

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Смоленский государственный университет»

Кафедра прикладной математики

«Утверждаю»  
Проректор по учебно-  
методической работе  
\_\_\_\_\_ Ю. А. Устименко  
«07» сентября 2020 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Б1.В.04 Теория вероятностей и математическая статистика**

Направление подготовки: **09.03.03 Прикладная информатика**  
Направленность (профиль): **Прикладная информатика в логистике**  
Форма обучения: заочная  
Курс – 2  
Семестр – 3, 4  
Всего зачетных единиц –8, часов – 288

Форма отчетности: 3 семестр – зачет; 4 семестр – экзамен

Программу разработал  
доктор педагогических наук, профессор Г.С. Евдокимова

Одобрена на заседании кафедры  
«30» августа 2020 г., протокол № 1

Заведующий кафедрой

Г.С. Евдокимова

Смоленск  
2020

## 1. Место дисциплины в структуре ОП

«Теория вероятностей и математическая статистика» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений, учебного плана данного направления подготовки. Обучение проходит в течение третьего и четвертого семестров.

Изучение теории вероятностей и математической статистики позволяет создать условия, необходимые для формирования у студентов современного естественнонаучного мировоззрения и целостной научной картины мира, в которой органично сочетаются знания из различных областей науки.

Для освоения курса необходимы знания и навыки, приобретенные в результате предварительного обучения дисциплинам: «Математический анализ», «Функциональный анализ», «Алгебра» и др.

Изучение курса основано на традиционных методах высшей школы, тесной взаимосвязи со смежными курсами, а также на использовании современной учебной и методической литературы.

Характерной чертой курса является сочетание теоретических основ современной теории вероятностей и математической статистики с практическими математическими приемами и методами, применяемыми при моделировании реальных процессов.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения
<b>УК-1.</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<b>Знать:</b> основные принципы и требования системного подхода к решению поставленных задач; <b>Уметь:</b> осуществлять поиск, отбор информации, интерпретировать ее для решения поставленных задач, формировать собственные суждения и убедительно обосновать их; <b>Владеть:</b> навыками сбора, критического анализа и синтеза информации в соответствии с поставленной проблемой.
<b>ПК-1.</b> Способен проводить обследование организаций, выявлять информационные потребности пользователей, собирать детальную информацию, формировать требования к логистической информационной системе	<b>Знать:</b> методику проведения обследования организаций с целью выявления информационных потребностей пользователей; требования, предъявляемые к логистической информационной системе; возможности типовых ИС, архитектуру, устройство и функционирование вычислительных сетей, коммуникационное оборудование и сетевые протоколы, теорию баз данных и основы программирования; основы бухгалтерского учета, управления торговлей, поставками, запасами, управления персоналом, управления организацией, экономической теории. <b>Уметь:</b> выявлять информационные потребности пользователей, формулировать требования к логистической информационной системе,

	<p>осуществлять сбор детальной информации для формализации требований пользователей заказчика.</p> <p><b>Владеть:</b> методами, способами и инструментами выявления информационных потребностей пользователей, методикой обследования организации, навыками по информированию заказчика о возможностях типовых ИС.</p>
<p><b>ПК-2.</b>Способен проводить описание прикладных процессов и информационного обеспечения и проектировать информационные системы в логистике</p>	<p><b>Знать:</b> основные принципы и методы описания и анализа прикладной области, информационных потребностей, формирования требований к информационным системам, методы формализации и структурирования данных, основные методы и технологии проектирования информационных систем, возможности типовых ИС, архитектуру, устройство и функционирование вычислительных сетей, коммуникационное оборудование и сетевые протоколы, теорию баз данных и основы программирования.</p> <p><b>Уметь:</b> проводить анализ предметной области, выявлять информационные потребности и разрабатывать требования к информационным системам, формализовывать и структурировать полученную информацию, осуществлять сравнительный анализ и выбор информационно-коммуникационной технологии для решения поставленных задач, проектировать информационные системы.</p> <p><b>Владеть:</b> навыками сбора и анализа информации, необходимой для решения поставленных производственных задач, навыками по формализации и структурированию данных, навыками работы с прикладным программным обеспечением для проектирования современных информационных систем.</p>

### 3. Содержание дисциплины

**1. Введение.** История возникновения теории вероятностей и математической статистики. Предмет и цель теории вероятностей и математической статистики. Связь теории вероятностей и математической статистики с другими математическими науками.

**2. Случайные события.** Случайные события, их классификация. Действия над событиями. Алгебра событий. (Теоретико-множественная трактовка). Свойство статистической устойчивости относительной частоты события. Статистическое определение вероятности. Классическое определение вероятности. Элементы

комбинаторики. Примеры вычисления вероятностей. Геометрическое определение вероятности. Аксиоматическое определение вероятности. Свойства вероятностей. Конечное вероятностное пространство. Условные вероятности. Вероятность произведения событий. Независимость событий. Вероятность суммы событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса (теорема гипотез). Последовательность независимых испытаний. Независимые испытания. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли. Локальная предельная теорема. Интегральная предельная теорема. Теорема Пуассона. Иллюстрация схемы независимых испытаний. Полиномиальная схема.

**3. Случайные величины.** Понятие случайной величины. Закон распределения случайной величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Многоугольник распределения. Функция распределения и ее свойства. Функция распределения дискретной случайной величины. Плотность распределения и ее свойства. Числовые характеристики случайных величин; математическое ожидание, дисперсия, начальные и центральные моменты. Статистическое истолкование математического ожидания. Механическая интерпретация математического ожидания и дисперсии. Теоремы о математическом ожидании и дисперсии. Основные законы распределения случайных величин. Примеры законов распределения: биномиальный закон, гипергеометрический закон, нормальное распределение, равномерное распределение, гамма-распределение.

**4. Системы случайных величин.** Понятие о системе случайных величин и законе ее распределения. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства. Зависимость и независимость двух случайных величин. Условные законы распределения. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия. Корреляционный момент, коэффициент корреляции. Двумерное нормальное распределение. Условное математическое ожидание и условное распределение относительно  $\sigma$ -алгебры. Свойства условных математических ожиданий. Аналог формулы полной вероятности для условных математических ожиданий. Условная плотность распределения. Формула Байеса для плотностей. Регрессия. Теорема о нормальной корреляции. Многомерная ( $n$ -мерная) случайная величина (общие сведения).

**5. Функции случайных величин.** Функция одного случайного аргумента. Функции двух случайных аргументов. Распределение функций нормальных случайных величин.

**6. Закон больших чисел.** Массовые явления и закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел в форме Чебышева. Теорема Бернулли. Необходимые и достаточные условия для закона больших чисел. Лемма Бореля-Кантелли. Закон «0 или 1» Колмогорова. Различные виды сходимости случайных величин. Усиленный закон больших чисел.

**7. Производящие функции.** Целочисленные случайные величины и их производящие функции. Примеры производящих функций распределений некоторых целочисленных случайных величин. Факториальные моменты. Многомерные производящие функции. Мультипликативное свойство. Сумма случайного числа случайных величин.

**8. Характеристические функции.** Определение и простейшие свойства характеристических функций. Вычисление характеристических функций некоторых законов распределения: биномиального, пуассоновского, геометрического, вырожденного, нормального. Формулы обращения для характеристических функций. Теорема о непрерывном соответствии между множеством характеристических функций и множеством функций распределения.

**9. Центральная предельная теорема.** Центральная предельная теорема для одинаково распределенных независимых слагаемых. Теорема Ляпунова. Применение

центральной предельной теоремы.

**10. Многомерные характеристические функции.** Определение и простейшие свойства. Формула обращения. Предельные теоремы для характеристических функций. Многомерное нормальное распределение и связанные с ним распределения. Сферическое нормальное распределение.  $\chi^2$ -распределение, распределение Стьюдента,  $F$ -распределение

**11. Выборки и их характеристики.** Основные понятия: выборка, статистическая модель, выборочные характеристики (статистики). Статистические решения. Представление о статистических решениях с наименьшим риском ошибки. Основные типы статистических решений: точечные оценки, интервальные оценки, выбор одной из двух статистических гипотез. Вариационный ряд выборки. Порядковые статистики и их распределения. Эмпирическая функция распределения, ее свойства как функции распределения и как случайного элемента. Сходимость эмпирической функции распределения к истинной функции распределения. Теорема Гливленко-Кантелли. Теорема Колмогорова. Доказательства независимости статистики Колмогорова от вида непрерывной функции распределения. Критерий Колмогорова для проверки гипотезы о данном непрерывном распределении.

**12. Элементы теории оценок.** Статистические оценки. Свойства оценок параметров в параметрической статистической модели: состоятельность, несмещенность, эффективность. Теорема Колмогорова-Блекуэла-Рао об улучшении оценок с помощью достаточных статистик. Полные достаточные статистики и их использование для нахождения несмещенных оценок с минимальной дисперсией. Эффективные оценки в регулярном случае. Неравенство информации (Крамера-Рао). Информация Фишера и ее свойства. Экспоненциальное семейство распределений и эффективные оценки. Асимптотические свойства статистических оценок: состоятельность и асимптотическая нормальность. Состоятельность и асимптотическая нормальность эмпирических моментов и функций от них. Методы оценивания параметров. Метод моментов, теорема о состоятельности оценок. Метод максимального правдоподобия, теорема об асимптотической нормальности оценок. Оценки метода моментов и максимального правдоподобия для параметров нормального биномиального и других распределений. Байесовский подход к задачам статистического оценивания. Теорема о байесовской оценке при квадратичной функции риска. Понятия априорного и апостериорного риска, априорного и апостериорного распределений. Построение байесовских оценок для параметров биномиального и нормального распределений, сравнение их с оценками максимального правдоподобия. Минимаксные оценки. Нормальное распределение в  $R^n$ . Эквивалентность различных определений и основные свойства. Распределение линейных и квадратичных форм от независимых нормально распределенных случайных величин. Лемма о независимости среднего арифметического и среднего квадратического для независимых нормальных случайных величин. Распределения хи-квадрат, Стьюдента и Фишера – Снедекора как распределения статистик в выборках из нормального распределения. Квантили распределения. Интервальное оценивание параметров, доверительные интервалы. Построение точных и асимптотических доверительных интервалов. Точный и асимптотический доверительные интервалы для параметра биномиального распределения. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Доверительный интервал для квантилей.

**13. Проверка гипотез.** Проверка гипотез о параметрах нормального распределения. Проверка однородности двух нормальных выборок: критерий Фишера равенства дисперсий, критерий Стьюдента равенства средних значений. Однофакторная статистическая модель. Дисперсионный анализ выборок из нормального распределения. множественное сравнение средних значений нормальных выборок. Статистические задачи для схемы Бернулли. Свойства частоты как оценки параметра схемы Бернулли. Критерии

проверки гипотез о значении параметра схемы Бернулли. Непараметрический критерий знаков для одной и двух выборок. Критерий «хи-квадрат» для гипотезы о полиномиальном распределении. Теорема об асимптотическом хи-квадрат распределении статистики Пирсона. Критерий «хи-квадрат» для проверки гипотезы о произвольном распределении. Линейная регрессия. Метод наименьших квадратов для оценки коэффициентов линейной регрессии. Доверительный эллипсоид и проверка гипотез о коэффициентах регрессии в нормальной статистической модели. Проверка статистических гипотез. Общие понятия: простые и сложные гипотезы, статистический критерий, критическая область, вероятность ошибок I и II рода, размер и мощность критерия, функция мощности критерия. Теорема Неймана-Пирсона: критерий отношения правдоподобия как наиболее мощный критерий для проверки двух простых гипотез. Понятие равномерно наиболее мощного критерия. Равномерно наиболее мощный критерий для семейства распределений с монотонным отношением правдоподобия.

#### 4. Тематический план 3 семестр

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий		
			лекции	практические занятия	самостоятельная работа
1.	Введение	5	1	–	4
2.	Случайные события	29	7	16	6
3.	Случайные величины	44	8	30	6
4.	Системы случайных величин	12	4	4	4
5.	Функции случайных величин	10	4	–	6
6.	Закон больших чисел	13	4	4	5
7.	Производящие функции	5	2		3
8.	Характеристические функции	7	2	–	5
9.	Центральная предельная теорема	14	2	4	8
10.	Многомерные характеристические функции	9	2	–	7
<b>Всего за семестр</b>		<b>144</b>	<b>36</b>	<b>54</b>	<b>54</b>

#### 4 семестр

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий		
			лекции	практические занятия	самостоятельная работа
11.	Выборки и их характеристики	35	6	8	21
12.	Элементы теории оценок	54	16	12	24
13.	Проверка гипотез	55	12	14	29
<b>Всего за семестр</b>		<b>144</b>	<b>34</b>	<b>34</b>	<b>49+27</b>

#### 5. Виды образовательной деятельности

Занятия лекционного типа

#### 3 семестр

**1. Введение.** История возникновения теории вероятностей и математической статистики. Предмет и цель теории вероятностей и математической статистики. Связь теории вероятностей и математической статистики с другими математическими науками. Случайные события, их классификация. Действия над событиями. Алгебра событий. (Теоретико-множественная трактовка). Свойство статистической устойчивости относительной частоты события.

**2. Определение вероятности.** Статистическое определение вероятности. Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. Примеры вычисления вероятностей. Геометрическое определение вероятности. Аксиоматическое определение вероятности. Свойства вероятностей. Конечное вероятностное пространство.

**3. Основные теоремы теории вероятностей.** Условные вероятности. Вероятность произведения событий. Независимость событий. Вероятность суммы событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса (теорема гипотез.)

**4. Последовательность независимых испытаний.** Независимые испытания. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли: локальная предельная теорема, интегральная предельная теорема, теорема Пуассона. Иллюстрация схемы независимых испытаний.

**5. Случайные величины.** Понятие случайной величины. Закон распределения случайной величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Многоугольник распределения. Функция распределения и ее свойства. Функция распределения дискретной случайной величины. Плотность распределения и ее свойства.

**6. Числовые характеристики случайных величин.** Математическое ожидание, дисперсия, начальные и центральные моменты. Статистическое истолкование математического ожидания. Механическая интерпретация математического ожидания и дисперсии. Теоремы о математическом ожидании и дисперсии.

**7. Основные законы распределения случайных величин.** Биномиальный закон. Гипергеометрический закон. Нормальное распределение. Равномерное распределение. Гамма-распределение.

**8. Системы случайных величин.** Понятие о системе случайных величин и законе ее распределения. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства. Зависимость и независимость двух случайных величин. Условные законы распределения.

**9. Числовые характеристики двумерной случайной величины.** Математическое ожидание и дисперсия. Корреляционный момент, коэффициент корреляции. Двумерное нормальное распределение. Условное математическое ожидание и условное распределение относительно  $\sigma$ -алгебры. Свойства условных математических ожиданий. Аналог формулы полной вероятности для условных математических ожиданий. Условная плотность распределения. Формула Байеса для плотностей.

**10. Функции случайных величин.** Функция одного случайного аргумента.

**11. Функции случайных величин.** Функции двух случайных аргументов. Распределение функций нормальных случайных величин.

**12. Закон больших чисел.** Массовые явления и закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел в форме Чебышева. Теорема Бернулли. Различные виды сходимости случайных величин. Усиленный закон больших чисел.

**13. Производящие функции.** Целочисленные случайные величины и их производящие функции. Примеры производящих функций распределений некоторых целочисленных случайных величин. Факториальные моменты. Многомерные производящие функции. Мультипликативное свойство. Сумма случайного числа случайных величин.

**14. Характеристические функции.** Определение и простейшие свойства характеристических функций. Вычисление характеристических функций некоторых законов распределения: биномиального, пуассоновского, геометрического, вырожденного,

нормального.

**15. Характеристические функции.** Формулы обращения для характеристических функций. Теорема о непрерывном соответствии между множеством характеристических функций и множеством функций распределения.

**16. Центральная предельная теорема.** Центральная предельная теорема для одинаково распределенных независимых слагаемых. Теорема Ляпунова. Применение центральной предельной теоремы.

**17. Многомерные характеристические функции.** Определение и простейшие свойства. Формула обращения. Предельные теоремы для характеристических функций.

**18. Многомерное нормальное распределение и связанные с ним распределения.** Сферическое нормальное распределение.  $\chi^2$  – распределение. Распределение Стьюдента.  $F$ –распределение.

#### 4 семестр

**1. Выборки и их характеристики.** Основные понятия: выборка, статистическая модель, выборочные характеристики (статистики). Статистические решения. Представление о статистических решениях с наименьшим риском ошибки. Основные типы статистических решений: точечные оценки, интервальные оценки, выбор одной из двух статистических гипотез.

**2. Вариационный ряд выборки.** Порядковые статистики и их распределения. Эмпирическая функция распределения, ее свойства как функции распределения и как случайного элемента. Сходимость эмпирической функции распределения к истинной функции распределения. Теорема Гливленко-Кантелли.

**3. Теорема Колмогорова.** Доказательства независимости статистики Колмогорова от вида непрерывной функции распределения. Критерий Колмогорова для проверки гипотезы о данном непрерывном распределении.

**4. Статистические оценки.** Свойства оценок параметров в параметрической статистической модели: состоятельность, несмещенность, эффективность. Теорема Колмогорова-Блекуэла-Рао об улучшении оценок с помощью достаточных статистик. Полные достаточные статистики и их использование для нахождения несмещенных оценок с минимальной дисперсией.

**5. Эффективные оценки.** Эффективные оценки в регулярном случае. Неравенство информации (Крамера-Рао). Информация Фишера и ее свойства. Экспоненциальное семейство распределений и эффективные оценки.

**6. Асимптотические свойства статистических оценок.** Состоятельность и асимптотическая нормальность. Состоятельность и асимптотическая нормальность эмпирических моментов и функций от них.

**7. Методы оценивания параметров.** Метод моментов, теорема о состоятельности оценок. Метод максимального правдоподобия. Теорема об асимптотической нормальности оценок. Оценки метода моментов и максимального правдоподобия для параметров нормального биномиального и других распределений.

**8. Байесовский подход.** Байесовский подход к задачам статистического оценивания. Теорема о байесовской оценке при квадратичной функции риска. Понятия априорного и апостериорного риска, априорного и апостериорного распределений. Построение байесовских оценок. Построение байесовских оценок для параметров биномиального и нормального распределений. Сравнение их с оценками максимального правдоподобия. Минимаксные оценки.

**9. Нормальное распределение в  $R^n$ .** Эквивалентность различных определений и основные свойства. Распределение линейных и квадратичных форм от независимых нормально распределенных случайных величин. Лемма о независимости среднего арифметического и среднего квадратического для независимых нормальных случайных величин.



**10. Распределения статистик в выборках из нормального распределения.** Распределения хи-квадрат. Распределение Стьюдента. Распределение Фишера – Снедекора. Квантили распределения.

**11. Интервальное оценивание параметров.** Доверительные интервалы. Построение точных и асимптотических доверительных интервалов. Точный и асимптотический доверительные интервалы для параметра биномиального распределения. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Доверительный интервал для квантилей.

**12. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения.** Проверка однородности двух нормальных выборок. Критерий Фишера равенства дисперсий. Критерий Стьюдента равенства средних значений.

**13. Однофакторная статистическая модель.** Дисперсионный анализ выборок из нормального распределения. Множественное сравнение средних значений нормальных выборок.

**14. Статистические задачи для схемы Бернулли.** Свойства частоты как оценки параметра схемы Бернулли. Критерии проверки гипотез о значении параметра схемы Бернулли. Непараметрический критерий знаков для одной и двух выборок.

**15. Критерий «хи-квадрат».** Критерий «хи-квадрат» для гипотезы о полиномиальном распределении. Теорема об асимптотическом хи-квадрат распределении статистики Пирсона. Критерий «хи-квадрат» для проверки гипотезы о произвольном распределении.

**16. Линейная регрессия.** Метод наименьших квадратов для оценки коэффициентов линейной регрессии. Доверительный эллипсоид и проверка гипотез о коэффициентах регрессии в нормальной статистической модели.

**17. Проверка статистических гипотез.** Общие понятия. Простые и сложные гипотезы. Статистический критерий, критическая область. Вероятность ошибок I и II рода. Размер и мощность критерия, функция мощности критерия.

### **Занятия семинарского типа**

#### **3 семестр**

#### **Практическое занятие № 1. События**

##### Теоретические вопросы:

1. Случайные события, их классификация.
2. Действия над событиями.
3. Алгебра событий. (Теоретико-множественная трактовка).

##### Задания для аудиторной работы

*Решение задач по данной теме* (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.1, стр.6-12).

##### Задания для самостоятельной работы

*Решение задач по данной теме* (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.1, стр.13-17).

#### **Практическое занятие № 2 – 3. Вероятностное пространство**

##### Теоретические вопросы:

1. Свойства вероятности.
2. Конечное вероятностное пространство.
3. Классическое определение вероятности.
4. Ограниченность классического определения вероятности.

##### Задания для аудиторной работы

*Решение задач по данной теме*(Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.2 –1.3, стр.18-25; 30-45).

Задания для самостоятельной работы

*Решение задач по данной теме* (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.2 –1.3, стр.25-29; 45-47).

**Практическое занятие № 4– 6. Основные теоремы теории вероятностей.**

Теоретические вопросы:

1. Условные вероятности. Вероятность произведения событий. Независимость событий.
2. Вероятность суммы событий.
3. Формула полной вероятности.
4. Формула Байеса (теорема гипотез).

Задания для аудиторной работы

*Решение задач по данной теме*(Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.4 –1.5, стр. 48-56; 60-66стр. 56-59; 66-70).

Задания для самостоятельной работы

*Решение задач по данной теме* (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.4 –1.5, стр. 56-59; 66-70).

**Практическое занятие № 7–8. Последовательность независимых испытаний.**

Теоретические вопросы:

1. Независимые испытания. Схема Бернулли.
2. Формула Бернулли.
3. Предельные теоремы в схеме Бернулли:  
локальная предельная теорема, интегральная предельная теорема, теорема Пуассона.
4. Полиномиальная схема.

Задания для аудиторной работы

*Решение задач по данной теме*(Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.6, стр.71-80).

Задания для самостоятельной работы

*Решение задач по данной теме*(Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.6, стр.80-82).

**Практическое занятие № 9–11. Случайные величины.**

Теоретические вопросы:

1. Понятие случайной величины.
2. Закон распределения случайной величины.
3. Закон распределения дискретной случайной величины.
4. Многоугольник распределения.
5. Функция распределения и ее свойства. Функция распределения дискретной случайной величины. Плотность распределения и ее свойства.

Задания для аудиторной работы

*Решение задач по данной теме* (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №2, раздел 2.1–2.2, стр.83-94; 98-105).

Задания для самостоятельной работы

*Решение задач по данной теме* (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №2, раздел 2.1–2.2, стр.04-97; 105-107).

**Практическое занятие № 12–13. Числовые характеристики случайных величин.**

Теоретические вопросы:

1. Математическое ожидание, дисперсия, начальные и центральные моменты.
2. Статистическое истолкование математического ожидания. Механическая интерпретация математического ожидания и дисперсии.
3. Теоремы о математическом ожидании и дисперсии.

Задания для аудиторной работы

*Решение задач по данной теме* (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №2, раздел 2.3, стр.108-117).

Задания для самостоятельной работы

*Решение задач по данной теме* (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №2, раздел 2.3, стр.117-122).

**Практическое занятие № 14–15. Основные законы распределения дискретных случайных величин.**

Теоретические вопросы:

1. Биномиальный закон.
2. Геометрический закон.
3. Закон Пуассона
4. Гипергеометрический закон.

Задания для аудиторной работы

*Решение задач по данной теме* (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №, раздел 2.4, стр.123-130).

Задания для самостоятельной работы

*Решение задач по данной теме* (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №, раздел 2.4, стр.136-139).

**Практическое занятие № 16–18. Основные законы распределения непрерывных случайных величин.**

Теоретические вопросы:

1. Показательное распределение.
2. Нормальное распределение.
3. Равномерное распределение.
4. Гамма-распределение.

Задания для аудиторной работы

*Решение задач по данной теме* (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №2, раздел 2.4, стр.130-136).

Задания для самостоятельной работы

*Решение задач по данной теме* (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №2, раздел 2.4, стр.139-142).

**Практическое занятие № 19–21 Системы случайных величин.**

Теоретические вопросы:

1. Понятие о системе случайных величин и законе ее распределения. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства.
2. Зависимость и независимость двух случайных величин. Условные законы распределения.

Задания для аудиторной работы

*Решение задач по данной теме*(Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №2, раздел 2.5,стр.143-145; 148-160).

Задания для самостоятельной работы

*Решение задач по данной теме*(Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №2, раздел 2.5,стр.160-164).

**Практическое занятие № 22–23. Числовые характеристики  
двумерной случайной величины.**

Теоретические вопросы:

1. Математическое ожидание и дисперсия. Корреляционный момент, коэффициент корреляции.
2. Двумерное нормальное распределение.
3. Условное математическое ожидание и условное распределение относительно  $\sigma$ -алгебры.
4. Свойства условных математических ожиданий.
5. Аналог формулы полной вероятности для условных математических ожиданий.
6. Условная плотность распределения. Формула Байеса для плотностей.

Задания для аудиторной работы

*Решение задач по данной теме*(Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №2, раздел 2.5, стр. 145-160).

Задания для самостоятельной работы

*Решение задач по данной теме* (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №2, раздел 2.5, стр.162-164).

**Практическое занятие № 24-25. Закон больших чисел.**

Теоретические вопросы:

1. Массовые явления и закон больших чисел.
2. Неравенство Чебышева.
3. Закон больших чисел в форме Чебышева.
4. Теорема Бернулли.
5. Различные виды сходимости случайных величин.
6. Усиленный закон больших чисел.

Задания для аудиторной работы

*Решение задач по данной теме.*(Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №2, раздел 2.6, стр.165-166; 168-170).

Задания для самостоятельной работы

*Решение задач по данной теме.* (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №2, раздел 2.6, стр.174-175).

**Практическое занятие № 26– 27. Центральная предельная теорема.**

Теоретические вопросы:

1. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных независимых слагаемых.
2. Теорема Ляпунова.
3. Применение центральной предельной теоремы.

Задания для аудиторной работы

*Решение задач по данной теме*(Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №2, раздел 2.6, стр. 167; 171-174).

Задания для самостоятельной работы

*Решение задач по данной теме.* (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №2, раздел 2.6, стр.175-178).

**4 семестр**

**Практическое занятие № 1 – 4.Выборки и их характеристики.**

Теоретические вопросы:

- 1.Основные задачи математической статистики. Статистическая структура.
- 2.Выборочный метод. Репрезентативность выборки.
- 3.Статистика. Порядковые статистики.
- 4.Выборочные моменты и выборочная функция распределения. Их свойства.
5. Полигон и гистограмма.

Задания для аудиторной работы

*Решение задач по данной теме*(Евдокимова Г.С. Математическая статистика в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.1–1.2. стр.6-26; 31-41).

Задания для самостоятельной работы

*Решение задач по данной теме* (Евдокимова Г.С. Математическая статистика в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.1–1.2. стр.27-30;41-47).

**Практическое занятие № 5 – 8. Оценки неизвестных параметров.**

Теоретические вопросы:

- 1.Точечная оценка.
- 2.Неравенство Рао-Крамера.
- 3.Метод моментов.
- 4.Свойства оценок, полученных методом моментов.
- 5.Метод максимального правдоподобия.

Задания для аудиторной работы

*Решение задач по данной теме* (Евдокимова Г.С. Математическая статистика в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.34, стр.48-60; 71-87).

Задания для самостоятельной работы

*Решение задач по данной теме* (Евдокимова Г.С. Математическая статистика в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.3, стр.48- 71).

**Практическое занятие № 9 – 11.Доверительные интервалы.**

Теоретические вопросы:

- 1.Что характеризует точность оценки параметра?
2. Что называется надежностью (доверительной вероятностью) оценки? Как она обозначается?
3. Что называется доверительным интервалом для оцениваемого параметра с заданной надежностью?
4. Какой вид имеют доверительные границы доверительного интервала?
5. Что называется предельной погрешностью точечной оценки параметра?
6. Что происходит с длиной доверительного интервала при увеличении объема выборки? увеличении доверительной вероятности?
7. Являются ли концы интервалов постоянными величинами? Случайными

величинами?

8. Опишите общую схему построения доверительного интервала.

9. Укажите формулу для доверительного интервала  $a$  параметра нормального распределения.

10. Укажите формулу для доверительного интервала параметра  $\sigma$  нормального распределения.

11. Как строится доверительный интервал для неизвестной вероятности события?

12. Чем отличается вероятностный подход к определению точности оценки от принятого в математическом анализе?

13. Объясните, почему доверительный интервал для мате-матического ожидания при известной дисперсии находится точно, если наблюдаемая случайная величина распределена нормально, а в произвольном случае – Задания для самостоятельной работы приближенно и лишь при больших выборках.

#### Задания для аудиторной работы

*Решение задач по данной теме* (Евдокимова Г.С. Математическая статистика в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.4, стр. 71-87).

#### Задания для самостоятельной работы

*Решение задач по данной теме* (Евдокимова Г.С. Математическая статистика в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.4, стр.87- 96).

### **Практическое занятие № 12 – 14. Проверка статистических гипотез.**

#### Теоретические вопросы:

1. Дать определение статистической гипотезы.
2. Какие гипотезы называются параметрическими (непара-метрическими) гипотезами?
3. Дать определение нулевой (основной) гипотезы. Как она обозначается?
4. Дать определение альтернативной (конкурирующей) гипотезы. Как она обозначается?
5. Дать определение простой гипотезы. Привести пример.
6. Дать определение сложной гипотезы. Привести пример.
7. Что такое статистический критерий?
8. Дать определение наблюдаемого значения статисти-ческого критерия.
9. Дать определение критической области.
10. Что называется областью принятия гипотезы?
11. В чем состоит односторонность действия статистических критериев значимости?
12. Можно ли, применяя статистический критерий значимости, сделать вывод: «Проверяемая нулевая гипотеза верна»?
13. Дать определение критических точек (квантилей).
14. Каким неравенством задается правосторонняя критическая область?
15. Каким неравенством задается левосторонняя критическая область?
16. Какими неравенствами задается двусторонняя критическая область?
17. В чем состоит различие между построением двусто-ронней критической области и построением доверительного интервала для одного и того же параметра?
18. Что такое ошибки первого рода?
19. Что такое ошибка второго рода?
20. Как изменяются вероятности совершения ошибки первого и второго рода при увеличении объема выборки?
21. Зависят ли вероятности совершения ошибок первого и второго рода от вида альтернативной гипотезы, от применяемого критерия?

#### Задания для аудиторной работы

*Решение задач по данной теме* (Евдокимова Г.С. Математическая статистика в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.5, стр.96-97; 102-117).

Задания для самостоятельной работы

*Решение задач по данной теме* (Евдокимова Г.С. Математическая статистика в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.5, стр.; 142-148).

**Практическое занятие № 15 – 17. Статистические критерии.**

Теоретические вопросы:

1. Что такое критерий согласия? Для чего он используется?
2. С чем связан критерий  $\lambda$  Колмогорова? Верно ли, что при его использовании сравниваются эмпирическая  $F_n^*(x)$  и предполагаемая  $F_0(x)$  функции распределения?
3. Когда в принципе возможно применение критерия  $\lambda$  Колмогорова?
4. С чем связан критерий  $\chi^2$  Пирсона?
5. Верно ли, что для применения критерия  $\chi^2$  Пирсона необходимо, чтобы в каждом интервале вариационного ряда было по крайней мере 5 наблюдений?
6. Критерии согласия Колмогорова–Смирнова.

Задания для аудиторной работы

*Решение задач по данной теме* (Евдокимова Г.С. Математическая статистика в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.5, стр.98-101; 117-142).

Задания для самостоятельной работы

*Решение задач по данной теме* (Евдокимова Г.С. Математическая статистика в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.5.стр.149-152).

**Самостоятельная работа**

Задания для самостоятельной работы представлены к каждому практическому занятию.

**6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)**

**6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации**

**Теоретические вопросы**

Теоретические вопросы по основным темам курса предложены к каждому практическому занятию.

**Критерии оценивания ответа на теоретический вопрос**

Оценка	Критерии
<b>отлично</b>	полностью раскрывает содержание вопроса, приводит примеры ситуаций, демонстрирующих теоретические положения, рассмотренные в вопросе
<b>хорошо</b>	допускает неточности при изложении теоретического материала, приводит примеры ситуаций, демонстрирующих теоретические положения, рассмотренные в вопросе
<b>удовлетворительно</b>	допускает ошибки при изложении теоретического материала, с трудом приводит примеры ситуаций, демонстрирующих

	теоретические положения, рассмотренные в вопросе
<b>неудовлетворительно</b>	допускает грубые ошибки при изложении теоретического материала, с трудом приводит примеры ситуаций, демонстрирующих теоретические положения, рассмотренные в вопросе

### Практические задания

Задания по основным темам курса предложены к каждому практическому занятию.

### Критерии оценивания выполнения практических заданий

Оценка	Критерии
<b>отлично</b>	студент добросовестно выполняет предложенные задания, анализирует полученные эмпирические данные, делает содержательные выводы, активно участвует в обсуждении результатов
<b>хорошо</b>	студент добросовестно выполняет предложенные задания, анализирует полученные эмпирические данные, делает выводы, но допускает неточности, не участвует в обсуждении результатов
<b>удовлетворительно</b>	студент выполняет предложенные задания, с трудом проводит анализ эмпирических данных, затрудняется в выводах, не участвует в обсуждении результатов
<b>неудовлетворительно</b>	студент не выполняет задания

### Контрольные работы 3 семестр

#### Контрольная работа №1

1. В телестудии три телевизионные камеры. Вероятности того, что в данный момент камера включена, равны соответственно 0,9; 0,8; 0,7. Найти вероятность того, что в данный момент включены; а) две камеры; б) не более одной камеры; в) три камеры.

2. 20% приборов монтируется с применением микромодулей, остальные – с применением интегральных схем. Надежность прибора с применением микромодулей – 0,9, интегральных схем – 0,8. Найти: а) вероятность надежной работы наугад взятого прибора; б) вероятность того, что прибор – с микромодулем, если он был исправен.

3. Всхожесть семян некоторого растения составляет 80%. Найти вероятность того, что из 6 посеянных семян взойдут: а) три; б) не менее трех; в) четыре.

4. Вероятность появления событий в каждом из независимых испытаний равна 0,25. Найти вероятность того, что событие наступит 50 раз в 243 испытаниях.

#### Критерии оценивания контрольной работы №1

1. Нормы оценивания:

№п/п	Структурная часть контрольной работы		Количество баллов(*)
1	Задание 1		1 балл
2	Задание 2		1 балла
3	Задание 3		1 балла
4	Задание 4		2 балла



(\*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

№ п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

**Контрольная работа №2**

1. Автомобиль должен проехать по улице, на которой установлено четыре независимо работающих светофора. Каждый светофор с интервалом в 2 мин подает красный и зеленый сигналы; с.в.  $X$  – число остановок автомобиля на этой улице. Найти закон распределения указанной дискретной с.в.  $X$  и ее функцию распределения  $F(x)$ . Вычислить математическое ожидание  $M(x)$ , дисперсию  $D(x)$  и среднее квадратичное отклонение  $\sigma(x)$ . Построить график функции распределения  $F(x)$ .

2. Дана функция распределения  $F(x)$  с.в.  $X$ . Найти плотность распределения вероятностей  $f(x)$ , математическое ожидание  $M(x)$ , дисперсию  $D(x)$  и вероятность попадания с.в.  $X$  на отрезок  $[a; b]$ . Построить графики функций  $F(x)$  и  $f(x)$ :

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x > 0, \\ \frac{1}{8}x^3, & \text{при } 0 \leq x \leq 2, a = 0, b = 1, \\ 1, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

3. Валик, изготовленный автоматом, считается стандартным, если отклонение его диаметра от проектного размера не превышает 2 мм. Случайные отклонения диаметра валиков подчиняются нормальному закону со средним квадратичным отклонением 1,6 мм и математическим ожиданием, равным 0. Сколько стандартных валиков (в %) изготавливает автомат?

4. Для определения качества производимой заводом продукции отобрано наугад 2500 изделий. Среди них оказалось 50 с дефектами. Частота изготовления бракованных изделий принята за приближенное значение вероятности изготовления бракованного изделия. Определить, с какой вероятностью можно гарантировать, что допущенная при этом абсолютная погрешность не будет превышать 0,02.

**Критерии оценивания контрольной работы №2**

1. Нормы оценивания:

№п/п	Структурная часть контрольной работы		Количество баллов(*)
1	Задание 1		1 балл
2	Задание 2		1 балла
3	Задание 3		1 балла
4	Задание 4		2 балла

(\*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

№ п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

**4 семестр**  
**Контрольная работа №1**

1. В случае известного математического ожидания  $a$  при  $\xi \in N(a, \sigma^2)$  методом максимального правдоподобия найти оценку дисперсии и исследовать ее свойства.
2. Найти методом моментов точечную оценку параметра  $p$  геометрического распределения  $P(\xi = m) = p(1 - p)^{m-1}$ , где  $m = 1, 2, 3, \dots$ ;  $p$  — вероятность появления события в одном испытании.
3. Производитель автомобильных шин заинтересован в получении оценки средней износоустойчивости шин особой модели. Он провел случайную выборку — 10 шин — и подверг их специальному испытанию. Средняя износоустойчивость, по данным выборки, оказалась равно 22500 миль со стандартным выборочным неисправленным отклонением  $S = 3000$  миль. Найти доверительный интервал с вероятностью 99 % для средней износоустойчивости всего выпуска шин этого типа. Генеральная совокупность распределена нормально.

**Критерии оценивания контрольной работы №1**

1. Нормы оценивания:

№п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов(*)
1	Задание 1	1 балл
2	Задание 2	2 балла
3	Задание 3	2 балла

(\*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

№ п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

**Контрольная работа №2**

1. Можно ли две независимые нормальные выборки  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  и  $(y_1, y_2, \dots, y_m)$  считать одинаково распределенными, если  $\bar{x} = 2,7$ ;  $S_1^2 = 0,36$ ;  $S_2^2 = 0,64$ ;  $\bar{y} = 3,5$ ;  $n = 10$ ;  $m = 10$ ;  $S_i^2$  — несмещенные оценки дисперсии. Проверить гипотезу на уровне значимости 10 %.
2. Чтобы проверить, оказывает ли влияние на прочность бетона особый способ его приготовления, был сделан небольшой эксперимент. Из данной партии сырья были взяты 6 выборок, причем выборки были сделаны однородными, насколько

возможно. Затем 6 выборок были разделены случайным образом на две группы из трех выборок каждая, и из каждой выборки был сделан пробный куб, причем выборки из группы II подверглись особой обработке. После 28-дневной выдержки шести пробных кубов определили их сопротивление на сжатие, получив следующие результаты опыта:

Бетон I	290	311	284
Бетон II	309	318	318

Проверить с помощью критерия Стьюдента гипотезу о том, что бетон обеих групп одинаково прочен.

3. Ниже приводятся ставшие классическими данные Борткевича о числе лиц, убитых ударом копыта в 10 прусских армейских корпусах за 20 лет (1875—1894).

$i$ —число смертей в одном корпусе за год	0	1	2	3	4	
Число случаев, когда произошло $i$ смертей	109	65	22	3	1	Всего 200

Используя критерий  $\chi^2$  проверить гипотезу о том, что число смертей в одном корпусе за год подчиняется распределению Пуассона.

### Критерии оценивания контрольной работы №2

1. Нормы оценивания:

№п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов(*)
1	Задание 1	1 балл
2	Задание 2	2 балла
3	Задание 3	2 балла

(\*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

№ п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

### Оценивание самостоятельной работы

«отлично» – студент показал знание тем курса, грамотно изложил материал, показал способность мыслить, анализировать и систематизировать информацию, выделил основные положения в изучаемых источниках, подтвердил выдвигаемые положения правильно решенными задачами.

«хорошо» – студент показал знание тем курса, грамотно изложил материал, показал способность мыслить, анализировать и систематизировать информацию, выделил основные положения в изучаемых источниках, подтвердил выдвигаемые положения правильно решенными задачами, но при ответе допускает неточности или студент не отвечает на дополнительные вопросы

«удовлетворительно» – если студент показал знания основных понятий по курсу, но допускает ошибки в изложении, не знает частных случаев, не отвечает на дополнительные вопросы, плохо ориентируется в материале, допускает ошибки при решении задач использует недостоверные источники;

«неудовлетворительно» – если студент допускает грубые ошибки в теоретических вопросах и не в состоянии решать практические задачи.

## **6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации**

### **Критерии получения зачета (3 семестр)**

Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра

«Зачтено» выставляется студенту если он:

- отвечает на теоретические вопросы, рассмотренные на лекциях и практических занятиях (см. Текущий контроль);
- выполняет практические задания, предложенные на занятиях (см. Текущий контроль).
- получает удовлетворительную оценку за творческое задание;
- получает удовлетворительную оценку за доклад.

«Не зачтено» выставляется студенту при невыполнении хотя бы одного из указанных условий.

### **Вопросы для подготовки к экзамену (4 семестр)**

1. Основные задачи математической статистики. Генеральная совокупность и выборка.
2. Способы отбора элементов выборки.
3. Статистический ряд.
4. Статистическая функция распределения.
5. Статистическая совокупность. Гистограмма.
6. Количественные характеристики выборки.
7. очечные оценки неизвестных параметров. Основные требования к ним.
8. Точечные оценки для математического ожидания и дисперсия случайной величины.
9. Получение точечных оценок методом моментов.
10. Получение точечных оценок методом наибольшего правдоподобия.
11. Доверительный интервал и доверительная вероятность.
12. Построение доверительного интервала для математического ожидания.
13. Сглаживание экспериментальной зависимости. Метод наименьших квадратов.
14. Проверка статистических гипотез. Общие понятия.
15. Критерий согласия  $\chi^2$ .
16. Критерий согласия Колмогорова.
17. Критерий знаков.
18. Линейная регрессионная модель.

### **Образец письменного экзаменационного задания (4 семестр)**

**Пример 1.** Построить эмпирическую функцию распределения по результатам наблюдений

$X$	2	3	4	5	7	10
-----	---	---	---	---	---	----

$m_i^*$	3	1	2	3	4	2
---------	---	---	---	---	---	---

**Пример 2.** Найти выборочное среднее, исправленную выборочную дисперсию и исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение для интервального статистического ряда:

Границы интервалов	[0; 4)	[4; 8)	[8; 12)	[12; 16)	[16; 20)	[20; 24]
$m_i^*$	1	1	3	2	1	1

**Пример 3.** Известно, что число независимых опытов до первого появления события имеет геометрический закон распределения:

$x_i$	1	2	3	...	k	...
$p_i$	$P$	$p$	$q^2p$	...	$q^{k-1}p$	...

где  $p$  – неизвестный параметр, который равен вероятности появления события в одном опыте,  $q = 1 - p$ . Проведено 5 серий опытов до первого появления события. Они дали следующие результаты:  $x_1=10$ ,  $x_2=4$ ,  $x_3=2$ ,  $x_4=11$ ,  $x_5=3$ . Найти оценку наибольшего правдоподобия для  $p$ . Оценить  $p$  по методу моментов.

**Пример 4.** Аналитик фондового рынка оценивает среднюю доходность определенных акций. Случайная выборка 15 дней показала, что средняя (годовая) доходность  $\bar{x} = 10,37\%$  с исправленным средним квадратическим отклонением  $S = 3,5\%$ . Предполагая, что доходность акций подчиняется нормальному закону распределения, постройте 95%-ный доверительный интервал для средней доходности интересующего аналитика вида акций.

**Пример 5.** В следующей таблице представлены данные о числе сделок, заключенных на фондовой бирже за квартал, для 517 инвесторов.

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7
$m_i$	112	168	130	68	32	5	1	1

В первой строке приведены числа сделок, во второй — числа инвесторов, заключивших столько сделок за квартал.

Требуется проверить, используя критерий Пирсона, что на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  число сделок, заключенных одним инвестором за квартал, распределено по закону Пуассона с параметром  $\lambda = 1,5$ .

### Критерии оценивания ответа на экзамене

#### 1. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть билета	Количество баллов
1	Теоретическое обоснование обработки статистических данных	0,25 балла
2	Реализация решения задачи	0.75 балла

(\*) Возможна градация в 0,25 балла.

## 2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

## 7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### 7.1. Основная литература

#### 3 семестр

1. Основы теории вероятностей и математической статистики: Учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев. - М.: Флинта: МПСИ, 2010. - 488 с.: 60x88 1/16. (переплет) ISBN 978-5-9765-0314-4
2. Васильев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для академического бакалавриата / А. А. Васильев. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 253 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05175-9. — Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/3F13A609-9D28-44A2-A070-1A025A293A4F](http://www.biblio-online.ru/book/3F13A609-9D28-44A2-A070-1A025A293A4F).
3. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика в 2 ч. Часть 1. Теория вероятностей : учебник и практикум для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер. — 4-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 264 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-01925-4. — Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/426BE322-E08B-4904-B13E-D01A9872443A](http://www.biblio-online.ru/book/426BE322-E08B-4904-B13E-D01A9872443A).

#### 4 семестр

1. Основы теории вероятностей и математической статистики: Учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев. - М.: Флинта: МПСИ, 2010. - 488 с.: 60x88 1/16. (переплет) ISBN 978-5-9765-0314-4
2. Васильев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для академического бакалавриата / А. А. Васильев. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 253 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05175-9. — Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/3F13A609-9D28-44A2-A070-1A025A293A4F](http://www.biblio-online.ru/book/3F13A609-9D28-44A2-A070-1A025A293A4F).
3. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика в 2 ч. Часть 2. Математическая статистика : учебник и практикум для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер. — 4-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 254 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-01927-8. — Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/0CE0092C-9FA7-49DD-B877-6381A42DE735](http://www.biblio-online.ru/book/0CE0092C-9FA7-49DD-B877-6381A42DE735).

### 7.2. Дополнительная литература

#### 3 семестр

1. Бочаров П. П. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для студентов вузов/ П. П. Бочаров, А. В. Печинкин. - 2-е изд.. - М.: Физматлит, 2005. - 296 с.
2. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей: учебник для студентов математ. спец. ун-тов/ Б. В. Гнеденко ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - М.: Едиториал УРСС, 2005. - 448 с.
3. Кибзун А. И. Теория вероятностей и математическая статистика: Базовый курс с примерами и задачами : учеб. пособие для студентов высш. техн. учеб. заведений/ А. И. Кибзун, Е. Р. Горяинова, А. В. Наумов - М.: Физматлит, 2005. - 232 с.

4. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах: учеб. пособие для студентов вузов по направлению "Прикладная математика"/ В. А. Ватутин, Г. И. Ивченко, Ю. И. Медведев, В. П. Чистяков. – М.: Дрофа, 2005. – 320 с.
5. Федоткин М. А. Основы прикладной теории вероятностей и статистики: учебник для студентов вузов по спец. "Приклад. математика и информатика". – М.: Высшая школа, 2006. – 368 с.

#### 4 семестр

1. Бочаров П. П. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для студентов вузов/ П. П. Бочаров, А. В. Печинкин. - 2-е изд.. – М.: Физматлит, 2005. – 296 с.
2. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей: учебник для студентов математ. спец. ун-тов/ Б. В. Гнеденко ;Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - М.: Едиториал УРСС, 2005. – 448 с.
3. Кибзун А. И. Теория вероятностей и математическая статистика: Базовый курс с примерами и задачами : учеб. пособие для студентов высш. техн. учеб. заведений/ А. И. Кибзун, Е. Р. Горяинова, А. В. Наумов – М.: Физматлит, 2005. – 232 с.
4. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах: учеб. пособие для студентов вузов по направлению "Прикладная математика"/ В. А. Ватутин, Г. И. Ивченко, Ю. И. Медведев, В. П. Чистяков. – М.: Дрофа, 2005. – 320 с.
5. Федоткин М. А. Основы прикладной теории вероятностей и статистики: учебник для студентов вузов по спец. "Приклад. математика и информатика". – М.: Высшая школа, 2006. – 368 с.

#### 7.3.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Электронная библиотека <https://www.biblio-online.ru>
2. <http://www.intuit.ru> – Интернет-Университет Информационных Технологий
3. <http://window.edu.ru> – Каталог образовательных Internet-ресурсов.
3. Математическое бюро: решение задач по высшей математике - [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)
4. <http://www.exponenta.ru/> сайт материалов по математическим пакетам.

#### 8. Материально-техническое обеспечение

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная следующим оборудованием: стандартная учебная мебель (28 учебных посадочных мест), стол и стул для преподавателя – по 1 шт., кафедра для лектора – 1 шт., доска настенная трехэлементная – 1 шт., напольный мобильный проекционный экран DA-LITE – 1 шт., мультимедиапроектор BenQ – 1 шт., ноутбук Lenovo – 1шт., колонки Genius – 1 шт., персональные компьютеры, объединенные в сеть с выходом в Интернет, – 16 шт.

Помещение для самостоятельной работы аудитория №224 с выходом в Интернет оснащена следующим оборудованием: стандартная учебная мебель (15 учебных посадочных мест), стол и стул для преподавателя – по 1 шт., доска настенная – 1 шт., мультимедиапроектор BenQ – 1 шт., колонки Genius – 1 шт., персональные компьютеры, объединенные в сеть с выходом в Интернет – 15 шт

#### 9. Программное обеспечение

1. Microsoft Open License (WindowsXP, 7, Office 2003-2016) - Лицензия 66975477 от 03.06.2016 – в составе:
  - ОС Windows

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0  
Владелец: Артеменков Михаил Николаевич  
Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022