Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«С оленский государственный университет!

"а#едра ате атического анализа

«$тверждаю!
%роректор &о учебно'
етодической работе
(((((((((((( ) *+* $сти енко
«,-! июня ,.,, г*

**Рабочая программа дисциплины**
**Б1.В.09 Дифференциальные и разностные уравнения**

/а&равление &одготовки0 **09.03.03 Прикладная информатика**
/а&равленность 1&ро#иль20 **Информационные системы организаций и предприятий**
Фор а обучения0 очная
"урс 3 ,
Се естр 3 4
5сего зачетны6 единиц 3 -7 часов 3 8.9
Фор а отчетности0 :кза ен 3 4 се естр

%рогра у разработала0
Старший &ре&одаватель ;огданова /*/*

<добрена на заседании ка#едры
«8=! июня ,.,, г*7 &ротокол > 8._

?аведую@ий ка#едрой (((((((((((( "*М* Расулов

С оленск
,.,,

**1. Место дисциплины в структуре ОП**

Аисци&лина «Аи##еренциальные и разностные уравнения! в6одит в часть блока 8«Аисци&лины 1 одули2! учебного &лана бакалавриата &о на&равлению &одготовки .В*.-*.- «%рикладная ин#ор атика! 1&ро#иль «Сн#ор ационные систе ы организаций и &ред&риятий!27 #ор ируе ую участника и образовательны6 отношенийD изучается в 4 се естре*

Аисци&лина «Аи##еренциальные и разностные уравнения! относится к дисци&лина вариативной части учебного &лана данного на&равления &одготовки и является основой для изучения таки6 дисци&лин таки67 как теория вероятностей и ате атическая статистика7 численные етоды7 и итационное оделирование7 :коно ико' ате атические етоды и одели в логистике и други6* Аля ус&ешного освоения данной дисци&лины необ6оди ы ко &етенции студентов7 с#ор ированные &ри изучении ате атического анализа и алгебры*

Сзучение курса основано на традиционны6 етода6 высшей школы7 тесной взаи освязи со с ежны и курса и7 а также на ис&ользовании совре енной учебной7 етодической литературы7 ин#ор ационны6 и образовательны6 те6нологий*

/еоб6оди ы и условия и для освоения дисци&лины являютсяD знания в области основны6 :ле ентарны6 #ункций7 и6 свойств и гра#иковD у ения вы&олнять алгебраические и тригоно етрические &реобразования7 решать алгебраические и тригоно етрические уравнения и неравенства*

5 настоя@ее вре я ате атические етоды исследования &роникают во все области человеческой деятельности* Ето &овышает интерес к ате атике со стороны с ежны6 наук7 ис&ользую@и6 различный обFе ате атически6 знаний* "ро е того7 развитие ин#ор ационны6 те6нологий и систе ко &ьютерной ате атики7 которые &ри еняются для решения ноги6 ате атически6 задач7 требует алгорит ической четкости &ри изучении ате атически6 дисци&лин* %о:то у курс ди##еренциальны6 и разностны6 уравнений зани ает важное есто в <% на&равления &одготовки «%рикладная ин#ор атика!*

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

| "о &етенция | Сндикаторы |
|---|---|
| **УК-1.** С&особен осу@ествлять &оиск7 критический анализ и синтез ин#ор ации7 &ри енять систе ный &од6од для решения &оставленны6 задач | **Знать:** основные &ринци&ы и требования систе ного &од6ода к решению &оставленны6 задачD<br>**Уметь:** осу@ествлять &оиск7 отбор ин#ор ации7 интер&ретировать ее для решения &оставленны6 задач7 #ор ировать собственные суждения и убедительно обосновать и6D<br>**Владеть:** навыка и сбора7 критического анализа и синтеза ин#ор ации в соответствии с &оставленной &робле ой* |
| **ПК-2.** С&особен &роводить о&исание &рикладны6 &роцессов и ин#ор ационного обес&ечения и &роектировать авто атизированные ин#ор ационные систе ы 1GHI'систе ы2 | **Знать:** основные &ринци&ы и етоды о&исания и анализа &рикладной области7 ин#ор ационны6 &отребностей7 #ор ирования требований к ин#ор ационны систе а 7 етоды #ор ализации и структурирования данны67 основные етоды и те6нологии &роектирования ин#ор ационны6 систе 7 воз ожности ти&овы6 СС7 ар6итектуру7 устройство и #ункционирование вычислительны6 сетей7 ко уникационное оборудование и сетевые &ротоколы7 теорию баз данны6 и основы &рогра ирования*<br>**Уметь:** &роводить анализ &ред етной области7 выявлять ин#ор ационные &отребности и разрабатывать требования к ин#ор ационны систе а 7 #ор ализовывать и структурировать &олученную ин#ор ацию7 осу@ествлять сравнительный анализ и выбор ин#ор ационно' ко уникационной те6нологии для решения &оставленны6 задач7 &роектировать ин#ор ационные систе ы* |

| | |
|---|---|
| | **Владеть:** навыка и сбора и анализа ин#ор ации7 необ6оди ой для решения &оставленны6 &роизводственны6 задач7 навыка и &о #ор ализации и структурированию данны67 навыка и работы с &рикладны &рогра ны обес&ечение для &роектирования совре енны6 ин#ор ационны6 систе . |

## 3. Содержание дисциплины

1. **Обыкновенные дифференциальные уравнения.** %онятие ди##еренциального уравнения* ?адачи7 &риводя@ие к ди##еренциальны уравнения * Аи##еренциальные уравнения &ервого &орядка* ?адача "оши* Jеоре а "оши* %онятие об@его7 частного и особого решения ди##еренциального уравнения &ервого &орядка* Кео етрическая интер&ретация ди##еренциального уравнения &ервого &орядка* Аи##еренциальные уравнения &ервого &орядка 1уравнения с разделяю@и ися &ере енны и7 линейные7 ;ернулли7 однородные7 в &олны6 ди##еренциала62* Аи##еренциальные уравнения высши6 &орядков* ?адача "оши* Jеоре а "оши* $равнения7 до&ускаю@ие &онижения &орядка* Lинейные ди##еренциальные уравнения второго &орядка* Метод вариации &роизвольны6 &остоянны6 и етод нео&ределенны6 ко:##ициентов* Систе ы ди##еренциальны6 уравнений*
2. **Дифференциальные уравнения с частными производными.** %онятие ди##еренциального уравнения с частны и &роизводны и и его об@его решения* "вазилинейные ди##еренциальные уравнения второго &орядка и и6 канонические #ор ы* <сновные уравнения ате атической #изики* Метод Фурье*
3. **Элементы теории функциональных уравнений.** Функциональные уравнения7 не содержа@ие свободны6 &ере енны6* Функциональные уравнения7 содержа@ие свободные &ере енные* Разностные уравнения* Lинейные разностные уравнения &ервого и второго &орядка с &остоянны и ко:##ициента и* Систе ы разностны6 уравнений*

## 4. Тематический план

4 се естр

| > &М& | Jе ы | 5сего часов | Фор ы занятий | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Lек'ции | %ракти'ческие занятия | Lабо'ратор'ныера бо'ты | Са ос'тоятель'ная работа |
| 8* | <быкновенные ди##еренциальные уравнения*<сновные &онятия*Аи##еренциальные уравнения &ервого &орядка* ?адача "оши* | N | , | , | ' | - |
| ,* | Аи##еренциальные уравнения &ервого &орядка 1уравнения с разделяю@и ися &ере енны и7 линейные7 ;ернулли2 | 8. | , | 4 | ' | 4 |
| -* | Аи##еренциальные уравнения &ервого &орядка 1однородные7 в &олны6 ди##еренциала62* | 8. | , | 4 | ' | 4 |
| 4* | Аи##еренциальные уравнения высши6 &орядков* ?адача "оши* | N | , | , | ' | - |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $равнения7 до&ускаю@ие &онижения &орядка | | | | | |
| 0* | Lинейные ди##еренциальные уравнения второго &орядка* Метод вариации &роизвольны6 &остоянны6 и етод нео&ределенны6 ко:##ициентов | 8, | , | = | ' | 4 |
| =* | "онтрольная работа | - | ' | , | ' | 8 |
| N* | Аи##еренциальные уравнения с частны и &роизводны и* <сновные уравнения ате атической #изики | 88 | , | = | ' | - |
| 9* | Функциональные уравнения* <сновные &онятия | 4 | , | ' | ' | , |
| B* | Lинейные разностные уравнения &ервого и второго &орядка с &остоянны и ко:##ициента и | 84 | , | = | ' | = |
| 8.* | "онтрольная работа | - | ' | , | ' | 8 |
| | Екза ен | ,N | ' | ' | ' | ,N |
| | **Всего за семестр** | **108** | **16** | **34** | **-** | **58** |

## 5. Виды образовательной деятельности

4 се естр

**Лекция 1 «Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные понятия. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши»** &онятие ди##еренциального уравнения ди##еренциальное уравнение &ервого &орядка и его решение задача "оши и теоре а "оши для ди##еренциального уравнения &ервого &орядка &онятие об@его7 частного и особого решения ди##еренциального уравнения &ервого &орядка гео етрическое истолкование ди##еренциального уравнения &ервого &орядка*

**Лекция 2«Дифференциальные уравнения первого порядка (уравнения с разделяющимися переменными, линейные, Бернулли)»** ди##еренциальное уравнение &ервого &орядка с разделяю@и ися &ере енны и линейное ди##еренциальное уравнение &ервого &орядка уравнение ;ернулли &ри еры*

**Лекция3 «Дифференциальные уравнения первого порядка (однородные, в полных дифференциалах)»** однородное уравнение &ервого &орядка уравнение в &олны6 ди##еренциала6 &онятие интегрирую@его ножителя &ри еры*

**Лекция4«Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Уравнения, допускающие понижения порядка»** о&ределение ди##еренциального уравнения высшего &орядка задача и теоре а "оши для ди##еренциального уравнения высшего &орядка уравнения7 до&ускаю@ие &онижение &орядка*

**Лекция 5«Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Метод вариации произвольных постоянных и метод неопределенных коэффициентов»:**линейные однородные ди##еренциальные уравнения второго &орядка &онятие #унда ентальной систе ы частны6 решений &остроение об@его решения линейного однородного ди##еренциального уравнения второго &орядка линейные однородные ди##еренциальные уравнения второго &орядка с &остоянны и ко:##ициента и линейные неоднородные ди##еренциальные уравнения второго &орядка Pтруктура об@его решения етод Lагранжа линейные неоднородные ди##еренциальные уравнения с &остоянны и ко:##ициента и етод нео&ределенны6 ко:##ициентов*

**Лекция 6«Дифференциальные уравнения с частными производными. Основные уравнения математической физики»**0 уравнения в частны6 &роизводны6D основные &онятияD основные уравнения  ате атической #изикиD класси#икация квазилинейны6 ди##еренциальны6 уравнений второго &орядкаD задача о струнеD етод Фурье решения уравнений  ате атической #изики*

**Лекция7«Функциональные уравнения. Основные понятия»**0 #ункциональные уравнения7 не содержа@ие свободны6 &ере енны6D #ункциональные уравнения7 содержа@ие свободные &ере енныеD &ри еры*

**Лекция8«Линейные разностные уравнения первого и второго порядка с постоянными коэффициентами»**0 разностные уравненияD основные &онятия теории разностны6 уравненийD линейные разностные уравнения &ервого и второго &орядка с &остоянны и ко:##ициента и*

### *Практическое занятие 1. Понятие дифференциального уравнения. Задача Коши для дифференциальных уравнений первого порядка*

Jеоретические во&росы

8* С#ор улируйте о&ределение ди##еренциального уравнения* %риведите &ри еры*
,* "акое ди##еренциальное уравнение называется обыкновенны Q
-* "ак о&ределяется &орядок ди##еренциального уравненияQ
4* С#ор улируйте о&ределение решения ди##еренциального уравнения $n$ 'го &орядка* %риведите &ри еры*
0* Rто называется интегральной кривой ди##еренциального уравнения $y' = f(x, y)$ Q
=* 5 че состоит задача "оши для ди##еренциального уравнения $y' = f(x, y)$ Q "аков ее гео етрический с ыслQ
N* С#ор улируйте теоре у о су@ествовании и единственности решения задачи "оши для уравнения $y' = f(x, y)$ *
9* С#ор улируйте о&ределение об@его решения 1интеграла2 ди##еренциального уравнения &ервого &орядка* %риведите &ри еры*
B* Rто называется частны решение 1интеграло 2 ди##еренциального уравнения &ервого &орядкаQ %риведите &ри еры*
8.* Rто такое особое решение ди##еренциального уравнения &ервого &орядкаQ %риведите &ри еры*

?адания для аудиторной работы

82 "акие из следую@и6 уравнений являются *дифференциальными:*

а2 $x^2 - 5y = 0$ D б2 $3y'' + y = 0$ D

в2 $\frac{\partial\varphi(x,y)}{\partial x} - 7\frac{\partial^2\varphi(x,y)}{\partial x\,\partial y} = 0$ D г2 $\Phi(x,y,z) = 0$ Q

,2 %роверьте7 являются ли следую@ие #ункции решения и для указанного ди##еренциального уравнения 1$C$ 3 &роизвольная &остоянная20

а2 $y = \sqrt{x^2 + C}, \quad yy' = x$ D б2 $y = x\int_0^x \frac{\sin t}{t}\,dt, \quad xy' = y + x\sin x$ D в2 $y=x+Ce^y, \quad (x-y+1)y'=1$ D г2 $\{x=t\ln t,$ ¿¿¿¿

$y'\ln\frac{y'}{4}=4x$ *

-2%усть $y=\phi(x)$ 3 интегральная кривая ди##еренциального уравнения $y'=y\cos(x-1)+\ln x$ 7 &ро6одя@ая через точку $P(1,3)$ * / айдите значения $\phi'(1), \phi''(1)$ *

42 Аля данны6 ди##еренциальны6 уравнений выделите области7 в которы6 вы&олняются условия теоре ы "оши о су@ествовании и единственности решения0

а2 $y'=x^2+y^2-9$ D б2 $y'=y+3\sqrt[3]{y}$ D в2 $y'=\frac{y}{\cos x}$ *

O2 %роверьте7 является ли се ейство #ункций $y=x\left(1-\frac{1}{\ln x+C}\right)$ 7 где $C$ 3 &роизвольная &остоянная7 *общим решением* ди##еренциального уравнения $y'=\frac{y^2}{x^2}-\frac{y}{x}+1$ в &олу&лоскости $G_+=\{(x,y)\in R^2 | x>0, -\infty<y<+\infty\}$ *

;удет ли #ункция $y=x$ *особым решением* данного ди##еренциального уравненияQ

=2 ?ная об@ие решения 1об@ие интегралы2 ди##еренциальны6 уравнений7 найдите и6 частные решения 1частные интегралы27 удовлетворяю@ие заданны  начальны  условия 0

а2 $y=Cx^2, \quad y|_{x=2}=3$ D

б2 $\ln^2(x+y)+y\ln x=C,$ $y|_{x=1}=e-1;$ здесь $e$ ' основание натурального логари# а*

<u>?адания для са остоятельной работы</u>

82 "акие из следую@и6 уравнений являются *дифференциальными:*

а2 $y=xy'-(y')^2$ D б2 $3y^2+y=0$ D

в2 $\frac{\partial^2\varphi(x,y)}{\partial x^2}-\frac{\partial^2\varphi(x,y)}{\partial y^2}=0$ D г2 $x^2+y^2=1$ Q

,2 %роверьте7 являются ли для заданного ди##еренциального уравнения следую@ие #ункции его решения и 1$C$ 3 &роизвольная &остоянная20

а2 $y^2-x^2-2xyy'=0, \quad y=\sqrt{2Cx-x^2}$ D

б2 $y'-y=e^{x+x^2}, \quad y=e^x\int_0^x e^{t^2}dt+Ce^x$ D в2 $xy'=y\cdot tg(\ln y), \quad y=e^{\arcsin Cx}$ *

-2 5ерно ли7 что су@ествует единственное решение ди##еренциального уравнения $y'=x+y$ 7 удовлетворяю@ее начально у условию $y|_{x=1}=5$ Q <твет обосновать*

42 Составьте интегральное уравнение7 :квивалентное следую@ей задаче "оши0 $y'=y^2+xy+x^2, \;\; y|_{x=0}=1$ *

O2 Aля данны6 ди##еренциальны6 уравнений выделите области7 в которы6 вы&олняются условия теоре ы "оши о су@ествовании и единственности решения0

а2 $y'=\sqrt{x-4y^2}$ D б2 $y'=y\cdot tgx$ *

## *Практическое занятие 2. Уравнения с разделяющимися переменными. Геометрическое истолкование дифференциального уравнения первого порядка*

### Jеоретические во&росы

8* $равнение какого вида называется уравнение с разделенны и &ере енны иQ %риведите &ри еры*

,* "ак задается об@ий интеграл уравнения с разделенны и &ере енны иQ

-* "акое ди##еренциальное уравнение называется уравнение с разделяю@и ися &ере енны иQ %риведите &ри еры*

4* "аков об@ий интеграл ди##еренциального уравнения с разделяю@и ися &ере енны иQ

O* 5 че состоит гео етрическая интер&ретация ди##еренциального уравнения $y'=f(x,y)$ Q %риведите &ри еры*

### ?адания для аудиторной работы

82 /айдите об@ий интеграл уравнения

$$xdx+(1+y)dy=0 \;\; *$$

,2 /айдите об@ее и особые решения ди##еренциального уравнения

$$(y^2+xy^2)y'+x^2-yx^2=0 \;\; *$$

-2 /айдите частное решение уравнения $y'=2\sqrt{y}\ln x$ 7 удовлетворяю@ее начально у условию $y|_{x=e}=1$ *

42 Решите уравнение $y'=\sin(x-y)$ 7 ис&ользуя за ену &ере енной*

O2 Решите ди##еренциальные уравнения0

а2 $ydx+(2\sqrt{xy}-x)dy=0$ D б2 $(y+\sqrt{x^2+y^2})dx-xdy=0$ *

=2 5ыделите интегральные кривые7 &ро6одя@ие через точку S18D 827 для следую@и6 уравнений0 а2 $y'=\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$ D б2 $xy'=x\sin\frac{y}{x}+y$ *

N2 Решите ди##еренциальное уравнение $\frac{dy}{dx}=\frac{y+\sqrt{x^2-y^2}}{x}$ *

92 Решите ди##еренциальное уравнение

$$(2x+y+1)dx+(2y-x-1)dy=0$$ *

?адания для са остоятельной работы

82 / айдите об@ее и особые решения ди##еренциальны6 уравнений0

а2 $ye^{2x}dx-(1+e^{2x})dy=0$ D б2 $yy'=\frac{1-2x}{y}$ *

,2 / айдите частное решение ди##еренциального уравнения $y'tgx-y=1$ 7 удовлетворяю@ее начально у условию $y|_{x=\frac{\pi}{2}}=1$ *

-2 Решите ди##еренциальные уравнения0

а2 $xy'\cos\frac{y}{x}=y\cos\frac{y}{x}-x$ D б2 $y'=\frac{y}{x}\ln\frac{y}{x}$ *

42 / айдите интегральную кривую уравнения $xydy-y^2dx=(x+y)^2e^{-\frac{y}{x}}dx$ 7 &ро6одя@ую через точку S 18D 82*

O2 / айдите интегральную кривую уравнения $(1+e^{\frac{x}{y}})dx+e^{\frac{x}{y}}(1-\frac{x}{y})dy=0$ 7 &ро6одя@ую через точку I1.D ,2*

=2 / айдите кривую7 &ро6одя@ую через точку S 1'8D 827 если угловой ко:##ициент касательной к ней в любой точке равен квадрату ординаты точки касания*

N2 Решите ди##еренциальное уравнение

$$(x+y+1)dx+(2x+2y-1)dy=0$$ *

## ***Практическое занятие 3. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли***

Jеоретические во&росы

8* "ак задается об@ее решение уравнения $y'=f(x)$ Q
,* С#ор улируйте о&ределение линейного ди##еренциального уравнения &ервого &орядка* %риведите &ри еры*
-* С#ор улируйте теоре у "оши для уравнения $y'+p(x)y=q(x)$ *
4* "акие етоды решения линейного ди##еренциального уравнения &ервого &орядка 5а известныQ
O* "акова структура об@его решения уравнения $y'+p(x)y=q(x)$ Q
=* "акое ди##еренциальное уравнение называется уравнение ;ернуллиQ %риведите &ри еры*
N* "акие с&особы решения уравнения ;ернулли 5а известныQ
9* С еет ли уравнение ;ернулли особые решенияQ %риведите &ри еры*
B* "аков вид об@его интеграла уравнения ;ернуллиQ

?адания для аудиторной работы

82 / айдите об@ие решения ди##еренциальны6 уравнений0

а2 $xy'+2y=x^2$ D б2 $y'+y=\cos x$ *

,2 /айдите частные решения следую@и6 ди##еренциальны6 уравнений7 удовлетворяю@ие указанны начальны условия 0

а2 $y'-ytgx=\dfrac{1}{\cos x},\quad y|_{x=0}=1\,;$ б2 $y'+x^2y=x^2,\quad y|_{x=2}=1.$

-2 Решите уравнение7 линейное относительно &ере енной $x$0

$$y'=\frac{1}{x\cos y+\sin 2y}\ *$$

42 ?а сколько инут тело7 нагретое до 8..º7 о6ладится до ,0º в ко нате с те &ературой ,.º7 если до =.º оно о6лаждается за 8. инутQ 1%о закону /ьютона скорость о6лаждения &ро&орциональна разности те &ератур2*

O2 Решите ди##еренциальное уравнение $y'+2xy=2x^3y^3$ *

=2 /айдите о6@ее и особые решения ди##еренциального уравнения $xy'-4y=x^2\sqrt{y}$ *

?адания для са остоятельной работы

82 /айдите о6@ее решение ди##еренциального уравнения $y'+2xy=2xe^{-x^2}$ *

,2 /айдите частные решения следую@и6 ди##еренциальны6 уравнений7 удовлетворяю@ие указанны начальны условия 0

а2 $xy'-\dfrac{y}{x+1}=x,\quad y|_{x=1}=1;$ б2 $y'-2xy=0,\quad y|_{x=0}=5$ *

-2 Решите уравнение7 линейное относительно &ере енной $x$0

$$\left(x-2xy-y^2\right)y'+y^2=0\ *$$

42 ?акон рас&ада радия состоит в то 7 что скорость рас&ада &ро&орциональна налично у количеству радия* Cзвестно7 что &оловина его &ервоначального за&аса рас&адается &о истечении 8=.. лет* <&ределите количество нерас&авшегося радия &о истечении 8.. лет7 если &ервоначальное его количество равно 8 *кг**

O2 /айдите о6@ее и особые решения ди##еренциального уравнения $xy'+y=y^2\ln x$ *

### *Практическое занятие 4. Уравнения в полных дифференциалах*

Jеоретические во&росы

8* C#ор улируйте о&ределение решения уравнения

$$P(x,\,y)\,dx+Q(x,\,y)\,dy=0\ * \qquad 182$$

%риведите &ри еры*

,* 5 како случае уравнение вида 182 называется уравнение в &олны6 ди##еренциала6Q

-* "аково нео66оди ое и достаточное условие того7 чтобы уравнение вида 182 было уравнение в &олны6 ди##еренциала6Q %риведите &ри еры*

4* "акие етоды решения уравнения в &олны6 ди##еренциала6 5а известныQ

0* 5 како случае #ункция $\mu(x,\,y)$ называется интегрирую@и ножителе уравнения 182Q %риведите &ри еры*

=* "аковы достаточные условия су@ествования интегрирую@его ножителя для уравнения 182Q

?адания для аудиторной работы

82 /айдите особые точки следую@и6 ди##еренциальны6 уравнений0

а2 $y'=\dfrac{x+3y-5}{x-2y}$ D б2 $y'=\dfrac{x^3+y^3-28}{x+y-4}$ *

,2Методо изоклин &риближенно &остройте интегральные кривые ди##еренциального уравнения $y'=y-x^2$ *

-2 Сколько решений ди##еренциального уравнения $(x-1)\dfrac{dy}{dx}+y=0$ о&ределяет соотношение $y(x-1)=C$ &ри каждо #иксированно значении $C\in$ $\boldsymbol{R}$Q

42 Решите ди##еренциальное уравнение $\left(\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{3y^2}{x^4}\right)dx=\dfrac{2y}{x^3}dy$ *

O2 5ыделите интегральную кривую уравнения $\dfrac{x}{x^2+y^2}dy=\left(\dfrac{y}{x^2+y^2}-1\right)dx$ 7 &ро6одя@ую через точку S18D 82*

=2 /айдите кривую7 для которой &ло@адь7 ограниченная :той кривой7 осью абсцисс и дву я &ря ы и7 &араллельны и оси $OY$, &ро&орциональна отношению абсциссы к ординате &равой концевой точки дуги кривой*

?адания для са остоятельной работы

82 Решите ди##еренциальные уравнения0

а2 $3x^2e^y dx+(x^3e^y-1)dy=0$ D б2 $(\sin xy+xy\cos xy)dx+x^2\cos xy dy=0$ *

,2 5ыделите интегральную кривую уравнения

$(3y^2+2xy+2x)dx+(6xy+x^2+3)dy=0$ 7&ро6одя@ую через точку S1.D 82*

-2 /айдите особые точки ди##еренциального уравнения

$$y'=\frac{x^2+y^2-13}{xy-6}$$ *

42 Методо изоклин &риближенно &остройте интегральные кривые ди##еренциального уравнения $y'=\dfrac{y}{2x}$ *

O2 /айдите три &оследовательны6 &риближения решения следую@ей задачи "оши0 $\dfrac{dy}{dx}=x+y$ 7 $y(0)=1$ *

## *Практическое занятие 5. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка*

Jеоретические во&росы

8* С#ор улируйте о&ределение однородной #ункции $k$ 'го из ерения в области $D \subset R^2$ * %риведите &ри еры*
,* "аково о&ределение однородного ди##еренциального уравнения &ервого &орядкаQ %риведите &ри еры*
-* 5 че состоит етод решения однородного ди##еренциального уравнения &ервого &орядкаQ
4* Может ли однородное уравнение и еть особые решенияQ

?адания для аудиторной работы

Решите следую@ие ди##еренциальные уравнения0

1) $xy' = y - xe^{\frac{y}{x}}$

2) $xy' - y = xtg\dfrac{y}{x}$

3) $(x+y)y' + y = 0$

4) $y^2 + x^2y' = xyy'$

5) $y' = \dfrac{5x^2 - xy + y^2}{x^2}$

6) $4y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 10\dfrac{y}{x} + 5$

7) $(y^2 - 2xy)dx + x^2dy = 0$

8) $xy' = 2\sqrt{3x^2 + y^2} + y$

?адания для са остоятельной работы

Решите следую@ие ди##еренциальные уравнения0

1) $(2\sqrt{xy} - y)dx + xdy = 0$

2) $(2x + y)\,dx - xdy = 0.$

3) $xy' = y\ln\frac{y}{x}.$

4) $(xy + y^2)\,y' = y^2.$

5) $y' = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}.$

6) $(x^3 + xy^2)\,y' = y^3.$

7) $y' = \frac{2x+1}{3y+x+2}.$

8) $y' = \frac{x-y+3}{x-y}.$

## *Практическое занятие 6. Дифференциальные уравнения высших порядков*

Jеоретические во&росы

8* С#ор улируйте о&ределение обыкновенного ди##еренциального уравнения высшего &орядка* %риведите &ри еры*
,* 5 че состоит задача "оши для ди##еренциального уравнения

$$y^{(n)}=f\left(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}\right) \quad Q \qquad 1,2$$

-* С#ор улируйте теоре у о су@ествовании и единственности решения задачи "оши для уравнения 1,2*

4* 5 че состоит гео етрический с ысл задачи "оши для уравнения $y''=f(x, y, y')$ Q

0* С#ор улируйте о&ределение об@его решения 1интеграла2 уравнения 1,2* %риведите &ри еры*

=* "аково о&ределение частного решения 1интеграла2 уравнения 1,2Q %риведите &ри еры*

N* "акой вид и еет об@ее решение ди##еренциального уравнения $y^{(n)}=f(x)$ Q %риведите &ри еры*

9* "акой &одстановкой достигается &онижение &орядка уравнения $F\left(x, y^{(k+1)}, \dots, y^{(n)}\right)=0$ Q %риведите &ри еры*

B* С &о о@ью какой &одстановки достигается &онижение &орядка уравнения $F\left(y, y', \dots, y^{(n)}\right)=0$ Q %риведите &ри еры*

?адания для аудиторной работы

82 / айти все решения данны6 ди##еренциальны6 уравнений*

а2 $(y')^2-y^2=0$

б2 $y(y')^3+x=1$

в2 $x(y')^2-2yy'+x=0$

,2 Решить ди##еренциальные уравнения етодо введения &ара етра*

а2 $x=(y')^3+y'$

б2 $y=(y')^2+2(y')^3$

в2 $(y')^2-(y')^3=y^2$

г2 $2xy'-y=y'\ln yy'$

?адания для са остоятельной работы

82 / айти все решения данны6 ди##еренциальны6 уравнений*

а2 $8(y')^3=27y$

б2 $(y')^2-4y^3=0$

,2 Решить ди##еренциальные уравнения етодо введения &ара етра*

а2 $x=y'\sqrt{(y')^2+1}$

б2 $y=\ln\left(1+(y')^2\right)$

## *Практическое занятие 7. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка*

Jеоретические во&росы

8* С#ор улируйте о&ределение линейного однородного ди##еренциального уравнения 1L<A$2 второго &орядка* %риведите &ри еры*
,* Rто называется #унда ентальной систе ой решений L<A$ второго &орядкаQ
-* "акова структура об@его решения L<A$ второго &орядкаQ
4* Rто называется о&ределителе 5ронского систе ы #ункцийQ
0* "акая систе а #ункций называется линейно независи ой 1зависи ой2 на некоторо &ро ежуткеQ %риведите &ри еры*
=* "акова связь ежду о&ределителе 5ронского и #унда ентальной систе ой решения L<A$ второго &орядкаQ
N* С#ор улируйте о&ределение 6арактеристического уравнения для L<A$ второго &орядка* %риведите &ри еры*
9* "ак &остроить #унда ентальную систе у решений для L<A$ второго &орядка с &остоянны и ко:##ициента иQ

?адания для аудиторной работы

82 Сс6одя из о&ределения7 докажите7 что следую@ая систе а #ункций линейно независи а на $(-\infty; +\infty)$ 0 $y_1 = e^{2x}\sin 3x;\ y_2 = e^{2x}\cos 3x$ *

,2 Сcследуйте7 являются ли данные три #ункции линейно зависи ы и или нет0 $y_1 = x;\ y_2 = 2x;\ y_3 = x^2$ *

-2 %окажите7 что #ункции $y_1 = ¿ \{ x^2, -1 \le x \le 0, ¿¿¿¿$ и $y_2 = ¿ \{ 0, -1 \le x \le 0, ¿¿¿¿$ линейно независи ы7 а соответствую@ий о&ределитель 5ронского тождественно равен нулю*

42 Составьте линейное ди##еренциальное уравнение &о заданной #унда ентальной систе е решений0 $e^x,\ xe^x$ *

02 %окажите7 что систе а #ункций $e^{2x},\ e^{-3x}$ является #унда ентальной для уравнения $y'' + y' - 6y = 0$ 7 и за&ишите соответствую@ее об@ее решение :того уравнения*

?адания для са остоятельной работы

82 / айдите о&ределитель 5ронского для систе ы #ункций0 $\frac{1}{x},\ e^{\frac{1}{x}}$ *

,2 %окажите7 что #ункции

$$y_1 = ¿ \{ 0, \qquad 0 \le x \le \frac{1}{2}, ¿¿¿¿$$

линейно независи ы7 а соответствую@ий о&ределитель 5ронского тождественно равен нулю* %остройте гра#ики :ти6 #ункций*

-2 Составьте однородное линейное ди##еренциальное уравнение7 если задана его #унда ентальная систе а решений0 $y_1 = e^{-x},\ y_2 = e^x$ *

42 Методо сте&енны6 рядов найдите об@ее решение уравнения $y'' + xy = 0$ *

***Практическое занятие 8. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод Лагранжа***

Jеоретические во&росы

8* С#ор улируйте о&ределение линейного неоднородного ди##еренциального уравнения 1L / A$2 второго &орядка* %риведите &ри еры*

,* "акова структура об@его решения L / A$ второго &орядкаQ 5 какой области о&ределено :то решениеQ

-* 5 че заключается су@ность етода Lагранжа на6ождения об@его решения L / A$ второго &орядкаQ

?адания для аудиторной работы

82 / айдите об@ее решение ди##еренциального уравнения0

$$x^2y'' - 2xy' + 2y = x^2 + 1 \text{ (при } x > 0).$$

,2 Сзвестно частное решение соответствую@его однородного уравнения0 T8UV* / айдите об@ее решение неоднородного ди##еренциального уравнения0

$$(\ln x - 1)\,y'' - \frac{y'}{x} + \frac{y}{x^2} = \frac{(\ln x - 1)^2}{x}, \ (x > e).$$

-2 Решите ди##еренциальное уравнение второго &орядка с &остоянны и ко:##ициента и етодо вариации &остоянны6 Lагранжа0

$$y'' + 2y' + y = e^{-x}\sqrt{x+1}$$

42 / айдите етодо Lагранжачастное решение линейного неоднородного ди##еренциального уравнения второго &орядкаc не&рерывны и на 1e7 W2 ко:##ициента и и не&рерывной &равой частью

$$y'' + \frac{1}{x(1-\ln x)}y' - \frac{1}{x^2(1-\ln x)}y = \frac{1-\ln x}{x^3},$$

?адания для са остоятельной работы

82 Решите ди##еренциальное уравнение етодо вариации &остоянны6 Lагранжа0

$$y'' + y = \operatorname{tg} x$$

,2 / айдите об@ее решение ди##еренциального уравнения $y'' - 3y' - 4y = 6xe^{-x}$

-2 / айдите об@ее решение ди##еренциального уравнения второго &орядка

$$y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\cos x}$$

42 Решите ди##еренциальное уравнение етодо Lагранжа $y'' + 4y = ctg 2x$

***Практическое занятие 9. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.***
***Метод неопределенных коэффициентов***

Jеоретические во&росы

8* С#ор улируйте о&ределение линейного неоднородного ди##еренциального уравнения 1L / A$2 второго &орядка* %риведите &ри еры*

,* "акова структура об@его решения L / A$ второго &орядкаQ 5 какой области о&ределено :то решениеQ

-* 5 каки6 случая6 и в како виде ожет быть найдено частное решение L / A$ второго &орядка с &остоянны и ко:##ициента и етодо нео&ределенны6 ко:##ициентовQ %риведите &ри еры*

## ?адания для аудиторной работы

82 Составьте линейное однородное ди##еренциальное уравнение7 зная его 6арактеристическое уравнение0 $k^2+3k+2=0$ *

,2 ?ная корни 6арактеристического уравнения $k_1=3-2i,\ k_2=3+2i$ 7 найдите об@ее решение однородного уравнения*

-2 /айдите частное решение ди##еренциального уравнения $y''-4y'+4y=0$ &ри условии7 что $y(0)=3,\ y'(0)=-1$ *

42 /айдите частное решение ди##еренциального уравнения $y''-2y'+2y=4e^x\cos x$ 7 удовлетворяю@ее начальны условия 0 $y(\pi)=\pi e^\pi$ 7 $y'(\pi)=e^\pi$ *

O2 <&ределите вид частного решения неоднородного линейного ди##еренциального уравнения7 если известны корни его 6арактеристического уравнения $k_1=-2$ 7 $k_, =,$ и &равая часть $f(x)=0xe^{,x}$ *

## ?адания для са остоятельной работы

82 Составьте линейное однородное ди##еренциальное уравнение7 зная его 6арактеристическое уравнение0 $3k^2-k-2=0$ *

,2 Решите ди##еренциальное уравнение $y''+y'-2y=0$ *

-2 /айдите частное решение ди##еренциального уравнения $y''+4y'=0$ 7 удовлетворяю@ее начальны условия 0 $y(0)=7$ 7 $y'(0)=8$ *

42 Составьте об@ее решение неоднородного линейного ди##еренциального уравнения вида $5y''-6y'+5y=f(x)$ 7 для чего &редварительно найдите его частное решение либо &одборо 7 либо етодо вариации &роизвольны6 &остоянны67 если $f(x)=e^{\frac{3}{5}x}\cos x$ *

O2 <&ределите вид частного решения неоднородного линейного ди##еренциального уравнения7 если известны корни его 6арактеристического уравнения $k_1=2i$ 7 $k_2=-2i$ и &равая часть $f(x)=A\sin 2x+B\cos 2x$ 7 где $A=const,\ B=const$ *

### ***Практическое занятие 10. Контрольная работа***

<бразец контрольной работы>8 &редставлен в соответствую@е разделе рабочей &програ ы*

***Практическое занятие 11. Дифференциальные уравнения с частными производными. Основные понятия***

Jеоретические во&росы

8* С#ор улируйте о&ределение ди##еренциального уравнения с частны и &роизводны и* %риведите &ри еры*
,* "ак о&ределяется &орядок ди##еренциального уравнения с частны и &роизводны иQ
-* "аков об@ий вид ди##еренциального уравнения с частны и &роизводны и второго &орядка относительно неизвестной #ункции $u=u(x, y)$ Q
4* С#ор улируйте о&ределение решения ди##еренциального уравнения с частны и &роизводны и* %риведите &ри еры*

?адания для аудиторной работы

1) Проверьте, является ли функция $u(x,y)=\varphi(x^2+y^2)$, где $\varphi$ – произвольная дифференцируемая функция, *общим* решением уравнения

$$x\frac{\partial u(x,y)}{\partial y}-y\frac{\partial u(x,y)}{\partial x}=0.$$

2) Найдите решение уравнения $\frac{\partial u}{\partial x}=x^2$, удовлетворяющее условию $u(x,y)\big|_{x=0}=y^2$.

3) Найдите общие решения уравнений: а) $\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x\partial y}=0$; б) $\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}=x+y$.

4) Пусть дано квазилинейное уравнение 2-го порядка

$$2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+3\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+7\frac{\partial u}{\partial x}+4\frac{\partial u}{\partial y}-2u(x,y)=0.$$

5) Выясните, к какому виду приводится данное уравнение с помощью замены переменных: $\begin{cases}\xi=y-x\\ \eta=2y-x.\end{cases}$

Найдите области (множества) гиперболичности, параболичности и эллиптичности для следующего уравнения:

$$(1-x^2)\frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial x^2}-2xy\frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial x\partial y}-(1+y^2)\frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial y^2}+5U(x,y)=0.$$

?адания для са остоятельной работы

1) Проверьте, является ли функция $\exp(x^2+y^2)(\varphi(x)+\psi(y))$, где $\varphi(x),\psi(y)$ – произвольные дважды дифференцируемые функции, решением уравнения

$$\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x\partial y}-y\frac{\partial u(x,y)}{\partial x}-x\frac{\partial u(x,y)}{\partial y}+xyu=0.$$

2) Найдите решение уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=x+y-xy$, удовлетворяющее условию $u(x,y)\big|_{x=0}=y^2$.

3) Найдите общее решение уравнения $\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x\partial y}=x^2+y^2-xy$.

4) Пусть дано линейное уравнение 2-го порядка

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+2\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+5\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-32u(x,y)=0.$$

5) Выясните, к какому виду приводится данное уравнение с помощью замены переменных: $\begin{cases}\xi=y-x\\ \eta=2x.\end{cases}$

Найдите области (множества) гиперболичности, параболичности и эллиптичности для следующего уравнения:

$$(x^2-1)\frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial x^2}+2xy\frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial x\partial y}+(y^2-1)\frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial y^2}+3x^6y\cdot U(x,y)=0.$$

## *Практическое занятие 12. Канонические формы квазилинейных дифференциальных уравнений с частными производными*

Jеоретические во&росы

8* С#ор улируйте о&ределение квазилинейного 1линейного2 ди##еренциального уравнения второго &орядка* %риведите &ри еры*

,* С#ор улируйте о&ределение дискри инанта квазилинейного 1линейного2 ди##еренциального уравнения второго &орядка*

-* "акие ти&ы квазилинейны6 1линейны62 ди##еренциальны6 уравнений второго &орядка 5а известныQ %риведите &ри еры*

4* С#ор улируйте о&ределение уравнения 6арактеристик для квазилинейного 1линейного2 ди##еренциального уравнения второго &орядка*

0* "ак о&ределяется за ена &ере енны6 &ри сведении квазилинейного 1линейного2 ди##еренциального уравнения второго &орядка ги&ерболического 1&араболического7 :лли&тического2 ти&а к канонической #ор еQ

=* "акова каноническая #ор а квазилинейного 1линейного2 ди##еренциального уравнения второго &орядка ги&ерболического 1&араболического7 :лли&тического2 ти&аQ

?адания для аудиторной работы

1) Найдите общие решения следующих дифференциальных уравнений:

а) $x^2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}-2xy\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+y^2\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}+2x\dfrac{\partial u}{\partial x}=0$;

б) $x^2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}-2\sin x\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}-\cos^2 x\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}-\cos x2x\dfrac{\partial u}{\partial y}+4=0$.

2) Следующие уравнения приведите к канонической форме в каждой из областей, где сохраняется тип рассматриваемого уравнения:

а) $y\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$; б) $xy^2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}-2x^2y\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+x^3\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}-y^2\dfrac{\partial u}{\partial x}=0$;

в) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+xy\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$.

?адания для са остоятельной работы

1) Приведите к канонической форме дифференциальные уравнения:

а) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}-3\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+2\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}-\dfrac{\partial u}{\partial x}+2\dfrac{\partial u}{\partial y}=0$;

б) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}-(1+y^2)^2\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}-2y(1+y^2)\dfrac{\partial u}{\partial y}=0$.

2) Следующие уравнения приведите к канонической форме в каждой из областей, где сохраняется тип рассматриваемого уравнения:

а) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}-2x\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=0$; б) $x\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+y\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}+2\dfrac{\partial u}{\partial x}+2\dfrac{\partial u}{\partial y}=0$;

в) $x\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+2x\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+(x-1)\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$.

## *Практическое занятие 13. Метод Фурье решения задач математической физики*

Jеоретические во&росы

8* "акие уравнения обычно называются уравнения и ате атической #изикиQ %риведите &ри еры*
,* С#ор улируйте задачу о свободны6 колебания6 конечной струны*
-* 5 че состоит основная идея етода Фурье для решения задачи о свободны6 колебания6 конечной струныQ
4* "аковы достаточные условия су@ествования решения задачи о свободны6 колебания6 конечной струныQ
0* С#ор улируйте задачу Аири6ле для уравнения Lа&ласа*

?адания для аудиторной работы

1) Найдите общее решение уравнения $\dfrac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} = x + y$.

2) Решите задачу Коши: $\dfrac{\partial z}{\partial x} + xy\dfrac{\partial z}{\partial y} = 0$; $z = 3y$ при $x = 0$.

3) Найдите закон колебания конечной струны длины $l$, расположенной на отрезке $[0, l]$, если в начальный момент ($t = 0$) струне придана форма кривой $U = H\sin\dfrac{2\pi}{l}x$, а затем струна отпущена без начальной скорости. Концы струны закреплены, внешние силы отсутствуют.

4) Найдите решение дифференциального уравнения $\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}$ (здесь $a = const$ ), удовлетворяющее начальным условиям:

$$u(x,0) = 0;\quad u'_t(x,0) = \begin{cases} v_0 & при\ |x - l/2| < h/2, \\ 0 & при\ |x - l/2| > h/2 \end{cases}$$

и однородным краевым условиям: $u(0,t) = 0, u(l,t) = 0, \quad t > 0$.

?адания для са остоятельной работы

1) Проверьте, является ли функция $\exp(x^2 + y^2)(\varphi(x) + \psi(y))$, где $\varphi(x), \psi(y)$ - произвольные дважды дифференцируемые функции, решением уравнения

$$\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x \partial y} - y\frac{\partial u(x,y)}{\partial x} - x\frac{\partial u(x,y)}{\partial y} + uyx = 0.$$

2) Найдите решение уравнения $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = x + y - xy$, удовлетворяющее условию $u(x,y)\big|_{x=0} = y^2$.

3) Найдите общее решение уравнения $\dfrac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x \partial y} = x^2 + y^2 - xy$.

4) Решите задачу Коши: $\dfrac{\partial z}{\partial x} + \dfrac{x+y}{x}\dfrac{\partial z}{\partial y} = 0$; $z = y$ при $x = 1$.

5) Найти закон движения $U(t,x)$ однородной струны, закреплённой в точках $x = 0$ и $x = l$, по данным начальным условиям:

$$U\big|_{t=0} = f(x) = \begin{cases} \dfrac{4h}{l}x & при\ \ 0 \le x \le \dfrac{l}{4}, \\ \dfrac{4h}{3l}(l - x) & при\ \ \dfrac{l}{4} \le x \le l; \end{cases} \qquad U'\big|_{t=0} = F(x) \equiv 0.$$

***Практическое занятие 14. Разностные уравнения. Основные понятия теории разностных уравнений***

Jеоретические во&росы

8* С#ор улируйте о&ределение конечны6 разностей &ервого 1второго7 $p$ 'го2 &орядка #ункции $f(x)$ *

,* Аайте о&ределение разностного уравнения $n$ 'ого &орядка* %риведите &ри еры*

-* Rто такое &орядок разностного уравненияQ

?адания для аудиторной работы

82 Решить разностное уравнение0 $y$1$x$X,2Y4$y$1$x$X82X4$y$1$x$2U,$x$

,2 /айти об@ее решение линейного разностного неоднородного уравнения второго &орядка с &остоянны и ко:##ициента и*

T1VX,2Y4T1VX82Y8,T1V2U=·=VT1VX,2Y4T1VX82Y8,T1V2U=·=V*

-2 Решить разностное уравнение третьего &орядка

T1VX-2Y8=T1VX,2X9-T1VX82Y84.T1V2U.7T1.2U-7T182U897T1,2U8,.*

42 /айти частное решение однородного разностного уравнения0

T1VX-2Y=T1VX,2X88T1VX82Y=T1V2U.7T1.2U.7T182U,7T1,2U9*

?адания для са остоятельной работы

Решите задачу "оши с начальны и условия и V1.2U87 V1,2U.*

1. $x_{n+2} - 4x_{n+1} + 3x_n = 2\cdot(-1)^n + n + 3$

2. $x_{n+2} + 6x_{n+1} + 5x_n = 3\cdot(-1)^n + 2n - 3$

3. $x_{n+2} + 6x_{n+1} + 5x_n = 2\cdot(-5)^n + 3n - 1$

4. $x_{n+2} + 5x_{n+1} + 4x_n = -(-1)^n - n + 1$

5. $x_{n+2} + 4x_{n+1} - 5x_n = 2\cdot(-5)^n + n - 4$

***Практическое занятие 15. Линейные разностные уравнения первого порядка с постоянными коэффициентами***

Jеоретические во&росы

8* С#ор улируйте о&ределение линейного разностного уравнения &ервого &орядка с &остоянны и ко:##ициента и*
,* Аайте о&ределение решения линейного разностного уравнения &ервого &орядка* %риведите &ри еры*
-* "акие етоды решения линейны6 разностны6 уравнений &ервого &орядка с &остоянны и ко:##ициента и 5а известныQ

?адания для аудиторной работы

82 Решите линейные однородные разностные уравнения0
а2 Z 1V X ,2 Y Z 1V X82 X , Z 1V2 U .D
б2 Z 1V X ,2 X 9 Z 1V X82 X8= Z 1V2 U .D
в2 Z 1V X ,2 Y , Z 1V X82 X 4 Z 1V2 U .D
,* /айдите частные решения линейны6 однородны6 разностны6 уравнений0
а2 Z 1V X82Y 4 Z 1V2 U . 7 еслиZ 182 U 4D
б2 Z 1V X82 Y Z 1V2 Y Z 1V Y82 U .7 еслиZ 182 U87 Z 1,2 U8*
-2 /айдите об@ее решение линейного неоднородного разностного уравнения0
Z 1V X ,2 Y , Z 1V X82 X , Z 1V2 U8Y OV*

?адания для са остоятельной работы

82 Решите линейные однородные разностные уравнения0

а2 Z 1V X -2 Y - Z 1V X ,2 X - Z 1V X82 Y Z 1V2 U .D
б2 Z 1V X -2 Y 9 Z 1V2 U .*
,2 / айдите частное решение линейного однородного разностного уравнения0
Z 1V X ,2 X 4 Z 1V X82 X - Z 1V2 U .7 еслиZ 182 U Y87 Z 1 ,2 U N*
-2 / айдите об@ее решение линейного неоднородного разностного уравнения0
Z 1V X ,2 Y , Z 1V X82 X , Z 1V2 U8Y OV*

### *Практическое занятие 16. Линейные разностные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами*

Jеоретические во&росы

8* С#ор улируйте о&ределение линейного разностного уравнения второго &орядка с &остоянны и ко:##ициента и*
,* Аайте о&ределение решения линейного разностного уравнения второго &орядка* %риведите &ри еры*
-* "акие етоды решения линейны6 разностны6 уравнений второго &орядка с &остоянны и ко:##ициента и 5а известныQ

?адания для аудиторной работы

/ айдите решение разностной задачи "оши0

82 $y(k+2)-2y(k+1)+4y(k)=(7k-3)(-1)^k$ 7 $y(0)=0$ 7 $y(1)=2\cos\frac{\pi}{3}$ *
,2 $y(k+2)-5y(k+1)+4y(k)=4^k\cos\pi k-5^k,$ $y(2)=0$ 7 $y(3)=0$ *
-2 $y(k+2)+2y(k+1)+2y(k)=10\cdot14^k+\sin\pi k$ 7 $y(1)=0$ 7 $y(2)=0$ *
42 $y(k+2)+13y(k+1)+22y(k)=(10-k)\cdot3^k$ 7 $y(2)=0$ 7 $y(3)=0$ *
O2 $y(k+2)-2y(k+1)+10y(k)=2^{k+2}(3k+2)$ 7 $y(1)=0$ 7 $y(2)=2\cos\frac{\pi}{2}$ *

?адания для са остоятельной работы

Решите разностную задачу "оши0
82 $y(k+2)+3y(k)=36\cdot7^k+\cos\pi\ k$ 7 $y(0)=15\sin\pi$ 7 $y(1)=0$ *
,2 $y(k+2)-8y(k+1)+19y(k)=\sin\pi k-2^k(2k-3)$ 7 $y(2)=y(3)=0.$
-2 $y(k+2)+12y(k+1)+122y(k)=(3k+1)\cdot2^{k+1}$ 7 $y(2)=18\sin3\pi$ 7 $y(3)=23\cos\frac{5\pi}{2}$ *
42 $y(k+2)+3y(k+1)-18y(k)=80\cdot11^k+3^k\cos\pi k$ 7 $y(1)=y(2)=0.$
O2 $y(k+2)+y(k+1)-42y(k)=(4k+1)(-7)^k$ 7 $y(0)=\sin13\pi$ 7 $y(1)=2\cos\frac{13\pi}{3}$ *

### *Практическое занятие 17. Контрольная работа*

<бразец контрольной работы>, &редставлен в соответствую@е разделе рабочей &рогра ы*

## 6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

### 6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

Jеку@ая аттестация осу@ествляется на каждо &рактическо занятии в &роцессе #ронтального о&роса7 вы&олнения заданий для аудиторной работы7 в &роцессе &роверки до ашней са остоятельной работы*

С целью ди##еренциации уровня &одготовки бакалавров и для ликвидации и ею@и6ся &ри изучении дисци&лины задолженностей студента &редлагаются индивидуальные дидактические задания и до ашние лабораторные работы7 которые вы&олняются в &роцессе внеаудиторной работы и сдаются на &роверку &ре&одавателю*

%роведение теку@его контроля осу@ествляется также &осредство &роведения аудиторны6 контрольны6 работ и разноуровневы6 са остоятельны6 работ*

**Оценочные средства**

**I.Контрольные вопросы для проверки теоретической подготовки к практическому занятию.**

%еречень во&росов &риводится в &лана6 &рактически6 занятий*

**II.Задания для самостоятельной работы.**

%еречень &рактически6 заданий для са остоятельной работы &риводится в &лана6 &рактически6 занятий*

**III.Контрольные работы по дисциплине.**

%роведение теку@его контроля осу@ествляется также &осредство &роведения аудиторны6 &ись енны6 контрольны6 работ 1два раза в течение 4'го се естров2*

**Критерии оценивания качества теоретической подготовки к практическому занятию и выполнения заданий**

| <ценка | %оказатели и критерии оценки |
|---|---|
| «отлично! | обучаю@ийся отвечает на все во&росы &ре&одавателя7 са остоятельно выделяет необ6оди ые для анализа &ара етры задачи7 свободно ис&ользует теоретический атериал &ри анализе задачи7 строго &ридерживается логики анализа и решения задачи7 ис&ользует научную лексику7 ожет с#ор улировать суть возникшего &ри решении задачи затруднения |
| «6орошо! | обучаю@ийся са остоятельно выделяет необ6оди ые для анализа &ара етры задачи7 &ривлекает необ6оди ый теоретический атериал7 ис&ользует его 1иногда &ри &одсказке &ре&одавателя2 &ри анализе задачи7 в цело соблюдает логику анализа и решения задачи7 старается ис&ользовать &ро#ессиональную тер инологию0 не всегда осознает и ожет с#ор улировать суть возникшего &ри решении задачи затруднения |
| «удовлетворительно! | обучаю@ийся отвечает не на все во&росы &ре&одавателя7выделяет необ6оди ые для анализа &ара етры задачи 1иногда с &одсказкой &ре&одавателя27 &ривлекает |

| | |
|---|---|
| | необ6оди ый теоретический атериал7 но затрудняется в его ис&ользовании &ри анализе задачи7 частично &рибегает к ненаучной лексике7 ис&ытывает затруднения &ри #ор улировке решения |
| «неудовлетворительно! | обучаю@ийся не выделяет необ6оди ы6 для анализа &ара етров задачи7 не реагирует на &одсказки &ре&одавателя7 ис&ытывает серьезные затруднения в &ривлечении теоретически6 знаний7 необ6оди ы6 для анализа условия задачи |

4 се естр

<бразец контрольной работы >8

8* Аайте о&ределение решения ди##еренциального уравнения $F(x,y,y',\dots,y^{(n)})=0$ *

,* Аокажите7 что #ункция $y=e^x\sin x$ является решение ди##еренциального уравнения $y''-2y'+2y=0$ на всей числовой &ря ой*

-* / айдите об@ее решение уравнения $y'-\frac{2x}{1+x^2}y=0$ *

4* / айдите частное решение уравнения $x\cdot y''=y'$ 7 удовлетворяю@ее начальны условия $y|_{x=1}=y'|_{x=1}=1$ *

0* <&ределите вид частного решения $y''+y=6\cos 2x+3x\sin 2x$ *

"ритерии оценивания контрольной работы

8* / ор ы оценивания работы

| > &M& | Структурная часть контрольной работы | "оличество баллов 1[2 |
|---|---|---|
| 8 | %равильно реализован каждый етод решения | 8 балл |

1[2 5оз ожна градация в .7,0 балла*

,* \ кала оценивания работы0

| &M& | <ценка | "оличество баллов |
|---|---|---|
| 8 | <тлично | -7NO'4 |
| , | ]орошо | ,7NO'-7O |
| - | $довлетворительно | ,',7O |
| 4 | / еудовлетворительно | енее , |

<бразец контрольной работы > ,

8* С#ор улируйте о&ределение решения линейного разностного уравнения &ервого &орядка* %риведите &ри еры*

,* / айдите об@ее решение уравнения0 $f(k+2)-6f(k+1)+8f(k)=0$ *

-* / айдите решение разностной задачи "оши0

$$y(k+2)-2y(k+1)+4y(k)=(7k-3)(-1)^k$$ 7 $y(0)=0$ 7 $y(1)=2\cos\frac{\pi}{3}$ *

"ритерии оценивания контрольной работы

8* / ор ы оценивания0

| > | Структурная часть | "оличество баллов 1[2 |
|---|---|---|

| | | |
|---|---|---|
| &M& | работы | |
| 8 | ?адание 8 | 8 балл |
| , | ?адание , | , балла |
| - | ?адание - | , балла |

1[2 с воз  ожностью градации в .7,0 балла*

,* \ кала оценивания работы0

| > &M& | <ценка | "оличество баллов |
|---|---|---|
| 8 | <тлично | 47N0'0 |
| , | ]орошо | -7N0'470 |
| - | $довлетворительно | -'-70 |
| 4 | /еудовлетворительно | енее - |

### 6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

%ро  ежуточная аттестация осу@ествляется &осредство  &роведения :кза  ена в 4 се  естре*

**Вопросы для подготовки к экзамену и образцы экзаменационных заданий.**

4 се  естр

5о&росы к :кза  ену

8* %онятие ди##еренциального уравнения* ?адачи7 &риводя@ие к ди##еренциальны уравнения  *

,* Аи##еренциальные уравнения &ервого &орядка* ?адача "оши и теоре  а "оши*

-* %онятие об@его7 частного и особого решения ди##еренциального уравнения &ервого &орядка*

4* Кео  етрическое истолкование ди##еренциального уравнения &ервого &орядка* Метод изоклин*

0* Аи##еренциальное уравнение &ервого &орядка с разделяю@и  ися &ере  енны  и*

=* Lинейные ди##еренциальные уравнения &ервого &орядка* Jеоре  а "оши*

N* $равнение ;ернулли*

9* $равнение в &олны6 ди##еренциала6*

B* <днородное ди##еренциальное уравнение &ервого &орядка*

8.* Аи##еренциальные уравнения высши6 &орядков* %онятие об@его и частного решения*

88* Аи##еренциальные уравнения высши6 &орядков* ?адача "оши* Jеоре  а "оши*

8,* $равнения высши6 &орядков7 до&ускаю@ие &онижение &орядка*

8-* Lинейные однородные ди##еренциальные уравнения второго &орядка* Структура об@его решения*

84* Структура об@его решения линейного неоднородного уравнения второго &орядка*

80* Метод вариации &роизвольны6 &остоянны6 1 етод Lагранжа2 отыскания частного решения неоднородного линейного ди##еренциального уравнения второго &орядка*

8=* Lинейные однородные ди##еренциальные уравнения второго &орядка с &остоянны  и ко:##ициента  и*

8N* Lинейные неоднородные ди##еренциальные уравнения второго &орядка с &остоянны  и ко:##ициента  и* Метод нео&ределенны6 ко:##ициентов*

89* Аи##еренциальные уравнения с частны  и &роизводны  и* <сновные &онятия*

8B* "вазилинейные и линейные ди##еренциальные уравнения с частны  и &роизводны  и второго &орядка и и6 класси#икация*

,.* "анонические #ор  ы квазилинейны6 ди##еренциальны6 уравнений с частны  и &роизводны  и второго &орядка*

,8* Функциональные уравнения7 не содержа@ие свободны6 &ере  енны6* Функциональные уравнения7 содержа@ие свободные &ере  енные* Метод &одстановки*

,,* Разностные уравнения* <сновные &онятия теории разностны6 уравнений*

,-* Lинейные однородные разностные уравнения второго &орядка с &остоянны и ко:##ициента и*

,4* Lинейные неоднородные разностные уравнения второго &орядка с &остоянны и ко:##ициента и*

<бразец :кза енационного задания

8* $равнение ;ернулли*

,* Разностные уравнения* <сновные &онятия теории разностны6 уравнений*

-* /айдите частное решение уравнения $x \cdot y'' = y'$ 7 удовлетворяю@ее начальны условия $y|_{x=1} = y'|_{x=1} = 1$ *

4* /айдите об@ее решение ди##еренциального уравнения $y'' - 4y' + 3y = x$ *

0* /айдите решение разностной задачи "оши0

$$y(k+2) - 2y(k+1) + 4y(k) = (7k-3)(-1)^k \quad 7 \quad y(0) = 0 \quad 7 \quad y(1) = 1.$$

"ритерии оценивания ответа на :кза ене

8* /ор ы оценивания ответа

| >&M& | Структурная часть билета | "оличество баллов |
|---|---|---|
| 8 | %равильный ответ на во&рос | 8 балл |

1[2 5оз ожна градация в .7,07 .70 и .7N0 балла*

,* \кала оценивания работы0

| &M& | <ценка | "оличество баллов |
|---|---|---|
| 8 | <тлично | 47N0'0 |
| , | ]орошо | -7N0'470 |
| - | $довлетворительно | -'-70 |
| 4 | /еудовлетворительно | енее - |

## 7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### 7.1. Список основной литературы

8* ;оровски67 +* 5* Аи##еренциальные уравнения в , ч* Rасть 80 учебник и &рактику для вузов M +* 5* ;оровски67 +* C* %еров* ^ -'е изд*7 &ерераб* и до&* ^ Москва0 Cздательство )райт7 ,.,.* ^ -,N с* ^ 15ысшее образование2* ^ _`ab BN9'0'0-4'.8NNN'B* ^ Jекст0 :лектронный MM E;C )райт cсайтd* ^ eHf0 ghhij0MMklmnh*lkMoPpqrM4084.0 1дата обра@ения0 8.*.B*,.,.2*

,* ;оровски67 +* 5* Аи##еренциальные уравнения в , ч* Rасть ,0 учебник и &рактику для вузов M +* 5* ;оровски67 +* C* %еров* ^ -'е изд*7 &ерераб* и до&* ^ Москва0 Cздательство )райт7 ,.,.* ^ ,N4 с* ^ 15ысшее образование2* ^ _`ab BN9'0'0-4'.,.BN'N* ^ Jекст0 :лектронный MM E;C )райт cсайтd* ^ eHf0 ghhij0MMklmnh*lkMoPpqrM40,.=9 1дата обра@ения0 8.*.B*,.,.2*

-* +ксенов7 +* %* Аи##еренциальные уравнения в , т0 учебник и &рактику для акаде ического бакалавриата M +* %* +ксенов* ^ Москва0 Cздательство )райт7 ,.,.* ^ =.8 с* ^ 1;акалавр*+каде ический курс2* ^ _`ab BN9'0'BB8='09N-'N* ^ Jекст0 :лектронный MM E;C )райт cсайтd* ^ eHf0 ghhij0MMklmnh*lkMoPpqrM4498.N 1дата обра@ения0 9*.B*,.,.2*

4* "оролев7 +* 5* Аи##еренциальные и разностные уравнения0 учебник и &рактику для вузов M +* 5* "оролев* ^ Москва0 Cздательство )райт7 ,.,.* ^ ,9. с* ^ 15ысшее образование2* ^ _`ab BN9'0'BB8='B9B=',* ^ Jекст0 :лектронный MM E;C )райт cсайтd* ^ eHf0 ghhij0MMklmnh*lkMoPpqrM408,08 1дата обра@ения0 9*.B*,.,.2*

0* \и&ачев7 5* C. 5ысшая ате атика0 учебное &особие для вузов M 5* C* \и&ачев* ^ 9'е изд*7 &ерераб* и до&* ^ Москва0 Cздательство )райт7 ,.8B* ^ 44N с* ^ 15ысшее

образование2* ^ _`a b BN9'0'0-4'8,-8B'N* ^ Jекст0 :лектронный ММ E;C ) райт ссайтd* ^ eHf0 ghhij0MMklmnh*lkMoPpqrM44BN-, 1дата обра@ения0 8N*.=*,.,.2*
=* %ись енный A*J* "онс&ект лекций &о высшей ате атике М A*J* %ись енный* 3 M*0 +йрис %ресс7 ,..9* 3 R* ,*
N* %росветов K* C*Функциональные уравнения0 задачи и решения0 учебно'&рактическое &особие* ^ M*0 Сздательство «+ль#a'%ресс!7 ,.8.*

## 7.2. Список дополнительной литературы

8* \ и&ачев 5*C* ?адачник &о высшей ате атике М 5*C* \ и&ачев* 3 M*0 5ысшая школа7 ,..-*
,*Матвеев /*M* <быкновенные ди##еренциальные уравнения* 3 C*'%етербург0 C&ециальная литература7 8BB=*
-* "урс ди##еренциальны6 уравнений и вариационного исчисления сЕлектронный ресурсd М 5*"* Ро анко си др*dD &од ред* 5*"* Ро анко* 3 M*0 ;C/<M* Lаборатория знаний7 ,.80*
4*Сборник задач &о ди##еренциальны уравнения и вариационно у исчислениюсЕлектронный ресурсd М 5*"* Ро анко си др*dD &од ред* 5*"*Ро анко* 3 M*0 ;C/<M*Lаборатория знаний7 ,.80*
0* ;родский s*C*7 Сли&енко +*"* Функциональные уравнения* 3 "*0 5и@а школа* Коловное издательство* 3 8B9-*

## Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

8* ;олотин C*;* Мате атический анализ М C*;* ;олотин* 3 C оленск0 Сзд'во C олK$7 ,.8.* 3 R* -*

## 7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

- Систе а дистанционного обучения C оленского государственного университета ghhi0MMPqp*j t puvk*lk
- Електронно'библиотечная систе а университета ghhi0MMonounphrwm*j t puvk*lk
- /ациональный открытый университет ghhi0MMx x x*nyhknh*lk
- <бразовательный ате атический сайт ghhi0MMrVipyryhm*lk
- <б@ероссийский ате атический &ортал ghhi0MMx x x* t mhgyrh*lk

## 8. Материально-техническое обеспечение

%ри осу@ествлении образовательного &роцесса &о дисци&лине ис&ользуется интерактивная доскаD &роекторD :лектронная библиотека ка#едры7 содержа@ая :лектронные учебники и задачники &о различны глава ате атического анализаD систе а ко &ьютерной ате атики Smhgr t mhnPm* <су@ествляется &оиск ин#ор ации в z z z '&ространствеD работа с z ro'страница и и ресурса и сети Снтернет*

Аля осу@ествления образовательного &роцесса &о дисци&лине в университете и еется следую@ая необ6оди ая инстру ентальная база0 учебные аудитории для &роведения &рактически6 занятийD кабинеты7 оборудованные &роектора и и :лектронны и доска и для &роведения лекционны6 занятий* C еется кабинет ксероко&ирования и ка#едральный &ринтер для &одготовки индивидуальны6 дидактически6 карточек7 контрольны6 и :кза енационны6 атериалов* Аосту&на :лектронная библиотека ка#едры ате атического анализа*

$чебная аудитория для &роведения лекционны6 и &рактически6 занятий7 гру&&овы6 и индивидуальны6 консультаций7 теку@его контроля и &ро ежуточной аттестации7 для са остоятельной работы студентов осна@ена следую@и оборудование 0 стандартная учебная ебель 1количество учебны6 &осадочны6 ест соответствует количеству студентов27 стол и стул для &ре&одавателя 3 &о 8 шт*7 воз ожно ка#едра для лектора 3 8 шт*7 доска настенная 3 8 шт*7 на&ольный обильный &роекционный :кран {|' f_}G 3 8 шт*7 ульти едиа&роектор ary~ 3 8 шт*7 ноутбукМко &ьютер 3 8шт*7 колонки •rynkj 3 8 шт* 1на&ри ер7 лекционные и &рактические занятия &роводятся в аудитории

4.N учебного кор&уса > , или в аудитории 4.B учебного кор&уса > ,D :ти же аудитории задействованы для са остоятельной работы студентов2*

## 9.Программное обеспечение

Аля осу@ествления образовательного &роцесса &о дисци&лине ис&ользуется Сн#ор ационно'вычислительный центр #изико' ате атического #акультета 1%оложение о €ентре утверждено &риказо ректора >.8'== от ,9*.B*,.8O г*2*

%ри осу@ествлении образовательного &роцесса &о дисци&лине ис&ользуются ин#ор ационные те6нологии обработки данны6 с &о о@ью &рикладны6 &рогра ны6 &родуктов SnPlpjpZhGVPru7 SnPlpjpZhIpxrlIpnyh* <су@ествляется &оиск ин#ор ации в z z z '&ространствеD работа с z ro'страница и и социальны и ресурса и сети Снтернет*

%рогра ное обес&ечение0 SnPlpjpZh•iryfnPryjr 1znyqpxj,I7 N7 97 8.7 `rlƒrl7 •ZZnPr ,..-',.8=27 Лицензия ==B,.BB- от ,4*.O*,.8=7 обновление раз в три годаD SnPlpjpZh•iryfnPryjr 1znyqpxj,I7 N7 97 8.7 `rlƒrl7 •ZZnPr ,..-',.8=27 Лицензия ==BNO4NN от .-*.=*,.8=7 обновление раз в три годаD {l* zro`rlƒrlM{rjwhpi`rPklnhT`knhr 1+нтивирус2 ЛицензияGG4G'~bO`'=„•,'bN=a 1…жегодноеобновление2D †mjirljwTGyqipnyh`rPklnhT для бизнеса 3 Стандартный7 Лицензия 8„a=808,8=.98,4,7 ежегодное обновление*

Електронные библиотечные систе ы и :лектронная ин#ор ационно' образовательная среда0 :лектронная библиотечная систе а «E;C )P+‡J!7 Аоговор > -.N4 от 80*88*,.8N7 ежегодное обновлениеD СА< Русский Sppqur -†f bpl t с те6нически обслуживание 7 +кт на &ередачу &рав >$JA)...8N90 от .=*8,*,.8=7 ежегодное обновление*

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0
Владелец: Артеменков Михаил Николаевич
Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022