дополнением элемента матрицы?
3. Сформулируйте теорему Лапласа. Как она помогает вычислять определители квадратных матриц?
4. Что такое обратная матрица? Каков алгоритм ее вычисления?

Задачи и упражнения

1. Вычислите определители:

а) $\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$.

2. Для матрицы A вычислите алгебраические дополнения всех ее элементов:

а) $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; б) $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Вычислите определитель, пользуясь теоремой Лапласа

а) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & -4 & 0 \end{vmatrix}$.

4. С помощью определителя найдите матрицу, обратную к матрице

а) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Задания для самостоятельного выполнения

1. Вычислите определитель:

а) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}$.

2. С помощью определителя найдите матрицу, обратную к матрице

а) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

Занятие 3. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера и методом обратной матрицы.

Теоретические вопросы

1. Какие системы линейных уравнений можно решить методом обратной матрицы? По формулам Крамера?
2. Сформулируйте алгоритм решения систем линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Сформулируйте алгоритм решения систем линейных уравнений по формулам Крамера.

Задачи и упражнения

1. Решите системы уравнений двумя методами: методом обратной матрицы и по формулам Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = 7, \\ 5x_1 + 7x_2 = 3; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 9, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 3; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 5x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$$

2. Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений
$$\begin{cases} 2ax + 8y = 7, \\ 9x + ay = 3 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

Задания для самостоятельного выполнения

1. Решите системы уравнений двумя методами: методом обратной матрицы и по формулам Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 2, \\ 4x_1 + 4x_2 - 4x_3 = 5, \\ -x_1 - 5x_2 + 7x_3 = -1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 3, \\ x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 7; \end{cases}$$

2. Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений
$$\begin{cases} (a+1)x - a^2y = 2, \\ 3x - 2ay = 2 \end{cases}$$
 не имеет решений.

Занятие 4. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

Теоретические вопросы

1. Какие системы уравнений называются равносильными?
2. Перечислите известные Вам элементарные преобразования систем уравнений?
3. В чем состоит суть метода Гаусса?
4. Что называется общим решением системы линейных уравнений?

Задачи и упражнения

1. Решите системы уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 2, \\ 4x_1 + 4x_2 - 4x_3 = 5, \\ -x_1 - 5x_2 + 7x_3 = -1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 7x_1 + 5x_2 - 7x_3 - x_4 = 8, \\ x_1 + 8x_2 - 18x_3 - 5x_4 = -6; \end{cases}$$
$$\text{в) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 3, \\ 4x_1 - x_2 - 9x_3 - 7x_5 = 6, \\ -x_1 - 3x_2 + 10x_3 - 4x_4 + 6x_5 = 3, \\ 3x_1 - 6x_3 - x_4 - 4x_5 = 4. \end{cases}$$

2. Найдите решение системы уравнений в зависимости от параметра a :

$$\text{а) } \begin{cases} ax_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + ax_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + ax_3 = 1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} (1+a)x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + (1+a)x_2 + x_3 = a, \\ x_1 + x_2 + (1+a)x_3 = a^2. \end{cases}$$

Задания для самостоятельного выполнения

1. Решите системы уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - 3x_2 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 = -1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 3, \\ x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 7; \end{cases}$$
$$\text{в) } \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 4, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 0; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 4, \\ 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5, \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 11. \end{cases}$$

Занятие 5. Векторы на плоскости и в пространстве. Скалярное произведение.

Теоретические вопросы

1. Что называется вектором на плоскости (в пространстве)?
2. Какие два вектора называются равными?
3. Что называется углом между векторами? Какие векторы называются ортогональными?
4. Дайте определение скалярному произведению двух векторов. Назовите его свойства.

Задачи и упражнения

1. Даны три точки $A(-3; 4)$, $B(2; 1)$, $C(3; -2)$.

- а) Найдите координаты векторов \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{AC} и их модули.
- б) Найдите координаты точки K , лежащей на отрезке AB и делящей его в отношении $1:3$, считая от точки A .
- в) Найдите длину медианы AM треугольника ABC .
- г) Вычислите косинус угла BAC .
- д) Докажите, что если $D(-1; -2)$, то диагонали четырехугольника $ABCD$ перпендикулярны.

2. При каком значении параметра m векторы $\vec{a}(m; -3; 2)$ и $\vec{b}(1; 2; -m)$ ортогональны?

3. Даны вершины треугольной пирамиды $A(3; -1; 5)$, $B(4; 2; -5)$, $C(-4; 0; 3)$ и $D(1; 0; -2)$.

- а) Найдите координаты векторов \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , \overline{BC} и их модули.
- б) Вычислите косинус угла BAC .

Задания для самостоятельного выполнения

1. Даны вершины треугольника $A(1; -2)$, $B(3; -1)$, $C(-1; 5)$.

- а) Найдите стороны AB , AC и BC .

- б) Найдите длину медианы AM треугольника ABC .
 в) Вычислите косинус угла BAM .
 2. Даны вершины треугольной пирамиды $S(0; 0; 0)$, $A(2; -1; 3)$, $B(-2; 2; 0)$, $C(-4; 2; 1)$. Найдите длины ребер SA , SB и SC .

Занятие 6. Уравнение прямой на плоскости и в пространстве. Уравнение плоскости.

Теоретические вопросы

- Какие виды уравнений прямой на плоскости Вы знаете?
- Как по общим уравнениям прямых определить, перпендикулярны ли они? Параллельны ли они? Какой угол между ними?
- По какой формуле можно найти расстояние от данной точки до заданной общим уравнением прямой?
- Какие виды уравнений плоскости Вы знаете?
- Как по общим уравнениям плоскостей определить, перпендикулярны ли они? Параллельны ли они? Какой угол между ними?
- Как можно найти расстояние от данной точки до заданной общим уравнением плоскости?
- Какие виды уравнений прямой в пространстве Вы знаете?
- Как по каноническим уравнениям прямых в пространстве определить угол между ними?

Задачи и упражнения

- Постройте прямые, заданные уравнениями: $y = 2x - 3$; $x - 3y + 5 = 0$;
 $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1}$; $2(x+2) - 3(y-1) = 0$; $\begin{cases} x = t, \\ y = -1 - 2t. \end{cases}$
- Напишите уравнения прямой:
 - проходящей через точки $A(-1; 3)$ и $B(2; 1)$;
 - проходящей через точку $C(0; -2)$ параллельно прямой $x + y - 2 = 0$;
 - проходящей через точку $D(1; -1)$ перпендикулярно прямой $y = 2x$.
- Найдите угол, образованный прямой $2x - 3y - 1 = 0$
 - с положительным направлением оси абсцисс;
 - с прямой $x + 2y - 3 = 0$.
- Среди прямых $3x - 2y + 17 = 0$, $6x - 4y - 9 = 0$, $6x + 4y - 5 = 0$, $2x + 3y - 16 = 0$ укажите перпендикулярные и параллельные. Найдите расстояние между параллельными прямыми.
- Напишите уравнения плоскости:
 - по трем точкам $A(-1; 3; -2)$, $B(2; 1; 1)$ и $C(-3; 1; 0)$;
 - по точке $F(1; -3; 0)$ и вектору нормали $\vec{n}(-1; 0; 1)$
- Напишите каноническое и параметрическое уравнения прямой:
 - проходящей через точки $A(-1; 0; 2)$ и $B(2; -1; 1)$;
 - проходящей через точку $K(1; -1; 2)$ параллельно прямой $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{3}$;
 - проходящей через точку $D(2; 1; 2)$ перпендикулярно плоскости $3x - y + 2z + 1 = 0$.

Задания для самостоятельного выполнения

1. Даны вершины треугольника $A(1; -2)$, $B(3; -1)$, $C(-1; 5)$.
 - а) Напишите уравнения сторон AB , AC и BC .
 - б) Напишите уравнение высоты AH и найдите координаты точки H .
 - в) Найдите расстояние от точки H до прямой AC .
 - г) Напишите уравнение прямой, проходящей через точку B параллельно прямой AC .
 - д) Найдите величину угла BAC .
2. Даны вершины треугольной пирамиды $S(0; 0; 0)$, $A(2; -1; 3)$, $B(-2; 2; 0)$, $C(-4; 2; 1)$.
 - а) Найдите уравнения граней ABC и SBC , а также угол между этими плоскостями.
 - б) Найдите уравнения ребер SA , SB , а также угол между ними.

Занятие 7-8. Производная функции. Правила дифференцирования. Производная сложной функции.

Теоретические вопросы

1. Сформулируйте определение производной функции в точке.
2. Перечислите основные правила дифференцирования функций.
3. Сформулируйте теорему о производной сложной функции.

Задачи и упражнения

1. Пользуясь определением, найдите $f'(1)$, если $f(x) = x^2 - 3x$.
2. Найдите производную функции:
 - а) $y = x^3 - 2x^2$; б) $y = \frac{x^2 \cdot 2^x}{x+1}$; в) $y = (x^2 - x) \ln x$; г) $y = x^3 \sin x - 3\sqrt{x}$;
 - д) $y = \frac{x^2 + 2x}{x^3 - 1}$; е) $y = e^{-x^2 + \cos x}$; ж) $y = \operatorname{tg}(x^2 + \sqrt[3]{x})$; з) $y = \sin(\ln x^2)$,
 - и) $y = \operatorname{ctg} x^2 + \operatorname{arcctg} x^2$.

Задания для самостоятельного выполнения

1. Найдите производную функции:
 - а) $y = (x^2 + 2x) \ln x$; б) $y = \frac{x^2 - x + \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}}$; в) $y = e^{-\frac{x^2}{2}}$.

Занятие 9. Исследование функции на монотонность и экстремумы с помощью производной.

Теоретические вопросы

1. Дайте определение точки локального максимума (минимума). Какие точки могут быть точками экстремума функции?
2. Сформулируйте определение возрастающей (убывающей) функции на промежутке. Как с помощью производной можно определить промежутки монотонности функции?

Задачи и упражнения

1. Исследуйте функцию на экстремум, определите промежутки монотонности и схематично изобразите ее график.
 - а) $y = xe^{-x^2}$, б) $y = x(x-1)^3$, в) $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$.

Задания для самостоятельного выполнения

1. Исследуйте функцию $y = (x^2 + x) \ln x$ на экстремум, монотонность.

Занятие 10. Исследование функции на выпуклость и перегиб, асимптоты с помощью производной.

Теоретические вопросы

1. В каком случае говорят, что график функции является выпуклым вверх (вниз) на промежутке? Что называется точкой перегиба графика функции?
2. Дайте определение асимптоты графика функции? Как найти вертикальные (наклонные) асимптоты?
3. Назовите общую схему исследования функции.

Задачи и упражнения

1. Найдите точки перегиба графика $y = x(x-1)^3$ и определите промежутки, на которых график функции является выпуклым вверх (вниз).

2. Найдите асимптоты графика функции $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$.

3. Проведите полное исследование функции и постройте ее график:

а) $y = x^2 \ln x$; б) $y = \frac{x}{x^2 - 1}$.

Задания для самостоятельного выполнения

1. Исследуйте функцию $y = (x^2 + x) \ln x$ на выпуклость и перегиб.. Схематично изобразите ее график.

2. Найдите асимптоты графика функции $y = \frac{2x^2 - 1}{x + 1}$.

3. Проведите полное исследование функции $y = xe^{-2x}$ и постройте ее график.

Занятие 11. Вычисление неопределенных интегралов.

Теоретические вопросы

5. Что называется первообразной функции $y = f(x)$ на промежутке?
6. Дайте определение неопределенного интеграла.
7. Сформулируйте основные свойства неопределенного интеграла.
8. Сформулируйте теорему о замене переменной в неопределенном интеграле. Приведите примеры.
9. Чему равен интеграл $\int f(kx + b) dx$, где k и b – некоторые числа, $k \neq 0$, если известно, что $\int f(x) dx = F(x) + C$, C – произвольная постоянная.

Задачи и упражнения

1. Найдите неопределенные интегралы:

а) $\int (2x^2 - x + 3\sqrt{x}) dx$; б) $\int \frac{(x-1)^2}{x^3} dx$; в) $\int \frac{2x}{x+3} dx$;

г) $\int \left(2 \sin x - \frac{3}{\cos^2 x} \right) dx$; д) $\int \frac{e^x - 1}{e^{2x}} dx$; е) $\int \operatorname{tg}^2 x dx$;

ж) $\int \frac{dx}{x^2 - 16}$; з) $\int \frac{dx}{x^2 + 16}$; и) $\int \frac{dx}{\sqrt{16 - x^2}}$;

$$\text{к) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 16}}; \quad \text{л) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 16}}; \quad \text{м) } \int \frac{dx}{\sqrt{16 - 2x^2}}.$$

2. Заполните пропуски так, чтобы получились верные равенства:

$$\text{а) } xdx = d(\dots); \quad \text{б) } d(\cos x) = (\dots)dx; \quad \text{в) } (\dots)dx = d(x^2 + 1);$$

$$\text{г) } d(\dots) = e^x dx; \quad \text{д) } d(\operatorname{tg} x) = (\dots)dx; \quad \text{е) } \frac{dx}{x} = d(\dots).$$

3. Найдите неопределенные интегралы методом внесения под знак дифференциала или методом замены:

$$\text{а) } \int 2\cos(3x - 1) dx; \quad \text{б) } \int \frac{2x + 3}{3x - 1} dx; \quad \text{в) } \int \frac{2x}{x^2 + 3} dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 3}} dx; \quad \text{д) } \int xe^{-x^2} dx; \quad \text{е) } \int \frac{dx}{x^2 + 4x + 8};$$

$$\text{ж) } \int \frac{dx}{x^2 + 4x - 8}; \quad \text{з) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 8x}}; \quad \text{и) } \int \frac{dx}{\sqrt{8x - x^2}}.$$

Задания для самостоятельного выполнения

1. Найдите неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int x^4(3 - x) dx; \quad \text{б) } \int \frac{(\sqrt{x} - x)^2}{x} dx; \quad \text{в) } \int \frac{2x}{x + 3} dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{1}{x^2} \cdot e^x dx; \quad \text{д) } \int x \sin(x^2) dx; \quad \text{е) } \int \frac{dx}{x^2 - 6x + 10};$$

$$\text{ж) } \int \frac{dx}{x^2 + 6x - 8}; \quad \text{з) } \int \frac{dx}{\sqrt{2x^2 - 8x}}; \quad \text{и) } \int \frac{dx}{\sqrt{8x - 4x^2}};$$

$$\text{к) } \int \frac{(2x - 1)dx}{\sqrt{x^2 - x + 2}}; \quad \text{л) } \int \frac{(1 - x)dx}{\sqrt{x^2 + x}}; \quad \text{м) } \int \frac{\operatorname{arctg} x dx}{1 + x^2}.$$

Занятие 12. Вычисление определенных интегралов.

Теоретические вопросы

1. Сформулируйте определение определенного интеграла функции $f(x)$ на отрезке $[a; b]$.
2. Назовите основные свойства определенного интеграла?
3. Как можно вычислить определенный интеграл при помощи формулы Ньютона-Лейбница?
4. Сформулируйте теорему о замене переменной в определенном интеграле.

Задачи и упражнения

1. Вычислите определенные интегралы:

$$\text{а) } \int_1^4 (3x^2 - 2x + 2\sqrt{x}) dx; \quad \text{б) } \int_1^2 \frac{(x + 1)^2}{x} dx; \quad \text{в) } \int_0^{\pi/2} \sin 2x dx;$$

$$\begin{array}{lll} \text{г)} \int_0^{\pi/4} \left(2\sin x - \frac{3}{\cos^2 x} \right) dx; & \text{д)} \int_0^1 \frac{e^{2x} + 1}{e^x} dx; & \text{е)} \int_{-\pi/6}^{\pi/3} \cos^2 3x dx; \\ \text{ж)} \int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 9}; & \text{з)} \int_0^{\pi} \frac{dx}{x^2 + 9}; & \text{и)} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{dx}{\sqrt{9 - x^2}}. \end{array}$$

Задания для самостоятельного выполнения

1. Вычислите определенные интегралы:

$$\begin{array}{lll} \text{а)} \int_{-1}^3 (3x^2 - 2x + 5) dx; & \text{б)} \int_1^4 \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx; & \text{в)} \int_0^{\pi/2} \cos 3x dx. \end{array}$$

Занятие 13. Основы комбинаторики.

Теоретические вопросы.

1. Сформулируйте правила суммы и произведения?
2. Что такое выборка длиной m ?
3. Каковы формулы для подсчета количества всех размещений, сочетаний, перестановок (без повторений и с повторениями) для множества из n элементов

Задачи и упражнения

1. У мамы 2 яблока и 3 груши. Каждый день в течение 5 дней подряд она выдает по одному фрукту. Сколькими способами это может быть сделано?
2. Предприятие может предоставить работу по одной специальности 4 женщинами, по другой - 6 мужчинам, по третьей - 3 работникам независимо от пола. Сколькими способами можно заполнить вакантные места, если имеются 14 претендентов: 6 женщин и 8 мужчин?
3. В пассажирском поезде 9 вагонов. Сколькими способами можно рассадить в поезде 4 человека, при условии, что все они должны ехать в различных вагонах?
4. В группе 9 человек. Сколько можно образовать разных подгрупп при условии, что в подгруппу входит не менее 2 человек?
5. Группу из 20 студентов нужно разделить на 3 бригады, причем в первую бригаду должны входить 3 человека, во вторую — 5 и в третью — 12. Сколькими способами это можно сделать.
6. Для участия в команде тренер отбирает 5 мальчиков из 10. Сколькими способами он может сформировать команду, если 2 определенных мальчика должны войти в команду?

Задания для самостоятельного выполнения

7. В шахматном турнире принимали участие 15 шахматистов, причем каждый из них сыграл только одну партию с каждым из остальных. Сколько всего партий было сыграно в этом турнире?
8. Сколько различных дробей можно составить из чисел 3, 5, 7, 11, 13, 17 так, чтобы в каждую дробь входили 2 различных числа? Сколько среди них будет правильных дробей?
9. Сколько слов можно получить, переставляя буквы в слове Гора и Институт?

10. Каких чисел от 1 до 1 000 000 больше: тех, в записи которых встречается единица, или тех, в которых она не встречается?

Занятие 14. Классическое определение вероятности. Вероятность суммы и произведения.

Теоретические вопросы.

1. Сформулируйте классическое определение вероятности.
2. Сформулируйте теоремы о вероятности суммы и произведения.

Задачи и упражнения

1. Абонент забыл последнюю цифру номера телефона и поэтому набирает её наугад. Определить вероятность того, что ему придётся звонить не более чем в 3 места.
2. Абонент забыл последние 2 цифры телефонного номера, но помнит, что они различны и образуют двузначное число, меньшее 30. С учетом этого он набирает наугад 2 цифры. Найти вероятность того, что это будут нужные цифры.
3. Шесть шаров случайным образом раскладывают в три ящика. Найти вероятность того, что во всех ящиках окажется разное число шаров, при условии, что все ящики не пустые.
4. На шахматную доску случайным образом поставлены две ладьи. Какова вероятность, что они не будут бить одна другую?
5. Шесть рукописей случайно раскладывают по пяти папкам. Какова вероятность того, что ровно одна папка останется пустой?
6. Цифры 1, 2, 3, ..., 9, выписанные на отдельные карточки складывают в ящик и тщательно перемешивают. Наугад вынимают одну карточку. Найти вероятность того, что число, написанное на этой карточке: а) четное; б) двузначное.

Задания для самостоятельного выполнения

1. На полке в случайном порядке расставлено 40 книг, среди которых находится трехтомник Пушкина. Найти вероятность того, что эти тома стоят в порядке возрастания номера слева направо, но не обязательно рядом.
2. На каждой из пяти одинаковых карточек напечатана одна из следующих букв: "а", "м", "р", "т", "ю". Карточки тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что на четырех вынутых по одной карточке можно прочесть слово "юрта".
3. Ребенок имеет на руках 5 кубиков с буквами: А, К, К, Л, У. Какова вероятность того, что ребенок соберет из кубиков слово "кукла"?

Занятие 15. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.

Теоретические вопросы

1. Что такое гипотезы для события A ?
2. Какова формула полной вероятности?
3. Назовите формулы Байеса для вероятностей гипотез.

Задачи и упражнения

1. Изделия в магазин поступают с трех фабрик. 20% - с первой, 30% - со второй и 50% - с третьей. На первой фабрике 1% брака, на второй – 2%, на третьей – 0,5%. В магазине случайным образом покупается изделие. Найти вероятность, что оно браковано.
2. Имеется 2 белых и 2 черных шара. Подсудимый должен распределить камни по двум сосудам, используя все камни. Затем случайным образом выбирается сосуд и вытаскивается один камень. Если он белый, то казнь подсудимого отменяется. Как выгоднее всего распределить камни?
3. На экзамен пришли 10 студентов. Из них 3 подготовлены отлично, 4 – хорошо, 2 – удовлетворительно и 1 – плохо. Отлично подготовленный студент знает 20 вопросов, хорошо подготовленный – 16, удовлетворительно – 10 и плохо – 5. Студент ответил на все 3 вопроса. Какова вероятность, что он подготовлен а) отлично; б) плохо.

Задания для самостоятельного выполнения

1. Из 1000 ламп 380 принадлежат к 1 партии, 270 – ко второй партии, остальные к третьей. В первой партии 4% брака, во второй - 3%, в третьей – 6%. Наудачу выбирается одна лампа. Определить вероятность того, что выбранная лампа – бракованная.
2. Из 30 стрелков 12 попадает в цель с вероятностью 0,6, 8 - с вероятностью 0,5 и 10 – с вероятностью 0,7. Наудачу выбранный стрелок произвел выстрел, поразив цель. К какой из групп вероятнее всего принадлежал этот стрелок?

Занятие 16. Повторение испытаний. Схема Бернулли.

Теоретические вопросы

1. Какие условия должны выполняться, чтобы можно было применить схему Бернулли?
2. Какова формула Бернулли вероятности появления события m раз из n независимых испытаний?

Задачи и упражнения

1. Пусть вероятность того, что телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,2. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока из 6 телевизоров: а) не более одного потребует ремонта; б) хотя бы один не потребует ремонта.
2. Что более вероятно выиграть у равносильного противника – две партии из четырех или три из шести?
3. В результате обследования выявлены семьи, имеющие по 4 ребенка. Какова вероятность наличия в такой семье одного мальчика? Двух мальчиков? (Рождение мальчика и девочки считается равновероятным).
4. При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность поражения цели равна 0,9. Найти вероятность того, что из 20 выстрелов число удачных будет не менее 16 и не более 19.

Задания для самостоятельного выполнения

1. Среди деталей, обрабатываемых рабочим, бывает в среднем 4% нестандартных. Найти вероятность того, что среди взятых на испытание 30 деталей две будут нестандартными.
2. Определить вероятность того, что в семье, имеющей 5 детей, будет не больше трех девочек. Вероятности рождения мальчика и девочки предполагаются одинаковыми.

Занятие 17. Случайные величины. Числовые характеристики случайных величин.

Теоретические вопросы

1. Дайте определение случайной величины.
2. Каковы основные виды случайных величин?
3. Назовите формулы для определения числовых характеристик случайных величин.

Задачи и упражнения

1. На пути движения автомашины 4 светофора, каждый из которых запрещает дальнейшее движение автомашины с вероятностью 0,5. Найти ряд распределения числа светофоров, пройденных машиной до первой остановки. Чему равны математическое ожидание и дисперсия этой случайной величины?
2. В магазине имеется 15 автомобилей определенной марки. Среди них 7 черного цвета, 6 серого и 2 белого. Представители фирмы обратились в магазин с предложением о продаже им 3 автомобилей этой марки, безразлично какого цвета. Составьте ряд распределения числа проданных автомобилей черного цвета при условии, что автомобили отбирались случайно.
3. В городе 4 коммерческих банка. У каждого риск банкротства в течение года составляет 20%. Составьте ряд распределения числа банков, которые могут обанкротиться в течение следующего года.
4. Охотник стреляет по дичи до первого попадания, но успевает сделать не более четырех выстрелов. Составить закон распределения числа промахов, если вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,7. Найти дисперсию этой случайной величины.

Задания для самостоятельного выполнения

1. В магазине продаются 5 отечественных и 3 импортных телевизора. Составить закон распределения случайной величины – числа импортных из четырех наудачу выбранных телевизоров. Найти функцию распределения этой случайной величины и построить ее график.

Занятие 18. Выборка. Основные представления выборки.

Теоретические вопросы

1. Дайте определение генеральной и выборочной совокупности.
2. Назовите основные способы представлений выборки.
3. Каковы основные числовые характеристики выборки?
4. В чем суть выборочного метода?

Задачи и упражнения

1. Закинул старик в реку невод. Пришел невод с таким уловом (в порядке вытаскивания):
 П, О, Л, С, Я, П, К, О, З, К, П, К, Я, С, О, П, П, Л, О, О, Л, С, О, П, Л, П, К, Л, К, П, П, С,
 П, П, З, К, Я, П, З, С, О, О, Я, П, П, О, Л, С, Л, С, П, О, П, Л, К, С, О, Я, Л, П, С, О, Л, П,
 О, К, Л, П, О, О, П, О, Я, Л, П, С, П, О, Л, П, З. Буквами обозначены: З – Золотая рыбка; К - Карась; Л – Лещ; О – Окунь; П – Пескарь; С – Сом; Я – Язь.

- а) Произведите ранжирование ряда данных в алфавитном порядке.
 б) Составьте таблицу относительных частот.
 в) Какой процент пойманной рыбы составляют золотые рыбки?
 г) Используя полученную стариком выборку, оцените, какие виды рыб наиболее и наименее распространены в местах, где старик закинул невод.

2. Дан следующий вариационный ряд

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	2	4	4	4	5	5	5

Требуется

- 1) Построить полигон распределения, гистограмму.
- 2) Вычислить выборочную среднюю, дисперсию.
- 3) Построить выборочную функцию распределения

Задания для самостоятельного выполнения

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема n . Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение, исправленную выборочную дисперсию. Построить гистограмму и полигон относительных частот.

10,5	11	11,5	12	12,5	13	13,5
2	18	40	25	6	5	4

Самостоятельная работа

Вопросы для самоконтроля к зачету

1. Матрицы. Сумма матриц и произведение матрицы на число. Произведение матриц.
2. Определитель и его основные свойства. Миноры и алгебраические дополнения.
3. Ранг матрицы. Обратная матрица.
4. Элементарные преобразования и методы решения систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
5. Линейные действия над векторами. Скалярное произведение.
6. Уравнение плоскости в пространстве.
7. Прямая в пространстве.
8. Производная. Дифференцирование основных элементарных функций. Производная сложной функции.
9. Исследование функций с помощью производных. Монотонность функции. Отыскание точек экстремума.
10. Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции. Асимптоты графика функции.
11. Схема исследования функции и построение её графика.
12. Нахождение наибольших и наименьших значений функции.
13. Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица неопределённых интегралов.
14. Замена переменной в неопределённом интеграле. Интегрирование по частям.
15. События и операции над ними. Классическое определение вероятности.
16. Геометрическая вероятность.
17. Теоремы о вероятности суммы и произведения событий.
18. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
19. Схема независимых испытаний Бернулли.
20. Понятие случайной величины. Функция распределения.
21. Биномиальная, пуассоновская, равномерная, нормальная случайные величины.
22. Математическое ожидание, дисперсия случайной величины.

23. Выборка, её представления и характеристики. Точечные оценки параметров генеральной совокупности. Интервальные оценки параметров генеральной совокупности.

6. Фонд оценочных средств

компетенция	этапы формирования (семестр)	дисциплины, практики, НИР, ГИА	Критерии	показатели (по уровням)
ОПК-1 владение базовыми знаниями в области фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом экологических наук, обработки информации и анализа данных по экологии и природопользованию	1 семестр	Б1.Б.6 Математика	Знаниевый Деятельностный	«Зачтено»: <i>знает</i> основные понятия фундаментальных разделов математики, необходимые для владения математическим аппаратом экологических наук. «Не зачтено»: <i>не знает</i> основные понятия фундаментальных разделов математики, необходимые для владения математическим аппаратом экологических наук. «Зачтено»: <i>умеет</i> самостоятельно решать задачи фундаментальных разделов математики; <i>владеет</i> первичными навыками применения математического аппарата в экологических науках. «Не зачтено»: <i>не умеет</i> самостоятельно решать задачи фундаментальных разделов математики; <i>не владеет</i> первичными навыками применения математического аппарата в экологических науках

Оценочные средства (примеры)

I. Контрольные вопросы для проверки теоретической подготовки к практическому занятию.

Перечень вопросов приводится в планах практических занятий.

Оценивание ответов студента

"Отлично" выставляется студенту, который демонстрирует при ответе всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой. Свободно ориентируется в основной и дополнительной литературе, рекомендованной программой, а так же показывает усвоение взаимосвязи основных понятий дисциплины и их значений для приобретаемой профессии, проявляет творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.

"Хорошо" выставляется студенту, который демонстрирует при ответе хорошее знание учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные задания, усвоил основную литературу, рекомендованную в программе. Показывает систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

"Удовлетворительно" выставляется студенту, обнаружившему знание основного учебного материала в объёме, необходимом для дальнейшей учёбы и предстоящей работы по профессии, справляющимся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой, допустившим погрешности в ответе, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

"Неудовлетворительно" выставляется студенту, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий, не ознакомившемся с основной литературой, предусмотренной программой, и не овладевшим базовыми знаниями, предусмотренными по данной дисциплине и определёнными предметными умениями.

II. Задания для самостоятельной работы.

Перечень практических заданий для самостоятельной работы приводится в планах практических занятий.

III. Контрольная работа по дисциплине.

Проведение текущего контроля осуществляется также посредством проведения аудиторной письменной контрольной работы.

Контрольная работа

1. Вычислить определитель, разложив его по элементам первой строки

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ a & b & c & d \\ -1 & -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

2. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 10 & 1 \\ 4 & 8 & 18 & 7 \\ 10 & 18 & 40 & 17 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Решить матричное уравнение:

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

4. Найдите вектор x , коллинеарный вектору $a(2;-1;2)$ и удовлетворяющий условию $(x,a)=3$.

5. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $M(2;0;-3)$ и точку $A(0;3;-1)$.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

Богомолов, Н. В. Математика : учебник для прикладного бакалавриата / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 396 с. — (Серия : Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-9916-5075-5.

Богомолов, Н. В. Математика. Задачи с решениями в 2 ч. Часть 1 : учебное пособие для прикладного бакалавриата / Н. В. Богомолов. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 364 с. — (Серия : Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-9916-7442-3.

Богомолов, Н. В. Математика. Задачи с решениями в 2 ч. Часть 2 : учебное пособие для прикладного бакалавриата / Н. В. Богомолов. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 285 с. — (Серия : Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-9916-7443-0.

Дополнительная литература

1. Виленкин И.В., Гровер В.М. Высшая математика для студентов экономических, технических, естественно-научных специальностей ВУЗов, Ростов-на-Дону: «Феникс», 2008.

2. Данилов Ю.М., Журбенко Л.Н. и др. Математика. Учебное пособие. Под редакцией Л.Н. Журбенко, Г.А. Никоновой, М.: ИНФРА-М, 2009.

3. Журбенко Л.Н. и др. Математика в примерах и задачах. Учебное пособие. М.: ИНФРА-М, 2009.

4. Гроссман С., Тернер Дж. Математика для биологов: пер. с англ., М.: Высшая школа, 1983.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://www.intuit.ru> Интернет-Университет Информационных технологий

2. <http://window.edu.ru> – Каталог образовательных Internet-ресурсов.

3. <http://ru.wikipedia.org> Википедия;

4. www.newlibrary.ru - новая электронная библиотека;

5. www.edu.ru – федеральный портал российского образования;

6. www.mathnet.ru – общероссийский математический портал;

7. www.elibrary.ru – научная электронная библиотека;

8. www.matburo.ru – матбюро: решения задач по высшей математике;

9. www.nehudlit.ru - электронная библиотека учебных материалов.

8. Перечень информационных технологий

Microsoft Open License (Windows XP, 7, 8, 10, Server, Office 2003-2016), лицензия 66975477 от 03.06.2016 (бессрочно).

Обучающимся обеспечен доступ к ЭБС «Юрайт», ЭБС «IPRbooks», доступ в электронную информационно-образовательную среду университета, а также доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

9. Материально-техническая база

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине в университете имеется следующая необходимая инструментальная база:

- ноутбук HP 530 CM-530;
- проектор Vivitek Д557W;
- экран настенный ProScreen.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 6314D932A1EC8352F4BBFDEFD0AA3F30
Владелец: Артеменков Михаил Николаевич
Действителен: с 21.09.2022 до 15.12.2023