

«

23 2022

**Рабочая программа дисциплины
Б1.В.07 Дифференциальные и разностные уравнения**

**09.03.03 Прикладная информатика
Информационные системы организаций и предприятий**

2,3
4,5

3, 108
5

2022

10

	Владеть:
--	----------

3. Содержание дисциплины

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

2. Дифференциальные уравнения с частными производными.

3. Элементы теории функциональных уравнений.

4. Тематический план

			-	-	-	-
1.		13	2	2	-	9
2.)	13	2	2	-	9
3.	(13	2	2	-	9
4.		11	-	2	-	9

5.		11	-	2	-	9
6.		9	-	-	-	9
7.		11	-	2	-	9
8.		9	-	-	-	9
9.		9	-	-	-	9
		9	-	-	-	9
Всего за семестр		108	6	12	-	81+9

5. Виды образовательной деятельности

Лекции

Лекция 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные понятия. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши:

;

;

;

Лекция 2. Дифференциальные уравнения первого порядка (уравнения с разделяющимися переменными, линейные, Бернулли):

;

;

Лекция 3. Дифференциальные уравнения первого порядка (однородные, в полных дифференциалах):

;

Практические занятия

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

n -

- 5.
- 6.

$$y = f(x, y) ?$$

$$y = f(x, y)$$

7.

$$y = f(x, y).$$

8.

9.

10.

1)

$$x^2 - 5y = 0 \quad 3y''(y = 0);$$

$$\frac{(x, y)}{x} - 7 \frac{(x, y)^2}{x y} = 0 \quad (x, y, z) = 0?$$

2)

$$y = \sqrt{x^2 + C}, \quad yy' = x \quad y = x \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt, \quad xy' = y(x \sin x);$$

$$y = x(Ce^y), \quad (x - y(1))y' = 1 \quad \int \frac{x \ln t}{y t^2(2 \ln t - 1)} dt, \quad y' \ln \frac{y'}{4} = 4x.$$

3)

$$y = (x)$$

$$y' = y \cos(x - 1)(\ln x) \quad P(1, 3)$$

$$'(1), \quad ''(1).$$

4)

$$y' = x^2(y^2 - 9) \quad y' = y(3\sqrt[3]{y}) \quad y' = \frac{y}{\cos x}.$$

5)

$$y = x + 1 \frac{1}{\ln x} + C$$

$$y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x} \quad G_C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0, \quad y' = y(x - y)\}$$

$$y = x$$

6)

$$y = Cx^2, \quad y|_{x=2} = 3;$$

$$\ln^2(x - y)(y \ln x) = C,$$

$$y|_{x=1} = e - 1; \quad e -$$

1)

$$y = xy' - (y')^2 \quad 3y^2(y = 0);$$

$$\frac{(x, y)^2}{x^2} - \frac{(x, y)^2}{y^2} = 0 \quad x^2(y^2 - 1)?$$

2)

$$y^2 - x^2 - 2xyy' = 0, \quad y = \sqrt{2Cx - x^2};$$

$$y' = y e^{x(x^2)}, \quad y = e^{\int_0^x e^{t^2} dt} (Ce^x); \quad xy' = y \operatorname{tg}(\ln y), \quad y = e^{\arcsin Cx}.$$

3)

$$y' = x(y - y|_{x=1} - 5)$$

4)

$$y' = y^2 (xy - x^2), \quad y|_{x=0} = 1.$$

5)

$$y' = \sqrt{x - 4y^2} \quad y' = y \operatorname{tg} x.$$

□ □ □ □ □ □ □

$y = f(x)?$

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.
- 6.
- 7.
- 8.
- 9.

$$y' = (p(x)y + q(x))$$

$$y' = (p(x)y + q(x))?$$

1)

$$xy'(2y - x^2) \quad y'(y - \cos x).$$

2)

$$y' = y \operatorname{tg} x + \frac{1}{\cos x}, \quad y|_{x=0} = 1; \quad y'(x^2y - x^2), \quad y|_{x=2} = 1.$$

3)

$$y' = \frac{1}{x \cos y (\sin 2y)}.$$

4)

5)

$$y'(2xy - 2x^3y^3).$$

6)

$$xy' = 4y - x^2\sqrt{y}$$

1)

$$y'(2xy - 2xe^{-x^2}).$$

2)

$$xy' - \frac{y}{x} = x, \quad y|_{x=1} = 1; \quad y' - 2xy = 0, \quad y|_{x=0} = 5.$$

3)

x:

$$(x - 2xy - y^2)y'(y^2 - 0).$$

4)

$$3x^2 e^y dx + (x^3 e^y - 1) dy = 0 \quad (\sin xy + xy \cos xy) dx + x^2 \cos xy dy = 0.$$

2)

$$(3y^2 + 2xy + 2x) dx + (6xy + x^2 + 3) dy = 0,$$

M(0; 1).

3)

$$y' = \frac{x^2 (y^2 - 13)}{xy - 6}.$$

4)

$$y' = \frac{y}{2x}.$$

5)

$$\frac{dy}{dx} = x(y, y(0) = 1).$$

□

4.

□

□

□

1.

2.

$$y^{(n)} = f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})? \quad (2)$$

3.

4.

$$y = f(x, y, y')?$$

5.

6.

7.

$$y^{(n)} = f(x)?$$

8.

$$F(x, y^{(1)}, \dots, y^{(n)}) = 0$$

9.

$$F(y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$$

$$(y')^2 - y^2 = 0$$

$$y(y')^3 - (x - 1)$$

$$x(y')^2 - 2yy'(x) = 0$$

$$x - (y')^3 - (y')$$

$$y - (y')^2 - 2(y')^3$$

$$(y')^2 - (y')^3 - y^2$$

$$2xy' - y - y' \ln yy'$$

$$8(y')^3 - 27y$$

$$(y')^2 - 4y^3 = 0$$

$$x = y' \sqrt{(y')^2 - 1}$$

$$y = \ln(1 + (y')^2)$$

□ □ 5 □ □ □

□ □ □ □

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.
- 6.
- 7.
- 8.

1)

$$(y'; y''): y_1 = e^{2x} \sin 3x; y_2 = e^{2x} \cos 3x.$$

2)

$$y_1 = x; y_2 = 2x; y_3 = x^2.$$

3)

$$y_1 = \begin{matrix} x^2, 1-x=0, \\ 0, 0 \end{matrix} \quad y_2 = \begin{matrix} 0, 1-x=0, \\ x^2, 0 \end{matrix}$$

4)

$$e^x, xe^x.$$

5)

$$y'' - (y' - 6y) = 0 \quad e^{2x}, e^{3x}$$

1)

$$\frac{1}{x}, e^{\frac{1}{x}}.$$

2)

$$y_1 = \begin{matrix} 0, & 0-x=\frac{1}{2}, \\ x-\frac{1}{2}, & \frac{1}{2}-x=1, \end{matrix} \quad y_2 = \begin{matrix} x-\frac{1}{2}, & 0-x=\frac{1}{2}, \\ 0, & \frac{1}{2}-x=1, \end{matrix}$$

3)

$$y_1 = e^x, y_2 = e^x.$$

4)

$$y(x) = 0.$$



1.

2.

3.

$$u(x, y) = ?$$

4.

1) Проверьте, является ли функция $u(x, y) = \varphi(x^2 + y^2)$, где φ – произвольная дифференцируемая функция, общим решением уравнения

$$x \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} - y \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} = 0.$$

2) Найдите решение уравнения $\frac{\partial u}{\partial x} = x^2$, удовлетворяющее условию

$$u(x, y)|_{x=0} = -y^2.$$

3) Найдите общие решения уравнений: а) $\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x \partial y} = 0$; б) $\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} = x + y$.

4) Пусть дано квазилинейное уравнение 2-го порядка

$$2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 3 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 7 \frac{\partial u}{\partial x} + 4 \frac{\partial u}{\partial y} - 2u(x, y) = 0.$$

1) Проверьте, является ли функция $\exp(x^2 + y^2)(\varphi(x) + \psi(y))$, где $\varphi(x), \psi(y)$ – произвольные дважды дифференцируемые функции, решением уравнения

$$\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x \partial y} - y \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} - x \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} + xy u = 0.$$

2) Найдите решение уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = x + y - xy$, удовлетворяющее условию $u(x, y)|_{x=0} = y^2$.

3) Найдите общее решение уравнения $\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x \partial y} = x^2 + y^2 - xy$.

4) Пусть дано линейное уравнение 2-го порядка

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 5 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 32u(x, y) = 0.$$

Самостоятельная работа

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

$y = f(x, y)$

$$ye^{2x} dx + (1 - e^{2x}) dy = 0 \quad yy' = \frac{1 - 2x}{y}$$

$$y' \operatorname{tg} x = y - 1,$$

$$y|_x = \frac{\pi}{2} = 1.$$

3)

$$xy' \cos \frac{y}{x} = y \cos \frac{y}{x} - x \quad y' = \frac{y \ln \frac{y}{x}}{x}$$

4)

$$xy dy + y^2 dx = (x + y)^2 e^{\frac{y}{x}} dx,$$

M(1; 1).

5)

$$(1 - e^y) dx + (e^y (1 - \frac{x}{y})) dy = 0,$$

P(0; 2).

M(-

7)

$$(x + y - 1) dx + (2x + 2y - 1) dy = 0.$$

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

$k -$

$D \in \mathbb{R}^2$

:

$$1) (2\sqrt{xy} - y)dx + xdy = 0$$

$$2) (2x + y) dx - xdy = 0.$$

$$3) xy' = y \ln \frac{y}{x}.$$

$$4) (xy + y^2) y' = y^2.$$

$$5) y' = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}.$$

$$6) (x^3 + xy^2) y' = y^3.$$

$$7) y' = \frac{2x+1}{3y+x+2}.$$

$$8) y' = \frac{x-y+3}{x-y}.$$

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □

1.

2.

3.

1)

$$y'' + y = \operatorname{tg} x$$

2)

$$y'' - 3y' - 4y = 6xe^{-x}$$

3)

$$y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\cos x}$$

$$y'' + 4y = \operatorname{ctg} 2x$$

4)

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □

1.

2.

3.

1)

$$3k^2 - k - 2 = 0.$$

2)

$$y'' (y - 2y) = 0.$$

3)

$y \in (4y - 0,$

$y \in [0, 7], y \in [0, 8].$

4)

$5y - 6y \in (5y - f, x)$

$f(x) = e^{\frac{3}{5}x} \cos x.$

5)

$k_1 = 2i, k_2 = -2i$

$f(x) = A \sin 2x + B \cos 2x, A = \text{const}, B = \text{const}.$

1.

2.

3.

4.

5.

6.

1) Приведите к канонической форме дифференциальные уравнения:

а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 3 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial u}{\partial x} + 2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0;$

б) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (1 + y^2)^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2y(1 + y^2) \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$

2) Следующие уравнения приведите к канонической форме в каждой из областей, где сохраняется тип рассматриваемого уравнения:

а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2x \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 0;$ б) $x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial u}{\partial x} + 2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0;$

в) $x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2x \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + (x - 1) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$

1.

2.

- 3.
- 4.
- 5.

1) Проверьте, является ли функция $\exp(x^2 + y^2)(\varphi(x) + \psi(y))$, где $\varphi(x), \psi(y)$ - произвольные дважды дифференцируемые функции, решением уравнения

$$\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x \partial y} - y \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} - x \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} + uyx = 0.$$

2) Найдите решение уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = x + y - xy$, удовлетворяющее условию $u(x, y)|_{x=0} = y^2$.

3) Найдите общее решение уравнения $\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x \partial y} = x^2 + y^2 - xy$.

4) Решите задачу Коши: $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{x+y}{x} \frac{\partial z}{\partial y} = 0$; $z = y$ при $x = 1$.

5) Найти закон движения $U(t, x)$ однородной струны, закреплённой в точках $x = 0$ и $x = l$, по данным начальным условиям:

$$U|_{t=0} = f(x) = \begin{cases} \frac{4h}{l}x & \text{при } 0 \leq x \leq \frac{l}{4}, \\ \frac{4h}{3l}(l-x) & \text{при } \frac{l}{4} \leq x \leq l; \end{cases} \quad U'|_{t=0} = F(x) \equiv 0.$$

□ □ □ □ □ □

1.

$f(x)$.

2.

n -

3.

$$x(0)=1, x(2)=0.$$

1. $x_{n+2} - 4x_{n+1} + 3x_n = 2 \cdot (-1)^n + n + 3$

2. $x_{n+2} + 6x_{n+1} + 5x_n = 3 \cdot (-1)^n + 2n - 3$

3. $x_{n+2} + 6x_{n+1} + 5x_n = 2 \cdot (-5)^n + 3n - 1$

4. $x_{n+2} + 5x_{n+1} + 4x_n = -(-1)^n - n + 1$

5. $x_{n+2} + 4x_{n+1} - 5x_n = 2 \cdot (-5)^n + n - 4$

□ □ □ □ □□ □

1.

2.

3.

1)

2)

$$f(x+2) + 4f(x+1) + 3f(x) = 0, \quad f(1) = 1, \quad f(2) = 7.$$

3)

1.

2.

3.

$$1) y_k = 2 \left(3y_{k-1} - 36 \cdot 7^k (\cos \mu k, y_0 = 15 \sin \mu, y_1 = 0. \right.$$

$$2) y_k = 2 \left(8y_{k-1} - 19y_{k-2} + \sin \mu k \cdot 2^k (2k - 3), y_2 = y(3) = 0. \right.$$

$$3) y_k = 2 \left(12y_{k-1} - 122y_{k-2} + (3k - 1) 2^{k(1)}, y_2 = 18 \sin 3\mu, y_3 = 23 \cos \frac{5\mu}{2}. \right.$$

$$4) y_k = 2 \left(3y_{k-1} - 18y_{k-2} + 80 \cdot 11^k (3^k \cos \mu k, y_1 = y(2) = 0. \right.$$

$$5) y_k = 2 \left(y_{k-1} - 42y_{k-2} + 4k(1 - 7^k), y_0 = \sin 13\mu, y_1 = 2 \cos \frac{13\mu}{3}. \right.$$

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

Оценочные средства

I. Контрольные вопросы для проверки теоретической подготовки к практическому занятию.

II. Задания для самостоятельной работы.

III. Контрольная работа по дисциплине.

Критерии оценивания качества теоретической подготовки к практическому занятию и выполнения заданий

1. $F(x, y, y', \dots, y^n) = 0.$
2. $y = e^x \sin x$
3. $y'' - 2y' + 2y = 0.$
4. $y|_{x=1} = y|_{x=1} = 1.$
5. $y'' + (y - 6\cos 2x) = 3x \sin 2x.$

1.

		*)
1		

(*)

2.

1		3,75-4
2		2,75-3,5
3		2-2,5
4		

6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

Вопросы для подготовки к экзамену и образцы экзаменационных заданий.

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

11.

12.

13.

14.

15.

16.

17.

18.

19.

20.

21.

22.

23.

24.

1.

2.

3.

$$y|_{x=1} = y|_{x=1} - 1.$$

4.

$$y = 4y - (3y - x).$$

5.

$$y = k(2 - 2y) + k(1 - 4y) + 7k - 3 - 1^k, \quad y = 0 \rightarrow 0, \quad y = 1 \rightarrow 1.$$

1.

1		

2.

1		4,75-5
2		3,75-4,5
3		3-3,5
4		

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

7.1. Список основной литературы

1.

/ 327 3- ISBN 978-5-534-01777-

9.

020).

3-

274

ISBN 978-5-534-02097-

7.

601

ISBN 978-5-9916-5873-7.

8.09.2020).

280

ISBN 978-5-9916-9896-2.

5.

447

8-

ISBN 978-5-534-12319-7.

URL: <https://urait.ru/bcode/449732>

6.

2.

-

-

7.2. Список дополнительной литературы

1.

2003.

2.

-

3.

]

[

]

[

2015.

4

5

1983.

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

1.

2010.

-

7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

<http://cdo.smolgu.ru>

-

<http://biblioteka.smolgu.ru>

<http://www.intuit.ru>

<http://exponenta.ru>

<http://www.mathnet.ru>

8. Материально-техническое обеспечение

ematica

WWW-

-

LITE
Genius

BenQ

DA-

9. Программное обеспечение

Microsoft Excel, Microsoft PowerPoint
WWW-eb- Microsoft Open License (Windows XP, 7, 8, 10, Server,
Office 2003- Microsoft Open License (Windows XP, 7, 8, 10, Server, Office 2003-
Dr. Web Server/Desktop Security Suite (EE4E-QN5S-6FG2-N76B ()
); Kaspersky Endpoint Security
FB615121

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН