

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»

Кафедра математического анализа

«Утверждаю»
Проректор по учебно-
методической работе
_____ Ю. А. Устименко
«23» июня 2022 г.

Рабочая программа дисциплины
Б1.В.04 Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки: **09.03.03 Прикладная информатика**
Направленность (профиль): **Информационные системы организаций и предприятий**
Форма обучения: заочная
Курс – 2,3
Семестр – 3, 4, 5
Всего зачетных единиц –9, часов – 324
Форма отчетности: экзамен – 4,5 семестр

Программу разработал
доктор педагогических наук, профессор Г.С. Евдокимова

Одобрена на заседании кафедры
«16» июня 2022 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой

Г.С. Евдокимова

Смоленск
2022

1. Место дисциплины в структуре ОП

«Теория вероятностей и математическая статистика» относится к дисциплинам части, формируемых участниками образовательных отношений, учебного плана данного направления подготовки. Обучение проходит в течение третьего и четвертого семестров.

Изучение теории вероятностей и математической статистики позволяет создать условия, необходимые для формирования у студентов современного естественнонаучного мировоззрения и целостной научной картины мира, в которой органично сочетаются знания из различных областей науки.

Для освоения курса необходимы знания и навыки, приобретенные в результате предварительного обучения дисциплинам: «Математический анализ», «Алгебра и геометрия» и др.

Изучение курса основано на традиционных методах высшей школы, тесной взаимосвязи со смежными курсами, а также на использовании современной учебной и методической литературы.

Характерной чертой курса является сочетание теоретических основ современной теории вероятностей и математической статистики с практическими математическими приемами и методами, применяемыми при моделировании реальных процессов.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

| Компетенция | Индикаторы достижения |
|--|---|
| УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | Знать: основные принципы и требования системного подхода к решению поставленных задач; Уметь: осуществлять поиск, отбор информации, интерпретировать ее для решения поставленных задач, формировать собственные суждения и убедительно обосновать их; Владеть: навыками сбора, критического анализа и синтеза информации в соответствии с поставленной проблемой. |
| ПК-1. Способен проводить обследование организаций, выявлять информационные потребности пользователей, собирать детальную информацию, формировать требования к автоматизированной информационной системе (ERP-системе) | Знать: методику проведения обследования организаций с целью выявления информационных потребностей пользователей; требования, предъявляемые к логистической информационной системе; возможности типовых ИС, архитектуру, устройство и функционирование вычислительных сетей, коммуникационное оборудование и сетевые протоколы, теорию баз данных и основы программирования; основы бухгалтерского учета, управления торговлей, поставками, запасами, управления персоналом, управления организацией, экономической теории. Уметь: выявлять информационные потребности пользователей, формулировать требования к логистической информационной системе, осуществлять сбор детальную информации для формализации требований пользователей |

| | |
|---|---|
| | <p>заказчика.</p> <p>Владеть: методами, способами и инструментами выявления информационных потребностей пользователей, методикой обследования организации, навыками по информированию заказчика о возможностях типовых ИС.</p> |
| <p>ПК-2.Способен проводить описание прикладных процессов и информационного обеспечения и проектировать автоматизированные информационные системы (ERP-системы)</p> | <p>Знать: основные принципы и методы описания и анализа прикладной области, информационных потребностей, формирования требований к информационным системам, методы формализации и структурирования данных, основные методы и технологии проектирования информационных систем, возможности типовых ИС, архитектуру, устройство и функционирование вычислительных сетей, коммуникационное оборудование и сетевые протоколы, теорию баз данных и основы программирования.</p> <p>Уметь: проводить анализ предметной области, выявлять информационные потребности и разрабатывать требования к информационным системам, формализовывать и структурировать полученную информацию, осуществлять сравнительный анализ и выбор информационно-коммуникационной технологии для решения поставленных задач, проектировать информационные системы.</p> <p>Владеть: навыками сбора и анализа информации, необходимой для решения поставленных производственных задач, навыками по формализации и структурированию данных, навыками работы с прикладным программным обеспечением для проектирования современных информационных систем.</p> |

3. Содержание дисциплины

1. Введение. История возникновения теории вероятностей и математической статистики. Предмет и цель теории вероятностей и математической статистики. Связь теории вероятностей и математической статистики с другими математическими науками.

2. Случайные события. Случайные события, их классификация. Действия над событиями. Алгебра событий. (Теоретико-множественная трактовка). Свойство статистической устойчивости относительной частоты события. Статистическое определение вероятности. Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. Примеры вычисления вероятностей. Геометрическое определение вероятности. Аксиоматическое определение вероятности. Свойства вероятностей.

Конечное вероятностное пространство. Условные вероятности. Вероятность произведения событий. Независимость событий. Вероятность суммы событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса (теорема гипотез). Последовательность независимых испытаний. Независимые испытания. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли. Локальная предельная теорема. Интегральная предельная теорема. Теорема Пуассона. Иллюстрация схемы независимых испытаний. Полиномиальная схема.

3. Случайные величины. Понятие случайной величины. Закон распределения случайной величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Многоугольник распределения. Функция распределения и ее свойства. Функция распределения дискретной случайной величины. Плотность распределения и ее свойства. Числовые характеристики случайных величин; математическое ожидание, дисперсия, начальные и центральные моменты. Статистическое истолкование математического ожидания. Механическая интерпретация математического ожидания и дисперсии. Теоремы о математическом ожидании и дисперсии. Основные законы распределения случайных величин. Примеры законов распределения: биномиальный закон, гипергеометрический закон, нормальное распределение, равномерное распределение, гамма-распределение.

4. Системы случайных величин. Понятие о системе случайных величин и законе ее распределения. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства. Зависимость и независимость двух случайных величин. Условные законы распределения. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия. Корреляционный момент, коэффициент корреляции. Двумерное нормальное распределение. Условное математическое ожидание и условное распределение относительно σ -алгебры. Свойства условных математических ожиданий. Аналог формулы полной вероятности для условных математических ожиданий. Условная плотность распределения. Формула Байеса для плотностей. Регрессия. Теорема о нормальной корреляции. Многомерная (n -мерная) случайная величина (общие сведения).

5. Функции случайных величин. Функция одного случайного аргумента. Функции двух случайных аргументов. Распределение функций нормальных случайных величин.

6. Закон больших чисел. Массовые явления и закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел в форме Чебышева. Теорема Бернулли. Необходимые и достаточные условия для закона больших чисел. Лемма Бореля-Кантелли. Закон «0 или 1» Колмогорова. Различные виды сходимости случайных величин. Усиленный закон больших чисел.

7. Производящие функции. Целочисленные случайные величины и их производящие функции. Примеры производящих функций распределений некоторых целочисленных случайных величин. Факториальные моменты. Многомерные производящие функции. Мультипликативное свойство. Сумма случайного числа случайных величин.

8. Характеристические функции. Определение и простейшие свойства характеристических функций. Вычисление характеристических функций некоторых законов распределения: биномиального, пуассоновского, геометрического, вырожденного, нормального. Формулы обращения для характеристических функций. Теорема о непрерывном соответствии между множеством характеристических функций и множеством функций распределения.

9. Центральная предельная теорема. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных независимых слагаемых. Теорема Ляпунова. Применение центральной предельной теоремы.

10. Многомерные характеристические функции. Определение и простейшие

свойства. Формула обращения. Предельные теоремы для характеристических функций. Многомерное нормальное распределение и связанные с ним распределения. Сферическое нормальное распределение. χ^2 -распределение, распределение Стьюдента, F -распределение

11. Выборки и их характеристики. Основные понятия: выборка, статистическая модель, выборочные характеристики (статистики). Статистические решения. Представление о статистических решениях с наименьшим риском ошибки. Основные типы статистических решений: точечные оценки, интервальные оценки, выбор одной из двух статистических гипотез. Вариационный ряд выборки. Порядковые статистики и их распределения. Эмпирическая функция распределения, ее свойства как функции распределения и как случайного элемента. Сходимость эмпирической функции распределения к истинной функции распределения. Теорема Гливленко-Кантелли. Теорема Колмогорова. Доказательства независимости статистики Колмогорова от вида непрерывной функции распределения. Критерий Колмогорова для проверки гипотезы о данном непрерывном распределении.

12. Элементы теории оценок. Статистические оценки. Свойства оценок параметров в параметрической статистической модели: состоятельность, несмещенность, эффективность. Теорема Колмогорова-Блекуэла-Рао об улучшении оценок с помощью достаточных статистик. Полные достаточные статистики и их использование для нахождения несмещенных оценок с минимальной дисперсией. Эффективные оценки в регулярном случае. Неравенство информации (Крамера-Рао). Информация Фишера и ее свойства. Экспоненциальное семейство распределений и эффективные оценки. Асимптотические свойства статистических оценок: состоятельность и асимптотическая нормальность. Состоятельность и асимптотическая нормальность эмпирических моментов и функций от них. Методы оценивания параметров. Метод моментов, теорема о состоятельности оценок. Метод максимального правдоподобия, теорема об асимптотической нормальности оценок. Оценки метода моментов и максимального правдоподобия для параметров нормального биномиального и других распределений. Байесовский подход к задачам статистического оценивания. Теорема о байесовской оценке при квадратичной функции риска. Понятия априорного и апостериорного риска, априорного и апостериорного распределений. Построение байесовских оценок для параметров биномиального и нормального распределений, сравнение их с оценками максимального правдоподобия. Минимаксные оценки. Нормальное распределение в R^n . Эквивалентность различных определений и основные свойства. Распределение линейных и квадратичных форм от независимых нормально распределенных случайных величин. Лемма о независимости среднего арифметического и среднего квадратического для независимых нормальных случайных величин. Распределения хи-квадрат, Стьюдента и Фишера – Снедекора как распределения статистик в выборках из нормального распределения. Квантили распределения. Интервальное оценивание параметров, доверительные интервалы. Построение точных и асимптотических доверительных интервалов. Точный и асимптотический доверительные интервалы для параметра биномиального распределения. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Доверительный интервал для квантилей.

13. Проверка гипотез. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения. Проверка однородности двух нормальных выборок: критерий Фишера равенства дисперсий, критерий Стьюдента равенства средних значений. Однофакторная статистическая модель. Дисперсионный анализ выборок из нормального распределения. Множественное сравнение средних значений нормальных выборок. Статистические задачи для схемы Бернулли. Свойства частоты как оценки параметра схемы Бернулли. Критерии проверки гипотез о значении параметра схемы Бернулли. Непараметрический критерий знаков для одной и двух выборок. Критерий «хи-квадрат»

для гипотезы о полиномиальном распределении. Теорема об асимптотическом хи-квадрат распределении статистики Пирсона. Критерий «хи-квадрат» для проверки гипотезы о произвольном распределении. Линейная регрессия. Метод наименьших квадратов для оценки коэффициентов линейной регрессии. Доверительный эллипсоид и проверка гипотез о коэффициентах регрессии в нормальной статистической модели. Проверка статистических гипотез. Общие понятия: простые и сложные гипотезы, статистический критерий, критическая область, вероятность ошибок I и II рода, размер и мощность критерия, функция мощности критерия. Теорема Неймана-Пирсона: критерий отношения правдоподобия как наиболее мощный критерий для проверки двух простых гипотез. Понятие равномерно наиболее мощного критерия. Равномерно наиболее мощный критерий для семейства распределений с монотонным отношением правдоподобия.

4. Тематический план 3 семестр

| № п/п | Разделы и темы | Всего часов | Формы занятий | | |
|--------------------|--|-------------|---------------|----------------------|------------------------|
| | | | лекции | практические занятия | самостоятельная работа |
| 1. | Введение | 12 | | – | 12 |
| 2. | Случайные события | 16 | 2 | 2 | 12 |
| 3. | Случайные величины | 14 | | 2 | 12 |
| 4. | Системы случайных величин | 14 | | 2 | 12 |
| 5. | Функции случайных величин | 14 | 2 | – | 12 |
| 6. | Закон больших чисел | 14 | | 2 | 12 |
| 7. | Производящие функции | 14 | | | 14 |
| 8. | Характеристические функции | 16 | 2 | – | 14 |
| 9. | Центральная предельная теорема | 16 | | 2 | 14 |
| 10. | Многомерные характеристические функции | 14 | | – | 14 |
| Всего за 3 семестр | | 144 | 6 | 10 | 128 |

4 семестр

| № п/п | Разделы и темы | Всего часов | Формы занятий | | |
|------------------|-----------------------------|-------------|---------------|----------------------|------------------------|
| | | | лекции | практические занятия | самостоятельная работа |
| 11. | Выборки и их характеристики | 68 | 2 | 6 | 60 |
| 12. | Элементы теории оценок | 67 | 4 | 6 | 57 |
| 13. | Подготовка к экзамену | 9 | | | 9 |
| Всего за семестр | | 144 | 6 | 12 | 117+9 |

5 семестр

| № п/п | Разделы и темы | Всего часов | Формы занятий | | |
|------------------|-----------------------|-------------|---------------|----------------------|------------------------|
| | | | лекции | практические занятия | самостоятельная работа |
| 14. | Проверка гипотез | 27 | | 2 | 25 |
| 15. | Подготовка к экзамену | 9 | | | 9 |
| Всего за семестр | | 36 | | 2 | 25+9 |

5. Виды образовательной деятельности

Занятия лекционного типа

3 семестр

1.Случайные события.Случайные события, их классификация. Действия над событиями. Алгебра событий. (Теоретико-множественная трактовка).Свойство статистической устойчивости относительной частоты события.

2.Функции случайных величин. Функция одного случайного аргумента. Функции двух случайных аргументов. Распределение функций нормальных случайных величин.

3.Характеристические функции.Определение и простейшие свойства характеристических функций. Вычисление характеристических функций некоторых законов распределения: биномиального, пуассоновского, геометрического, вырожденного, нормального.Формулы обращения для характеристических функций. Теорема о непрерывном соответствии между множеством характеристических функций и множеством функций распределения.

4 семестр

1. Выборки и их характеристики. Основные понятия: выборка, статистическая модель, выборочные характеристики (статистики). Статистические решения. Представление о статистических решениях с наименьшим риском ошибки. Основные типы статистических решений: точечные оценки, интервальные оценки, выбор одной из двух статистических гипотез.

2. Вариационный ряд выборки. Порядковые статистики и их распределения. Эмпирическая функция распределения, ее свойства как функции распределения и как случайного элемента. Сходимость эмпирической функции распределения к истинной функции распределения. Теорема Гливленко-Кантелли.

3. Теорема Колмогорова. Доказательства независимости статистики Колмогорова от вида непрерывной функции распределения. Критерий Колмогорова для проверки гипотезы о данном непрерывном распределении.

4. Статистические оценки. Свойства оценок параметров в параметрической статистической модели: состоятельность, несмещенность, эффективность. Теорема Колмогорова-Блекуэла-Рао об улучшении оценок с помощью достаточных статистик. Полные достаточные статистики и их использование для нахождения несмещенных оценок с минимальной дисперсией.

5. Эффективные оценки. Эффективные оценки в регулярном случае. Неравенство информации (Крамера-Рао). Информация Фишера и ее свойства. Экспоненциальное семейство распределений и эффективные оценки.

6. Асимптотические свойства статистических оценок. Состоятельность и асимптотическая нормальность. Состоятельность и асимптотическая нормальность эмпирических моментов и функций от них.

3 семестр

Практическое занятие № 1. События

Теоретические вопросы:

- 1.Случайные события, их классификация.
- 2.Действия над событиями.
- 3.Алгебра событий. (Теоретико-множественная трактовка).

Задания для аудиторной работы

Решение задач по данной теме (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.1, стр.6-12).

Практическое занятие № 2. Случайные величины.

Теоретические вопросы:

1. Понятие случайной величины.
2. Закон распределения случайной величины.
3. Закон распределения дискретной случайной величины.
4. Многоугольник распределения.
5. Функция распределения и ее свойства. Функция распределения дискретной случайной величины. Плотность распределения и ее свойства.

Задания для аудиторной работы

Решение задач по данной теме (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №2, раздел 2.1–2.2, стр.83-94; 98-105).

Практическое занятие № 3. Системы случайных величин.

Теоретические вопросы:

1. Понятие о системе случайных величин и законе ее распределения. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства.
2. Зависимость и независимость двух случайных величин. Условные законы распределения.

Задания для аудиторной работы

Решение задач по данной теме (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №2, раздел 2.5, стр.143-145; 148-160).

Практическое занятие № 4. Закон больших чисел.

Теоретические вопросы:

1. Массовые явления и закон больших чисел.
2. Неравенство Чебышева.
3. Закон больших чисел в форме Чебышева.
4. Теорема Бернулли.
5. Различные виды сходимости случайных величин.
6. Усиленный закон больших чисел.

Задания для аудиторной работы

Решение задач по данной теме (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №2, раздел 2.6, стр.165-166; 168-170).

Практическое занятие №5. Центральная предельная теорема.

Теоретические вопросы:

1. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных независимых слагаемых.
2. Теорема Ляпунова.
3. Применение центральной предельной теоремы.

Задания для аудиторной работы

Решение задач по данной теме(Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №2, раздел 2.6, стр. 167; 171-174).

4 семестр

Практическое занятие № 1-3 .Выборки и их характеристики.

Теоретические вопросы:

- 1.Основные задачи математической статистики. Статистическая структура.
- 2.Выборочный метод. Репрезентативность выборки.
- 3.Статистика. Порядковые статистики.
- 4.Выборочные моменты и выборочная функция распределения. Их свойства.
5. Полигон и гистограмма.

Задания для аудиторной работы

Решение задач по данной теме(Евдокимова Г.С. Математическая статистика в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.1–1.2. стр.6-26; 31-41).

Практическое занятие № 4 – 6. Оценки неизвестных параметров.

Теоретические вопросы:

- 1.Точечная оценка.
- 2.Неравенство Рао-Крамера.
- 3.Метод моментов.
- 4.Свойства оценок, полученных методом моментов.
- 5.Метод максимального правдоподобия.

Задания для аудиторной работы

Решение задач по данной теме (Евдокимова Г.С. Математическая статистика в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.34, стр.48-60; 71-87).

5 семестр

Практическое занятие № 1. Проверка статистических гипотез.

Теоретические вопросы:

- 1.Дать определение статистической гипотезы.
2. Какие гипотезы называются параметрическими (непараметрическими) гипотезами?
3. Дать определение нулевой (основной) гипотезы. Как она обозначается?
4. Дать определение альтернативной (конкурирующей) гипотезы. Как она обозначается?
5. Дать определение простой гипотезы. Привести пример.
6. Дать определение сложной гипотезы. Привести пример.
7. Что такое статистический критерий?
8. Дать определение наблюдаемого значения статистического критерия.
9. Дать определение критической области.
- 10.Что называется областью принятия гипотезы?
11. В чем состоит односторонность действия статистических критериев значимости?
12. Можно ли, применяя статистический критерий значимости, сделать вывод: «Проверяемая нулевая гипотеза верна»?
13. Дать определение критических точек (квантилей).
14. Каким неравенством задается правосторонняя критическая область?

15. Каким неравенством задается левосторонняя критическая область?
16. Какими неравенствами задается двусторонняя критическая область?
17. В чем состоит различие между построением двусторонней критической области и построением доверительного интервала для одного и того же параметра?
18. Что такое ошибки первого рода?
19. Что такое ошибка второго рода?
20. Как изменяются вероятности совершения ошибки первого и второго рода при увеличении объема выборки?
21. Зависят ли вероятности совершения ошибок первого и второго рода от вида альтернативной гипотезы, от применяемого критерия?

Задания для аудиторной работы

Решение задач по данной теме (Евдокимова Г.С. Математическая статистика в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.5, стр.96-97; 102-117).

Самостоятельная работа

События.

Решение задач по данной теме (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.1, стр.13-17).

Вероятностное пространство

Решение задач по данной теме (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.2 –1.3, стр.25-29; 45-47).

Основные теоремы теории вероятностей.

Решение задач по данной теме (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.4 –1.5, стр. 56-59; 66-70).

Последовательность независимых испытаний.

Решение задач по данной теме(Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.6, стр.80-82).

Случайные величины.

Решение задач по данной теме (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №2, раздел 2.1–2.2, стр.04-97; 105-107).

Числовые характеристики случайных величин.

Решение задач по данной теме (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №2, раздел 2.3, стр.117-122).

Основные законы распределения дискретных случайных величин.

Решение задач по данной теме (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №, раздел 2.4, стр.136-139).

Основные законы распределения непрерывных случайных величин.

Решение задач по данной теме(Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №2, раздел 2.4, стр.139-142).

Системы случайных величин.

Решение задач по данной теме(Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №2, раздел 2.5,стр.160-164).

Числовые характеристики двумерной случайной величины.

Решение задач по данной теме (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №2, раздел 2.5, стр.162-164).

Закон больших чисел.

Решение задач по данной теме. (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №2, раздел 2.6, стр.174-175).

Центральная предельная теорема.

Решение задач по данной теме. (Евдокимова Г.С. Теория вероятностей в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №2, раздел 2.6, стр.175-178).

Выборки и их характеристики.

Решение задач по данной теме (Евдокимова Г.С. Математическая статистика в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.1–1.2. стр.27-30;41-47).

Оценки неизвестных параметров.

Решение задач по данной теме (Евдокимова Г.С. Математическая статистика в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.3, стр.48- 71).

Доверительные интервалы.

Решение задач по данной теме (Евдокимова Г.С. Математическая статистика в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.4, стр.87- 96).

Проверка статистических гипотез.

Решение задач по данной теме (Евдокимова Г.С. Математическая статистика в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.5, стр.; 142-148).

Статистические критерии.

Решение задач по данной теме (Евдокимова Г.С. Математическая статистика в примерах и задачах: учебное пособие для практических занятий, модуль №1, раздел 1.5.стр.149-152).

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

Теоретические вопросы

Теоретические вопросы по основным темам курса предложены к каждому практическому занятию.

Критерии оценивания ответа на теоретический вопрос

| Оценка | Критерии |
|----------------|--|
| отлично | полностью раскрывает содержание вопроса, приводит примеры ситуаций, демонстрирующих теоретические положения, |

| | |
|----------------------------|--|
| | рассмотренные в вопросе |
| хорошо | допускает неточности при изложении теоретического материала, приводит примеры ситуаций, демонстрирующих теоретические положения, рассмотренные в вопросе |
| удовлетворительно | допускает ошибки при изложении теоретического материала, с трудом приводит примеры ситуаций, демонстрирующих теоретические положения, рассмотренные в вопросе |
| неудовлетворительно | допускает грубые ошибки при изложении теоретического материала, с трудом приводит примеры ситуаций, демонстрирующих теоретические положения, рассмотренные в вопросе |

Практические задания

Задания по основным темам курса предложены к каждому практическому занятию.

Критерии оценивания выполнения практических заданий

| Оценка | Критерии |
|----------------------------|---|
| отлично | студент добросовестно выполняет предложенные задания, анализирует полученные эмпирические данные, делает содержательные выводы, активно участвует в обсуждении результатов |
| хорошо | студент добросовестно выполняет предложенные задания, анализирует полученные эмпирические данные, делает выводы, но допускает неточности, не участвует в обсуждении результатов |
| удовлетворительно | студент выполняет предложенные задания, с трудом проводит анализ эмпирических данных, затрудняется в выводах, не участвует в обсуждении результатов |
| неудовлетворительно | студент не выполняет задания |

4 семестр

Контрольная работа

1. В телестудии три телевизионные камеры. Вероятности того, что в данный момент камера включена, равны соответственно 0,9; 0,8; 0,7. Найти вероятность того, что в данный момент включены: а) две камеры; б) не более одной камеры; в) три камеры.

2. 20% приборов монтируется с применением микромодулей, остальные – с применением интегральных схем. Надежность прибора с применением микромодулей – 0,9, интегральных схем – 0,8. Найти: а) вероятность надежной работы наугад взятого прибора; б) вероятность того, что прибор – с микромодулем, если он был исправен.

3. Всхожесть семян некоторого растения составляет 80%. Найти вероятность того, что из 6 посеянных семян взойдут: а) три; б) не менее трех; в) четыре.

4. Вероятность появления событий в каждом из независимых испытаний равна 0,25. Найти вероятность того, что событие наступит 50 раз в 243 испытаниях.

Критерии оценивания контрольной работы

1. Нормы оценивания:

| №п/п | Структурная часть контрольной работы | Количество баллов(*) |
|------|--------------------------------------|----------------------|
| 1 | Задание 1 | 1 балл |
| 2 | Задание 2 | 1 балла |
| 3 | Задание 3 | 1 балла |
| 4 | Задание 4 | 2 балла |

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

| № п/п | Оценка | Количество баллов |
|-------|---------------------|-------------------|
| 1 | Отлично | 4,75-5 |
| 2 | Хорошо | 3,75-4,5 |
| 3 | Удовлетворительно | 3-3,5 |
| 4 | Неудовлетворительно | менее 3 |

5 семестр Контрольная работа

- В случае известного математического ожидания a при $\xi \in N(a, \sigma^2)$ методом максимального правдоподобия найти оценку дисперсии и исследовать ее свойства.
- Найти методом моментов точечную оценку параметра p геометрического распределения $P(\xi = m) = p(1 - p)^{m-1}$, где $m = 1, 2, 3, \dots$; p — вероятность появления события в одном испытании.
- Производитель автомобильных шин заинтересован в получении оценки средней износоустойчивости шин особой модели. Он провел случайную выборку — 10 шин — и подверг их специальному испытанию. Средняя износоустойчивость, по данным выборки, оказалась равно 22500 миль со стандартным выборочным неисправленным отклонением $S = 3000$ миль. Найти доверительный интервал с вероятностью 99 % для средней износоустойчивости всего выпуска шин этого типа. Генеральная совокупность распределена нормально.

Критерии оценивания контрольной работы

1. Нормы оценивания:

| №п/п | Структурная часть контрольной работы | Количество баллов(*) |
|------|--------------------------------------|----------------------|
| 1 | Задание 1 | 1 балл |
| 2 | Задание 2 | 2 балла |
| 3 | Задание 3 | 2 балла |

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

| № п/п | Оценка | Количество баллов |
|-------|---------------------|-------------------|
| 1 | Отлично | 4,75-5 |
| 2 | Хорошо | 3,75-4,5 |
| 3 | Удовлетворительно | 3-3,5 |
| 4 | Неудовлетворительно | менее 3 |

Оценивание самостоятельной работы

«отлично» – студент показал знание тем курса, грамотно изложил материал, показал способность мыслить, анализировать и систематизировать информацию, выделил основные положения в изучаемых источниках, подтвердил выдвигаемые положения правильно решенными задачами.

«хорошо» – студент показал знание тем курса, грамотно изложил материал, показал способность мыслить, анализировать и систематизировать информацию, выделил основные положения в изучаемых источниках, подтвердил выдвигаемые положения правильно решенными задачами, но при ответе допускает неточности или студент не отвечает на дополнительные вопросы

«удовлетворительно» – если студент показал знания основных понятий по курсу, но допускает ошибки в изложении, не знает частных случаев, не отвечает на дополнительные вопросы, плохо ориентируется в материале, допускает ошибки при решении задач использует недостоверные источники;

«неудовлетворительно» – если студент допускает грубые ошибки в теоретических вопросах и не в состоянии решать практические задачи.

6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

Вопросы для подготовки к экзамену (4 семестр)

1. Вероятностный эксперимент. Случайное событие. Классификация случайных событий. Алгебра событий.
2. Частота событий и ее свойства.
3. Классическое определение вероятности события.
4. Геометрическое определение вероятности события.
5. Статистическое определение вероятности события.
6. Теорема сложения вероятностей для несовместимых событий. Следствия.
7. Понятие условной вероятности.
8. Теорема умножения вероятностей. Следствия.
9. Теорема сложения вероятностей для совместных событий.
10. Формула полной вероятности.
11. Формула Байеса.
12. Повторные испытания по схеме Бернулли.
13. Приближенные формулы для вероятностей $P_n(m)$, $P_n(m_1, m_2)$.
14. Определение случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины.
15. Закон распределения для дискретной случайной величины.
16. Закон распределения для непрерывной случайной величины.
17. Плотность распределения вероятностей. Вероятность попадания случайной величины в заданный промежуток.
18. Числовые характеристики для дискретной случайной величины.
19. Числовые характеристики для непрерывной случайной величины.
20. Биномиальное распределение.
21. Распределение Пуассона.
22. Равномерное распределение.
23. Показательное распределение.
24. Нормальное распределение.
25. Правило 3-х сигм.
26. Система случайных величин. Закон распределения системы.
27. Таблица распределения для системы 2-х дискретных случайных величин.
28. Функция распределения $F(x, y)$ и ее свойства.

29. Плотность распределения $f(x,y)$ и ее свойства.
30. Числовые характеристики системы случайных величин (X,Y) .
31. Коэффициент корреляции и его свойства.
32. Закон больших чисел. Теорема Чебышева.
33. Закон больших чисел. Теорема Бернулли.
34. Понятие о центральной предельной теореме теории вероятностей.
35. Теорема Муавра- Лапласа.

Вопросы для подготовки к экзамену (5 семестр)

1. Основные задачи математической статистики. Генеральная совокупность и выборка.
2. Способы отбора элементов выборки.
3. Статистический ряд.
4. Статистическая функция распределения.
5. Статистическая совокупность. Гистограмма.
6. Количественные характеристики выборки.
7. Точечные оценки неизвестных параметров. Основные требования к ним.
8. Точечные оценки для математического ожидания и дисперсия случайной величины.
9. Получение точечных оценок методом моментов.
10. Получение точечных оценок методом наибольшего правдоподобия.
11. Доверительный интервал и доверительная вероятность.
12. Построение доверительного интервала для математического ожидания.
13. Сглаживание экспериментальной зависимости. Метод наименьших квадратов.
14. Проверка статистических гипотез. Общие понятия.
15. Критерий согласия χ^2 .
16. Критерий согласия Колмогорова.
17. Критерий знаков.
18. Линейная регрессионная модель.

Образец экзаменационного задания (4 семестр)

1. Аксиоматическое определение вероятности. Свойства вероятностей.
2. Нормальное распределение.
3. При автоматическом изготовлении болтов допускается в среднем 3% брака. Какова вероятность того, что среди взятых для контроля 5 болтов: а) не окажется ни одного бракованного; б) окажется один бракованный?
4. Считая, что вес телас одинаковой вероятностью может быть равен любому целому числу граммов от 1 до 10, определить, при какой из трех систем разновесов: а) 1, 2, 2, 5, 10; б) 1, 2, 3, 4, 10; в) 1, 1,2, 5, 10 – среднее число необходимых для взвешивания гирь будет наименьшим, если при взвешивании разрешается гири ставить только на одну чашку, а подбор гирь при взвешивании осуществляется так, чтобы использовать наименьшее возможное число гирь.
5. В парламенте имеется доля p членов партии лейбористов, которые неспособны менять свое мнение ни в одном вопросе, и доля $1-p$ членов партии консерваторов, которые случайным образом, с вероятностью r , могут менять свое мнение при последовательных голосованиях по одному и тому же вопросу. Выбранный наудачу парламентарий дважды проголосовал, не меняя своего мнения. Найдите вероятность того, что и при следующем голосовании он будет придерживаться того же мнения.

Образец экзаменационного задания (5 семестр)

Пример 1. Построить эмпирическую функцию распределения по результатам наблюдений

| | | | | | | |
|---------|---|---|---|---|---|----|
| X | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 10 |
| m_i^* | 3 | 1 | 2 | 3 | 4 | 2 |

Пример 2. Найти выборочное среднее, исправленную выборочную дисперсию и исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение для интервального статистического ряда:

| | | | | | | |
|--------------------|--------|--------|---------|----------|----------|----------|
| Границы интервалов | [0; 4) | [4; 8) | [8; 12) | [12; 16) | [16; 20) | [20; 24] |
| m_i^* | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 |

Пример 3. Известно, что число независимых опытов до первого появления события имеет геометрический закон распределения:

| | | | | | | |
|-------|-----|-----|---------|-----|-------------|-----|
| x_i | 1 | 2 | 3 | ... | k | ... |
| p_i | P | p | $q^2 p$ | ... | $q^{k-1} p$ | ... |

где p – неизвестный параметр, который равен вероятности появления события в одном опыте, $q = 1 - p$. Проведено 5 серий опытов до первого появления события. Они дали следующие результаты: $x_1=10$, $x_2=4$, $x_3=2$, $x_4=11$, $x_5=3$. Найти оценку наибольшего правдоподобия для p . Оценить p по методу моментов.

Пример 4. Аналитик фондового рынка оценивает среднюю доходность определенных акций. Случайная выборка 15 дней показала, что средняя (годовая) доходность $\bar{x} = 10,37\%$ с исправленным средним квадратическим отклонением $S = 3,5\%$. Предполагая, что доходность акций подчиняется нормальному закону распределения, постройте 95%-ный доверительный интервал для средней доходности интересующего аналитика вида акций.

Пример 5. В следующей таблице представлены данные о числе сделок, заключенных на фондовой бирже за квартал, для 517 инвесторов.

| | | | | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|----|----|---|---|---|
| i | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| m_i | 112 | 168 | 130 | 68 | 32 | 5 | 1 | 1 |

В первой строке приведены числа сделок, во второй — числа инвесторов, заключивших столько сделок за квартал.

Требуется проверить, используя критерий Пирсона, что на уровне значимости $\alpha = 0,05$ число сделок, заключенных одним инвестором за квартал, распределено по закону Пуассона с параметром $\lambda = 1,5$.

Критерии оценивания ответа на экзамене

1. Нормы оценивания ответа

| | | |
|------|--------------------------|-------------------|
| №п/п | Структурная часть билета | Количество баллов |
|------|--------------------------|-------------------|

| | | |
|---|---|------------|
| 1 | Теоретическое обоснование обработки статистических данных | 0,25 балла |
| 2 | Реализация решения задачи | 0.75 балла |

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

| п/п | Оценка | Количество баллов |
|-----|---------------------|-------------------|
| 1 | Отлично | 4,75-5 |
| 2 | Хорошо | 3,75-4,5 |
| 3 | Удовлетворительно | 3-3,5 |
| 4 | Неудовлетворительно | менее 3 |

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

7.1. Основная литература

3 семестр

1. Основы теории вероятностей и математической статистики: Учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукоусев. - М.: Флинта: МПСИ, 2010. - 488 с.: 60x88 1/16. (переплет) ISBN 978-5-9765-0314-4
2. Васильев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для академического бакалавриата / А. А. Васильев. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 253 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05175-9. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/3F13A609-9D28-44A2-A070-1A025A293A4F.
3. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика в 2 ч. Часть 1. Теория вероятностей : учебник и практикум для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер. — 4-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 264 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-01925-4. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/426BE322-E08B-4904-B13E-D01A9872443A.

4,5 семестр

1. Основы теории вероятностей и математической статистики: Учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукоусев. - М.: Флинта: МПСИ, 2010. - 488 с.: 60x88 1/16. (переплет) ISBN 978-5-9765-0314-4
2. Васильев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для академического бакалавриата / А. А. Васильев. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 253 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05175-9. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/3F13A609-9D28-44A2-A070-1A025A293A4F.
3. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика в 2 ч. Часть 2. Математическая статистика : учебник и практикум для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер. — 4-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 254 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-01927-8. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/0CE0092C-9FA7-49DD-B877-6381A42DE735.

7.2.Дополнительная литература

3 семестр

1. Бочаров П. П. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для студентов вузов/ П. П. Бочаров, А. В. Печинкин. - 2-е изд.. – М.: Физматлит, 2005. – 296 с.
2. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей: учебник для студентов математ. спец. ун-тов/ Б. В. Гнеденко ;Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - М.: Едиториал УРСС, 2005. – 448 с.

3. Кибзун А. И. Теория вероятностей и математическая статистика: Базовый курс с примерами и задачами :учеб.пособие для студентов высш. техн. учеб. заведений/ А. И. Кибзун, Е. Р. Горяинова, А. В. Наумов – М.: Физматлит, 2005. – 232 с.
4. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах: учеб.пособие для студентов вузов по направлению "Прикладная математика"/ В. А. Ватутин, Г. И. Ивченко, Ю. И. Медведев, В. П. Чистяков. – М.: Дрофа, 2005. – 320 с.
5. Федоткин М. А. Основы прикладной теории вероятностей и статистики: учебник для студентов вузов по спец. "Приклад.математика и информатика". – М.: Высшая школа, 2006. – 368 с.

4,5 семестр

1. Бочаров П. П. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для студентов вузов/ П. П. Бочаров, А. В. Печинкин. - 2-е изд.. – М.: Физматлит, 2005. – 296 с.
2. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей: учебник для студентов математ. спец. ун-тов/ Б. В. Гнеденко ;Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - М.: Едиториал УРСС, 2005. – 448 с.
3. Кибзун А. И. Теория вероятностей и математическая статистика: Базовый курс с примерами и задачами :учеб.пособие для студентов высш. техн. учеб. заведений/ А. И. Кибзун, Е. Р. Горяинова, А. В. Наумов – М.: Физматлит, 2005. – 232 с.
4. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах: учеб.пособие для студентов вузов по направлению "Прикладная математика"/ В. А. Ватутин, Г. И. Ивченко, Ю. И. Медведев, В. П. Чистяков. – М.: Дрофа, 2005. – 320 с.
5. Федоткин М. А. Основы прикладной теории вероятностей и статистики: учебник для студентов вузов по спец. "Приклад.математика и информатика". – М.: Высшая школа, 2006. – 368 с.

7.3.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Электронная библиотека <https://www.biblio-online.ru>
2. <http://www.intuit.ru> – Интернет-Университет Информационных Технологий
3. <http://window.edu.ru> – Каталог образовательныхInternet-ресурсов.
3. Математическое бюро: решение задач по высшей математике - www.matburo.ru
4. <http://www.exponenta.ru/> сайт материалов по математическим пакетам.

8. Материально-техническое обеспечение

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная следующим оборудованием: стандартная учебная мебель (28 учебных посадочных мест), стол и стул для преподавателя – по 1 шт., кафедра для лектора – 1 шт., доска настенная трехэлементная – 1 шт., напольный мобильный проекционный экран DA-LITE – 1 шт., мультимедиапроекторBenQ – 1 шт., ноутбук Lenovo – 1шт., колонки Genius – 1 шт., персональные компьютеры, объединенные в сеть с выходом в Интернет, – 16 шт.

Помещение для самостоятельной работы аудитория №224 с выходом в Интернет оснащена следующим оборудованием: стандартная учебная мебель (15 учебных посадочных мест), стол и стул для преподавателя – по 1 шт., доска настенная – 1 шт., мультимедиапроекторBenQ – 1 шт., колонки Genius – 1 шт., персональные компьютеры, объединенные в сеть с выходом в Интернет – 15 шт

9. Программное обеспечение

1. Microsoft Open License (WindowsXP, 7, Office 2003-2016) - Лицензия 66975477 от 03.06.2016 – всоставе: ОСWindows

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0

Владелец: Артеменков Михаил Николаевич

Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022