Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»

Кафедра физики и технических дисциплин

«Утверждаю»
Проректор по учебно-
методической работе
Устименко Ю.А.
«08» сентября 2021 г.

Рабочая программа дисциплины
Б1.В.03 Методы математической физики

Направление подготовки: **44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**
Направленность (профиль): **Физика, Информатика**
Форма обучения: очная
Курс – 3
Семестр – 5
Всего зачетных единиц – 4 часов – 144
Форма отчетности: экзамен – 5 семестр

Программу разработал
кандидат технических наук, доцент Аршиненко И. А.

Одобрена на заседании кафедры
«01» сентября 2021 г., протокол № 1

Заведующий кафедрой Дюндин А.В.

Смоленск
2021

1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Методы математической физика» включена в обязательную часть раздела «Дисциплины (модули)» учебного плана по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)». Дисциплина изучается в 5 семестре и является основой для изучения курсов «Основы теоретической физики», «Электрорадиотехника», «Астрофизика». Для освоения дисциплины «Методы математической физика» используются знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения предметов «Физика», «Математика» на предыдущем уровне образования, а также студентами в ходе изучения дисциплин: «Высшая математика». Изучение методов математической физики позволяет создать условия, необходимые для формирования у студентов современного естественнонаучного мировоззрения и целостной научной картины мира, в которой органично сочетаются знания из различных областей науки. Ядро содержания курса включает не только необходимый комплекс знаний и идей, но и универсальные способы познания и практической деятельности.

В курсе рассматривается математическое описание физических процессов, что позволяет сформировать у студентов представление о тесной связи физики и математики.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения
ПК-7. Способен использовать специализированные знания в области физики для освоения профильных физических дисциплин, математически корректно ставить и решать естественнонаучные задачи	**Знать:** основные методы обработки, структурирования, анализа и синтеза получаемой информации, основные определения, принципы и законы физики, методы физических исследований базовые принципы постановки естественнонаучных задач, определения основных понятий и доказательства теорем по основным разделам математики. **Уметь:** использовать физические и математические модели при решении практических задач, осуществлять учебный эксперимент и обрабатывать его результаты, доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть его следствия. **Владеть:** навыками методами обработки, анализа и синтеза информации, первичными навыками применения математического аппарата к решению конкретных задач в области физики.

3. Содержание дисциплины

Элементы векторного анализа. Поле. Виды полей. Тензоры. Тензорный характер физических величин. Векторный дифференциальный оператор. Градиент, дивергенция, ротор. Интегральные теоремы. Дискретные преобразования C, P, T. Обратимые и необратимые процессы.

Моделирование физических процессов. Постановка задачи о колебании струны. Постановка задачи о колебаниях мембраны. Постановка задач о колебаниях стержней. Постановка задач теплопроводности. Постановка задач диффузии. Постановка задач гидродинамики. Постановка задач для уравнений Максвелла. Распространение волн в длинных электрических линиях. Начальные и граничные условия.

Классификация дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Типы уравнений, полученных при постановке задач математической физики. Общий вид уравнений в частных производных. Уравнения эллиптического, гиперболического, и параболического типов. Приведение уравнений к каноническому виду.

Уравнения математической физики. Общие постановки задач для уравнений в частных производных. Начальные и краевые условия. Корректность задачи. Существование и единственность решений.

Интеграл Фурье в действительной и комплексной форме. Импульсная функция Дирака. Ступенчатые функции Хевисайда. Линейные операторы. Собственные функции и собственные числа линейных операторов. Специальные функции математической физики. Функции Бесселя, полиномы Лежандра. Ортогональные системы функций. Ряды по ортогональным системам. Равенство Парсеваля. Решение неоднородных уравнений. Функция Грина. Коммутаторы и антикоммутаторы. Сингулярные функции математической физики.

(Должно быть представлено в виде аннотации, разделы и темы которой согласуются с тематическим планом, объемом не более 1 стр.)

4. Тематический план

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий		
			лекции	практические занятия	самостоятельная работа
1	Элементы векторного анализа	21	6	8	7
2	Моделирование физических процессов	27	12	10	5
3	Классификация дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка	17	4	8	5
4	Уравнения математической физики. Общие постановки задач.	28	6	12	10
5	Интеграл Фурье в действительной и комплексной форме	24	4	10	10
	Контроль (экзамен)	27			27
	Итого	**144**	**32**	**48**	**37+27**

5. Виды образовательной деятельности[1]

Занятия лекционного типа

1. Задачи курса «Методы математической физики» Поля физических величин. Тензорные свойства физических величин. Преобразования физических величин (непрерывные и дискретные). CPT–теорема.
2. Элементы векторного анализа . Дифференциальные характеристики полей. Дифференциальный оператор Набла. Градиент, дивергенция, ротор.
3. Интегральные характеристики полей. Циркуляция, поток векторного поля. Связь дифференциальных и интегральных характеристик полей. Интегральные теоремы.
4. Постановка задачи о колебаниях струны.
5. Постановка задачи о колебаниях мембраны.
6. Постановка задачи о колебаниях стержней.
7. Постановка задач теплопроводности.
8. Постановка задач диффузии.
9. Постановка задач гидродинамики.
10. Постановка задач для уравнений Максвелла.
11. Дифференциальные уравнения математической физики. Типы уравнений. Решение уравнений (постановка задачи: начальные и граничные условия).

[1] Содержание данного раздела может быть представлено в электронной информационно- образовательной среде СмолГУ или в опубликованном учебно-методическом пособии.

12. Классификация линейных уравнений с частными производными 2-го порядка с двумя независимыми переменными. Приведение к каноническому виду.
13. Системы ортогональных функций. Специальные функции математической физики. Разложение решений по системам ортогональных функций.
14. Решение двумерного гиперболического дифференциального уравнения в полярных координатах. Функции Бесселя. Ортогональность функций Бесселя.
15. Решение трехмерного гиперболического уравнения в сферических координатах. Полиномы Лежандра. Присоединенные полиномы Лежандра.
16. Решение параболического уравнения. Постановка задачи. Начальные и граничные условия. Температурные волны. Проникновение электромагнитных колебаний в среды.

Занятия семинарского типа

Занятие 1. Элементы векторного анализа (ч. 1)

Задача 1. Вычислить grad R.

Задача 2. Вычислить grad φ(R).

Задача 3. Вычислить grad 1/R.

Задача для самостоятельного решения

Вычислить grad(φψ).

Занятие 2. Элементы векторного анализа (ч. 2)

Задача 1. Получить выражение grad φ в сферической системе координат.

Задача 2. Вычислить grad($\vec{a}\vec{R}$), где $\vec{a} = const$, а $\vec{R}$ – радиус-вектор.

Задача для самостоятельного решения

Найти div grad φ

Занятие 3. Элементы векторного анализа (ч. 3)

Задача 1. Проиллюстрировать математическую теорему Остроградского-Гаусса на примере радиуса-вектора $\vec{R}$. В качестве объема интегрирования взять шар радиуса R, а в качестве замкнутой поверхности – сферическую поверхность радиуса R.

Задача 2. Показать, что $\oint_S \left(rot\vec{A}\right)d\vec{S} = 0$

Задача для самостоятельного решения

Показать, что $\oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0$, где $\vec{B}$ - вектор индукции магнитного поля.

Занятие 4. Элементы векторного анализа (ч. 4)

Задача 1. На основании теоремы Остроградского-Гаусса показать, что $div\left(rot\vec{A}\right) = 0$.

Задача 2. Показать, что $div\frac{\vec{P}}{R} = \frac{\vec{R}}{R}\frac{d}{dR}\left(\frac{\vec{P}}{R}\right)$, где $\vec{P} = \vec{P}(R)$.

Задача для самостоятельного решения

Вычислить ротор радиуса-вектора.

Занятие 5. Некоторые методы решения уравнений математической физики.

Задача 1. Найти общее решение уравнения $x^2\frac{\partial^2 u}{\partial y\partial x} + 2x\frac{\partial u}{\partial y} = 0$.

Занятие 6. Решение уравнения свободных колебаний струны, закрепленной на концах, методом разделения переменных.

Задача 1. Найти решение уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, удовлетворяющее условиям u(0,t)=0, u(l,t)=0; u(x,0)=f(x), $\frac{\partial u}{\partial x}(x,0) = 0$, где $f(x) = \frac{2u_0 x}{l}$, при $0 \le x \le l/2$, $f(x) = -\frac{2u_0 x}{l} + 2u_0$, при $l/2 \le x \le l$.

Задача 2. Струна, концы которой закреплены в точках x=0 и x=l, оттянута в начальный момент времени в точке x=c и отпущена без начальной скорости. Определить u(x,t), если u(c,0)=h.

Задача 3. Струна, концы которой закреплены в точках x=-l и x=l, в начальный момент времени имеет параболическую форму с вершиной в точке u(0,0)=h, затем струна отпущена без начальной скорости. Определить u(x,t).

Задача для самостоятельного решения

Найти решение уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 9^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, удовлетворяющее условиям u(0,t)=u(2,t)=0; где $u(x,0) = \frac{1}{4}\sin\frac{3\pi x}{2}, \frac{\partial u}{\partial x}(x,0) = \sin\pi x$.

Занятие 7. Формула Даламбера для волнового уравнения.

Задача 1. Найти решение волнового уравнения для заданных начальных условий

$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1}{4}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; u(x,0) = \cos x, \frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = x - 1$.

Задача 2. Бесконечная струна имеет в начальный момент форму $u(x,0) = \begin{cases} 1 - |x-1|, x \in (0,2) \\ 0, x \notin (0,2) \end{cases}$. Начальная скорость равна нулю. Уравнение струны $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$. Найти форму струны при t=60 сек.

Задача 3. Два физических процесса описываются уравнениями $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ и $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ соответственно. Только в одном из них оба направления хода времени равноправны. В каком? Как это отражается на постановке задачи Коши для каждого из уравнений?

Задача для самостоятельного решения

Решить уравнение $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, если t>0, -∞<x<+∞, и u(x,0)=0, $\frac{\partial u}{\partial x}(x,0) = \begin{cases} 1, x \in (0,2) \\ 0, x \notin (0,2) \end{cases}$

Занятие 8. Решение двумерного гиперболического уравнения (уравнения колебаний прямоугольной мембраны)

Задача 1. Найти решение уравнения $\left(\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)u(x,y,t) = 0$ для заданных начальных и граничных условий: u(0,0,t)=u(0,a,t)=u(b,0,t)=u(a,b,t)=0; u(x,y,0)=φ(x,y); $\frac{\partial u}{\partial t}(x,y,0) = 0$.

Занятие 9. Решение 3-х мерного уравнения гиперболического типа в декартовых координатах

Задача 1. Найти решение уравнения $\left(\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta\right)u(x,y,z,t) = 0$ для заданных начальных и граничных условий: u(x,y,0,t)=u(x,0,z,t)=u(0,y,z,t)=u(x,b,z,t)=u(a,y,z,t)=u(x,y,0,t)=0; u(x,y,z,0)=φ(x,y,z); $\frac{\partial u}{\partial t}(x,y,z,0) = 0$

Занятие 10. Решение уравнения теплопроводности методом Фурье.

Задача 1. Найти решение уравнения вида $\frac{\partial u}{\partial t} = a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + F(x,t)$ с краевыми условиями u(0,t)=u(l,t)=0 и начальным условием u(x,0)=φ(x).

Задача 2. Найти решение уравнения $\frac{\partial u}{\partial t} = a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, удовлетворяющее условиям: u(0,t)=0, u(l,t)=0, t>0; $u(x,0) = \begin{cases} x, 0 \le x \le l/2 \\ l - x, l/2 \le x \le l \end{cases}$

Задача 3. Решить методом разделения переменных следующую задачу для неоднородного уравнения теплопроводности $\frac{\partial u}{\partial t} = a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2x + 1$, 0<x<l, t>0; u(0,t)=l, u(1,t)=2, u(x,0)=x+1.

Задача для самостоятельного решения

Найти решение уравнения $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, удовлетворяющего условиям u(0,t)=0, u(1,t)=0; u(x,0)=u(1-x)

Занятие 11. Уравнение теплопроводности для стационарного случая.

Задача 1. Найти решение уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$.

Задача для самостоятельного решения

Используя формулу Пуассона, найти решение задачи Коши для уравнения теплопроводности: $\frac{\partial u}{\partial t} = 13\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, u|_{t=0} = e^{-3x^2+2x}$.

Занятие 12. Задача Дирихле для круга.

Задача 1. Решить уравнение вида $r^2\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + r\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} = 0$ при условии, что $u|_{r=R} = f(\varphi)$, где f(φ) – непрерывная функция.

Задача для самостоятельного решения

Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа для круга Δu=0, 0≤r≤3,

$$u|_{r=R} = \varphi^2 + 6\varphi + 1$$

Занятие 13. Вынужденные колебания струны.

Задача 1. Решить уравнение вида $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + F(x,t)$, где u(x,0)=φ(x), u(0,t)=u(l,t)=0; $\frac{\partial u}{\partial x}(x,0) = \psi(x)$

Задача для самостоятельного решения

Решить методом разделения переменных следующее уравнение: $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2x + 1$, где u(0,t)=1, u(l,t)=0, u(x,0)=1-x/l; $\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = 0$

Занятие 14. Уравнение Пуассона в кольце.

Задача 1. Решить методом разделения переменных следующую задачу для уравнения Пуассона в кольце 0<a<ρ<b при m=1,2,3. Δu(ρ,φ)=2, u(a,φ)=0, и u(b,φ)=cos(mφ).

Занятие 15. Уравнение Лапласа в кольцевом секторе.

Задача 1. Решить методом разделения переменных следующую задачу для уравнения Лапласа в кольцевом секторе 0<a<ρ<b, 0<φ<π/α, при α=1,2,3,4. Δu(ρ,φ)=0, u(ρ,0)=u(ρ,π/α)=0, u(α,φ)=3sinαφ-sin2αφ, u(b,φ)=0.

Занятие 16. Уравнение Лапласа в прямоугольнике.

Задача 1. Решить уравнение Лапласа в прямоугольнике $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$, u(0,y)=0, u(2,y)=0, u(x,0)=0, u(x,2)=sin (πx/2).

Занятие 17. Классификация уравнений.

Задача 1. Определить тип уравнения:

1) $3\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 6\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 3\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 5\frac{\partial u}{\partial x} - 3\frac{\partial u}{\partial y} + 2u = y - x$

2) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 6\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 9\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 5\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} - 3u = y$

3) $3\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 4\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} - 3\frac{\partial u}{\partial y} + u = 0$

4) $2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 6\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 8\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial u}{\partial x} + 5\frac{\partial u}{\partial y} - 2u = y - 1{,}5x$

Задача для самостоятельного решения

Определить тип уравнения:

1) $2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 4\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial u}{\partial x} - 3\frac{\partial u}{\partial y} + u = y^2$

2) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 8\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 3\frac{\partial u}{\partial y} - u = 0$

3) $3\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 8\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 6\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 3\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} - 2 = \frac{\sqrt{2x}}{3}$

Занятие 18. Приведение уравнения к каноническому виду.

Задача 1. Определить тип уравнений. Привести к каноническому виду

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 4\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} - x^2 y = 0$$

Задача 2. Каким будет канонический вид уравнения: $x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$, x>0, y>0?

Задача для самостоятельного решения

Каким будет канонический вид уравнения: $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 6\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 10\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial u}{\partial x} - 3\frac{\partial u}{\partial y} = 0$.

Занятие 19. Решение двумерного гиперболического уравнения в полярных координатах. Функции Бесселя.

Задача 1. Решить уравнение колебаний круглой мембраны в полярных координатах $\left(\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta_{r,\varphi}\right)u(r,\varphi,t) = 0$ для заданных начальных и граничных условий: u(R,φ,t)=0; u(R,φ,0)=ψ(r); $\frac{\partial}{\partial t}u(R,\varphi,0) = 0$.

Занятие 20. Решение трехмерного гиперболического уравнения в цилиндрических координатах

Задача 1. Решить уравнение колебаний цилиндра в цилиндрических координатах

$\left(\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta_{r,\varphi} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) u(r,\varphi,z,t) = 0$ для заданных начальных и граничных условий: u(R,φ,0,t)=u(R,φ,C,t)=0; u(r,φ,z,0)=ψ(r,φ,z); $\frac{\partial}{\partial t} u(r,\varphi,z,0) = 0$

Занятие 21. Решение гиперболического уравнения в сферических координатах. Присоединенные полиномы Лежандра

Задача 1. Решить уравнение колебаний сферы в сферических координатах

$\left(\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta_{r,\theta,\varphi}\right) u(r,\theta,\varphi,t) = 0$ для заданных начальных и граничных условий u(R,θ,φ,t)=0, u(r,θ,φ,0)=ψ(r); $\frac{\partial}{\partial t} u(r,\theta,\varphi,0) = 0$

Занятие 22. Температурные волны в Земле

Задача 1. Рассмотреть полубесконечную задачу на примере параболического уравнения, описывающего температурные волны в Земле $\left(\frac{1}{\vartheta}\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) T(x,t) = 0$. Определить глубину, на которой колебания происходят в противофазе.

Занятие 23. Решение неоднородных уравнений. Метод функций Грина. δ-функции Дирака

Задача 1. Получить решение неоднородного уравнения $\left(\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta\right) u = f(x,y,z,t)$ с помощью функций Грина.

Самостоятельная работа

Текущая самостоятельная работа студента направлена на углубление и закрепление знаний студентов, и развитие практических умений. Она заключается в работе с источниками, поиске и обзоре литературы и электронных источников, информации по заданным темам курса, опережающей самостоятельной работе, в изучении тем, вынесенных на самостоятельную проработку, подготовке к практическим лабораторным занятиям.

Самостоятельная внеаудиторная работа студентов состоит в:

- проработке теоретического материала, составлении конспекта по темам, вынесенным на самостоятельное изучение;
- самостоятельной работе по подготовке к контрольной работе.

Вопросы для самостоятельного изучения:

Тема 1. Элементы векторного анализа

1. Понятие физического поля. Виды полей. Примеры.
2. Тензорный характер физических величин.
3. Векторный оператор набла. Градиент и его физический смысл. Примеры.
4. Дивергенция и ее физический смысл. Примеры.
5. Ротор векторного поля и его физический смысл. Примеры.
6. Интегральные характеристики полей. Поток вектора. Физический смысл. Примеры.
7. Интегральные теоремы векторного анализа. Примеры использования этих теорем.

Тема 2. Моделирование физических процессов

1. Какие предположения используются при моделировании процесса колебаний струны?
2. Что описывают функции, входящие в начальные условия задачи о колебаниях струны?
3. В чем отличие уравнения колебаний струны от уравнения колебаний мембраны?
4. Каков физический смысл и размерность числового множителя, входящего в волновое уравнение?
5. Какие типы дифференциальных уравнений в частных производных можно получить при моделировании процесса колебаний мембраны?
6. В каком случае уравнение колебаний мембраны представляет собой одномерное волновое уравнение?
7. Как ставить граничное условие при r=0 в задаче об осесимметричных колебаниях круглой мембраны?
8. Каким образом моделируются точечные воздействия при постановке задач математической физики?

9.Как определить количество условий (граничных и начальных), необходимое для однозначной разрешимости уравнения в частных производных?
10. Чем отличаются уравнения продольных и поперечных колебаний стержня?
11. Сколько граничных и начальных условий необходимо для разрешимости задачи о продольных колебаниях стержня?
12. Каковы варианты граничных условий при задании упругой силы на концах стержня?
13. . Сколько граничных условий необходимо для разрешимости задачи о поперечных колебаниях стержня?
14. Приведите примеры граничных условий в задачах об изгибе стержня (балки)?
15. Какие физические законы используются при постановке задач теплопроводности и диффузии?
16. Как поставить условие тепловой изоляции на границе тела?
17. Что такое условие излучения тепла по закону Ньютона?
18. В каком случае в задачах теплопроводности ставятся условия сшивания?
19. Какие неизвестные функции требуется определить в задачах гидродинамики?
20. Какие физические законы используются при постановке задач гидродинамики?

Тема 3. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных

1. На чем основана классификация дифференциальных уравнений в частных производных в случае n- независимых переменных?
2. Как проводить классификацию уравнений с переменными коэффициентами?
3. Привести пример уравнения, которое принадлежит к разным типам в разных областях изменения переменных.
4. Как проводится классификация в случае дифференциального уравнения с двумя переменными?
5. Что такое характеристики?
6. Как приводить уравнение второго порядка к каноническому виду?

Тема 4. Уравнения математической физики. Общие постановки задач

1. Каковы условия корректной постановки задачи по Адамару.
2. Постановка каких физических задач содержит волновые уравнения?
3. Постановка каких физических задач содержит уравнение Пуассона?
4. Постановка каких физических задач содержит уравнение Гельмгольца?
5. . Постановка каких физических задач содержит уравнение Фурье?
6. . Дайте определение решения краевой задачи при граничных условиях 1,2,3 рода.
7. Что такое внутренняя и внешняя задачи?
8. Что такое условие разрешимости задачи Неймана?
9. Каков физический смысл условия разрешимости в задачах теплопроводности?
10. Дайте определение начально-краевой задачи для уравнения параболического типа.
11. Какие процессы соответствуют начально-краевым задачам для уравнений параболического типа?
12. Что такое условия согласования граничных и начальных условий?
13. Дать определение начально-краевой задачи для уравнения гиперболического типа.
14. Какие соотношения используются при доказательстве единственности решений краевых и начально- краевых задач для уравнений в частных производных?
15. Как исследуется устойчивость задач математической физики?
16. Какие процессы соответствуют начально-краевым задачам для уравнений гиперболического типа?
17. . Как называется решение, используемое в методе Даламбера?
18. Как применить метод Даламбера в случае струны с закрепленным левым концом?
19. . Когда решение Даламбера можно использовать для струны конечных размеров?
20. Каковы ограничения на функции, определяющие неоднородные начальные условия, для получения классического решения методом Даламбера?

Тема 5. Интеграл Фурье в действительной и комплексной форме

1. Сформулировать задачу Штурма-Лиувилля (два варианта формулировки).

2. Дать определение собственных значений и собственных функций задачи Штурма-Лиувилля.
3. В чем различие задачи Ш-Л и задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений?
4. Что такое ряды Фурье?
5. Что такое неравенство Бесселя?
6. В чем заключается минимизирующее свойство коэффициентов Фурье?
7. Каковы условия теоремы разложения функции в ряд Фурье?
8. На какой процедуре основан метод Фурье?
9. . Что такое специальные функции?
10. Назовите специальные функции, связанные с операцией интегрирования.
11. . Назовите специальные функции, связанные с решением дифференциальных уравнений.
12. Как при решении физической задачи можно получить дифференциальное уравнение Бесселя?
13. Интегральные представления каких функций используются для вывода интегральных представлений цилиндрических функций?
14. Какие виды задач Штурма-Лиувилля можно поставить для уравнения Бесселя с параметром?
15. Как при решении физической задачи можно получить дифференциальное уравнение Лежандра?
16. Какие типы уравнений Лежандра получаются при различных значениях параметров?
17. Что такое производящая функция для полиномов Лежандра?
18. Перечислить свойства полиномов Лежандра?
19. Какие соотношения используются при выводе рекуррентных соотношений для полиномов Лежандра?
20. Что такое присоединенное уравнение Лежандра?
21. При решении каких задач в решении могут появиться присоединенные функции Лежандра?

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

Контрольная работа

1. Определить тип уравнения. Привести к каноническому виду.
$$u_{xx} + 4u_{xy} + u_{yy} + u_x + u_y - x^2 y = 0$$
2. Используя метод разделения переменных, найти решение однородного волнового уравнения $u_{tt} = a^2 u_{xx}$, $0<x<l$, $t>0$ при следующих граничных и начальных условиях: $u(0,t)=u(l,t)=0$; $u(x,0) = \sin\frac{\pi}{l}x + \sin\frac{3\pi}{l}x$; $u_t(x,0) = 0$.
3. Решить методом разделения переменных следующую для неоднородного уравнения теплопроводности $u_t = a^2 u_{xx} + 2x + 1$, $0<x<l$, $t>0$ при следующих граничных и начальных условиях: $u(0,t)=1$, $u(l,t)=2$, $u(x,0)=x+1$.

Критерии оценивания контрольной работы:

Студенту засчитывается выполнение контрольной работы в случае, если он выполняет правильно больше 50% заданий данной работы и может объяснить ход решения указанной преподавателем задачи.

6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену

1. Понятие физического поля. Виды полей. Примеры.
2. Векторный оператор набла. Градиент и его физический смысл. Примеры.

3. Дивергенция и ее физический смысл. Примеры.
4. Ротор векторного поля и его физический смысл. Примеры.
5. Интегральные характеристики полей. Поток вектора. Физический смысл. Примеры.
6. Циркуляция векторного поля. Физический смысл. Примеры.
7. Математическая теорема Остроградского-Гаусса.
8. Математическая теорема Стокса.
9. Постановка задачи о колебании струны.
10. Постановка задачи о колебании мембраны.
11. Постановка задачи о продольных колебаниях стержня.
12. Постановка задачи о поперечных колебаниях стержня.
13. Постановка задач теплопроводности.
14. Постановка задач диффузии.
15. Постановка задач гидродинамики.
16. Вывод уравнения динамики идеальной жидкости.
17. Постановка задач гидродинамики для несжимаемой и сжимаемой жидкости (газа).
18. Задача обтекания тела стационарным потоком идеальной несжимаемой жидкости.
19. Постановка задач для уравнений Максвелла.
20. Распространение волн в длинных электрических линиях.
21. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка.
22. Приведение линейных уравнений с частными производными 2-го порядка с двумя независимыми переменными к каноническому виду.
23. Решение уравнения гиперболического типа методом Фурье (колебание струны).
24. Применение общего интеграла уравнения в частных производных. Метод Даламбера в задаче о колебаниях неограниченной струны.
25. Решение уравнения колебания прямоугольной мембраны.
26. Полярные, цилиндрические, и сферические координаты. Оператор Лапласа в полярных, цилиндрических и сферических координатах.
27. Решение уравнения колебания круглой мембраны. Функции Бесселя.
28. Решение уравнения параболического типа методом Фурье.
29. Температурный режим Земли. Тепловые волны.

ПРИМЕР ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА

1. Дивергенция и ее физический смысл. Примеры.
2. Решение уравнения гиперболического типа методом Фурье (колебание струны).
3. Определить тип уравнения и привести его к каноническому виду

$$u_{xx} + 4u_{xy} + u_{yy} + u_x + u_y - x^2 y = 0$$

Заведующий кафедрой А.В. Дюндин

Критерии оценивания уровня освоения дисциплины

Положительную оценку на экзамене получает студент, выполнивший контрольную работу.

На экзамене оценка **«отлично»** выставляется студенту, который:

1) глубоко и прочно усвоил программный материал в полном объеме, исчерпывающе, грамотно и логически стройно его излагает, четко формулирует основные понятия, приводит соответствующие примеры;

2) уверенно применяет теоретические знания к решению практических задач;

3) способен к самостоятельному пополнению и обновлению знаний;

Оценка **«хорошо»** выставляется студенту, который:

1) твердо усвоил программный материал, грамотно и по существу излагает его без существенных ошибок;

2) правильно применяет теоретические положения при решении конкретных задач, не допускает существенных неточностей в процессе решения задач;

3) по ходу изложения допускает небольшие неточности, не искажающие содержания ответа.

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется студенту, который не совсем твердо владеет программным материалом, знает основные теоретические положения изучаемого курса, обладает достаточными для продолжения обучения и предстоящей профессиональной деятельности, знаниями. При ответах допускает малосущественные погрешности, испытывает затруднения при решении задач.

Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется студенту, имеющему серьезные пробелы в знании учебного материала, в умении решать задачи; его уровень знаний недостаточен для дальнейшей учебы и будущей профессиональной деятельности.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

7.1. Основная литература

1. Палин, В. В. Методы математической физики. Лекционный курс : учебное пособие для вузов / В. В. Палин, Е. В. Радкевич. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 222 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03589-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/472356 (дата обращения: 01.10.2021).

2. Ефремов, Ю. С. Методы математической физики в пакете символьной математики Maple : учебное пособие для вузов / Ю. С. Ефремов, М. Д. Петропавловский. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 302 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05278-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/472898 (дата обращения: 01.10.2021).

7.2. Дополнительная литература

1. Владимиров В.С. Жатиков В.М. Уравнения математической физики. – М., Физматлит, 2002, 400стр.
2. Шапиро Д.А. Конспект лекций по математическим методам физики. Часть 1 (Уравнения в частных производных. Специальные функции. Асимптотики). Новосибирск: НГУ, 2004
3. Шапиро Д.А. Конспект лекций по математическим методам физики. Часть 2 (Представления групп и их применение в физике. Функции Грина). Новосибирск: НГУ, 2004
4. Полянин А.Д., Зайцев В.Ф., Журов А.И. Методы решения нелинейных уравнений математической физики и механики. М.: Физматлит, 2005.
5. Захаров Е.В., Дмитриева И.В., Орлик С.И. Уравнения математической физики М:. Академия, 2010.
6. Левин В. Методы математической физки.1960.
7. Миоюркеев И. В. Сборник задач по методам математической физики.1975.
8. Несис А. Методы математической физики.1975.
9. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Сборник задач по математической физике – М., Наука, 1986г.
10. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М., Наука, 1986.

7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. https://www.lektorium.tv/lecture/15260 - лекции по курсу
2. https://teach-in.ru/course/mathematical-physics-bogolubov/about - онлайн-курс

8. Материально-техническое обеспечение

Для проведения лекционных занятий необходимы:

1. Аудитория с доской.
2. Проектор.

Для проведения практических занятий необходимы:

1. Аудитория с доской.

9. Программное обеспечение

Нет.