

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»

Кафедра математического анализа

«Утверждаю»
Проректор по учебно-
методической работе
_____ Ю.А. Устименко
«23» июня 2022 г.

**Рабочая программа дисциплины
Б1.В.11 Математическое моделирование**

Направление подготовки: **09.03.03 Прикладная информатика**

Направленность (профиль): **Информационные системы организаций и предприятий**

Форма обучения: заочная

Курс – 3,4

Семестр – 5, 6, 7

Всего зачетных единиц – 8, часов – 288

Форма отчетности: экзамен – 6, 7 семестр

Программу разработал
старший преподаватель Курицын С.Ю.

Одобрена на заседании кафедры
«16» июня 2022 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой _____ К.М. Расулов

Смоленск
2022

1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Математическое моделирование» относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений. Она изучается в 5-6 семестрах и опирается на компетенции, полученные студентами при изучении дисциплин «Математический анализ», «Дифференциальные и разностные уравнения», «Алгебра и геометрия», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Численные методы», «Экономика организации», «Дискретная математика» и др. Курс построен так, чтобы углубить и расширить знания по разделам, связанным с построением математических моделей, применяемых в прикладном программировании.

Согласно учебному плану, освоение данной дисциплины необходимо для изучения таких дисциплин, как «Планирование ресурсов организации», «Методы анализа и моделирования бизнес-процессов» и др. Кроме того, компетенции, сформированные при изучении данной дисциплины, способствуют успешному применению их в дальнейшей профессиональной деятельности. Поэтому четкое и ясное понимание не только содержания современных социально-экономических операций, но и их математических основ становится необходимым условием высокой квалификации бакалавра.

Изучение курса основано на традиционных методах высшей школы, тесной взаимосвязи со смежными курсами, а также на использовании современной учебной и методической литературы.

Характерной чертой курса является сочетание достаточного числа математических вопросов с практическими математическими методами и приемами, применяемыми в прикладном программировании.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения
ПК-1. Способен проводить обследование организаций, выявлять информационные потребности пользователей, собирать детальную информацию, формировать требования к автоматизированной информационной системе (ERP-системе).	Знать: методику проведения обследования организаций с целью выявления информационных потребностей пользователей; требования, предъявляемые к автоматизированной информационной системе (ERP-системе); возможности типовых ИС, архитектуру, устройство и функционирование вычислительных сетей, коммуникационное оборудование и сетевые протоколы, теорию баз данных и основы программирования; основы бухгалтерского учета, управления торговлей, поставками, запасами, управления персоналом, управления организацией, экономической теории. Уметь: выявлять информационные потребности пользователей, формулировать требования к автоматизированной информационной системе (ERP-системе), осуществлять сбор детальной информации для формализации требований пользователей заказчика. Владеть: методами, способами и инструментами выявления информационных потребностей пользователей, методикой обследования организации, навыками по информированию заказчика о возможностях типовых ИС.
ПК-2. Способен проводить описание прикладных процессов и информационного	Знать: основные принципы и методы описания и анализа прикладной области,

<p>обеспечения и проектировать автоматизированные информационные системы (ERP-системы)</p>	<p>информационных потребностей, формирования требований к информационным системам, методы формализации и структурирования данных, основные методы и технологии проектирования информационных систем, возможности типовых ИС, архитектуру, устройство и функционирование вычислительных сетей, коммуникационное оборудование и сетевые протоколы, теорию баз данных и основы программирования.</p> <p>Уметь: проводить анализ предметной области, выявлять информационные потребности и разрабатывать требования к информационным системам, формализовывать и структурировать полученную информацию, осуществлять сравнительный анализ и выбор информационно-коммуникационной технологии для решения поставленных задач, проектировать информационные системы.</p> <p>Владеть: навыками сбора и анализа информации, необходимой для решения поставленных производственных задач, навыками по формализации и структурированию данных, навыками работы с прикладным программным обеспечением для проектирования современных информационных систем.</p>
--	---

3. Содержание дисциплины

- 1. Модели и моделирование.** Понятия модели. Классификация моделей. Основные этапы математического моделирования. Классификация экономико-математических моделей социально-экономических систем. Основные математические методы и модели в различных направлениях экономической деятельности.
- 2. Функциональные модели в моделировании социально-экономических процессов.** Линейная алгебра и ее использование при решении экономических задач. Формулировка задач балансового анализа. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Линейная модель обмена. Применение дифференциального и интегрального исчисления функций одной переменной в моделировании социально-экономических процессов. Функции в экономике и социологии. Функции спроса и предложения. Функции Торнквиста. Пределы в социально-экономической сфере. Предельные величины в экономике. Экономический смысл производной. Применение производной в экономической теории. Понятие об эластичности функции. Эластичность спроса и предложения. Вычисление объема выпущенной продукции. Кривые Лоренца. Коэффициент Джини. Непрерывное начисление процентов. Задачи дисконтирования. Использование понятия функции нескольких переменных в социально-экономической сфере. Производственные функции. Виды производственных функций. Предельные показатели экономики. Задача оптимизации производственных издержек. Функция полезности. Кривые безразличия. Задача потребительского выбора. Применение аппарата дифференциальных и разностных уравнений в моделировании динамических социально-экономических процессов. Модель естественного роста. Модель Мальтуса. Модель Ферхюльста. Модель Эванса установления равновесной цены. Модель экономического цикла Самуэльсона-Хикса. Паутинообразная модель рынка.

3. **Модели управления запасами.** Основные определения и понятия, связанные с моделями управления запасами. Статическая детерминированная модель без дефицита. Статическая детерминированная модель управления запасами без дефицита с количественными скидками. Статическая детерминированная модель с дефицитом. Понятие стохастической модели управления запасами.
4. **Модели теории графов.** Основные понятия теории графов. Понятие транспортной сети. Методы определения кратчайших расстояний между пунктами транспортной сети. Построение графа наименьшей длины. Планирование сети дорог. Задачи обслуживания: задача коммивояжера, задача китайского почтальона и др. Методы составления рациональных маршрутов при перевозке массовых грузов. Составление рациональных развозочно-сборных маршрутов. Задача о расположении центра снабжения (склада). Планирование сети дорог. Пропускная способность транспортной сети. Задача о наибольшем потоке. Транспортная задача в сетевой постановке. Применение задачи о максимальном потоке к решению транспортной задачи по критерию времени. Понятие сетевой модели и ее основных элементов. Правила построения сетевых графиков. Упорядочение сетевого графика. Понятие критического пути. Сетевой анализ проектов. Параметры событий и работ. Метод критического пути (метод СРМ). Метод оценки и обзора программы (метод PERT).
5. **Линейные оптимизационные модели.** Задача об оптимальном использовании ресурсов. Задача о составлении рациона питания. Общая задача линейного программирования. Графический метод решения задачи линейного программирования. Анализ модели на чувствительность. Двойственные задачи линейного программирования. Симплекс-метод. Транспортная задача. Метод потенциалов. Задача формирования оптимального штата фирмы. Целочисленное программирование. Метод ветвей и границ. Задача о рюкзаке. Понятие задачи дробно-линейного программирования. Сведение к задаче линейного программирования. Применение дробно-линейных моделей в моделировании относительных экономических показателей. Задача о себестоимости продукции. Задача о рентабельности производства. Многокритериальные модели. Метод последовательных уступок. Метод равных наименьших отклонений. Применение методов линейного программирования для решения задач маршрутизации перевозки грузов.
6. **Нелинейные оптимизационные модели.** Постановка задачи нелинейного программирования. Метод множителей Лагранжа. Задачи выпуклого программирования. Теорема Куна—Таккера. Задача об инвестиционном портфеле.
7. **Динамическое программирование.** Общая постановка задач динамического программирования. Моделирование многошаговых процессов. Принцип оптимальности Р. Беллмана. Модель динамического программирования, связанная с распределением средств между предприятиями. Модель динамического программирования о распределении ресурсов между отраслями на плет. Модель динамического программирования о замене оборудования (автотранспорта).
8. **Модели и методы поддержки принятия решений в условиях конфликта, неопределенности и риска.** Понятие об игровых моделях. Платежная матрица. Нижняя и верхняя цена игры. Решение игр в смешанных стратегиях. Игры с природой. Матрица рисков. Критерии принятия решений в условиях неопределенности и риска. Деревья решений. Метод обратного пересчета.

4. Тематический план

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий		
			лекции	лабораторные занятия	самостоятельная работа
5 семестр					
1.	Модели и моделирование	2	0	0	2
2.	Функциональные модели в	34	2	2	30

	моделировании социально-экономических процессов				
3.	Модели управления запасами	36	2	4	30
4.	Модели теории графов	36	2	4	30
Всего за семестр		108	6	10	92
6 семестр					
1.	Линейные оптимизационные модели	38	2	6	30
2.	Нелинейные оптимизационные модели	34	2	2	30
3.	Динамическое программирование	27	2	2	23
Экзамен		9	0	0	9
Всего за семестр		108	6	10	92
7 семестр					
4.	Модели и методы поддержки принятия решений в условиях конфликта, неопределенности и риска	63	0	4	59
Экзамен		9	0	0	9
Всего за семестр		72	0	4	68
Итого		288	12	24	252

5. Виды образовательной деятельности¹

Занятия лекционного типа

5 семестр

Лекция №1.

Балансовые модели в экономике. Модель Леонтьева. Функции одной переменной в моделировании социально-экономических процессов. Функции спроса и предложения. Равновесная цена. Функции Торнквиста. Функции распределения доходов. Понятие производственной функции. Виды производственных функций. Предельные и средние значения производственной функции. Задача оптимизации производственных издержек.

Лекции № 2.

Основные определения и понятия, связанные с моделями управления запасами. Детерминированная модель управления запасами без дефицита. Формула Уилсона. Модель оптимального размера заказа с дефицитом. Детерминированная модель управления запасами с производством.

Лекции №3.

Основные понятия теории графов. Методы определения кратчайших расстояний между пунктами транспортной сети: алгоритм Дейкстры. Построение графа наименьшей длины. Задача коммивояжера. Полный граф. Понятие гамильтонова цикла. Некоторые алгоритмы решения задачи коммивояжера.

6 семестр

Лекция №1

Линейные оптимизационные модели. Графический метод решения задач линейного программирования. Анализ модели на чувствительность. Задачи целочисленного программирования. Метод ветвей и границ. Метод отсечений. Некоторые модели целочисленного программирования: задача о рюкзаке, задача об оптимальном раскрое.

¹ Содержание данного раздела может быть представлено в электронной информационно-образовательной среде СмолГУ или в опубликованном учебно-методическом пособии.

Транспортная задача. Основные понятия. Метод минимальной стоимости отыскания опорного плана. Метод потенциалов. Пример.

Лекция № 2

Постановка задачи нелинейного программирования. Метод множителей Лагранжа. Постановка задачи выпуклого программирования. Теорема Куна—Таккера. Задача об инвестиционном портфеле и подходы к её решению.

Лекция № 3

Общая постановка задачи динамического программирования. Принцип оптимальности и уравнения Беллмана. Задача о распределении инвестиций между предприятиями. Задача об оптимальном распределении ресурсов между отраслями на план. Алгоритм Беллмана—Форда.

Занятия семинарского типа

5 семестр

Лабораторное занятие №1. Модель межотраслевого баланса. Функции одной переменной в экономике.

Теоретические вопросы

1. В чем заключается балансовый принцип межотраслевых связей в экономике? Поясните схему межотраслевого баланса.
2. Дайте определение модели Леонтьева. Приведите примеры.
3. Какие основные задачи связаны с линейной моделью Леонтьева? Приведите решение этих задач.
4. Сформулируйте определение коэффициентов прямых материальных затрат? Каков экономический смысл этих коэффициентов?
5. Какая матрица прямых материальных затрат называется продуктивной? Приведите примеры. Какие условия продуктивности матрицы A Вам известны?
6. Дайте определение матрицы полных затрат? Каков экономический смысл элементов этой матрицы?

Задания для аудиторной работы

1. Заполните недостающие клетки межотраслевого баланса, располагая следующими данными об экономической системе, состоящей из трех экономических объектов: P_1 – промышленность, P_2 – сельское хозяйство, P_3 – транспорт.

Производящие отрасли	Потребление			Конечный продукт	Валовой выпуск
	P_1	P_2	P_3		
P_1	20	50		200	300
P_2	10	0	40		500
P_3	0			240	
Условно-чистая продукция		390			
Валовой выпуск					

Кроме того, известно, что суммарное внутреннее потребление всех экономических объектов составляет 310.

2. Издержки на изготовление продукции определяются по формуле $y = aq + b$, где q – объем выпущенной продукции, причем для двух технологических процессов изготовления продукции это разные функции, для первого – $y = 1,5q + 20$, для второго – $y = 1,475q + 10$. Определите,

какой из технологических процессов выгоднее в зависимости от q . Найдите себестоимость продукции для обоих вариантов при $q = 200$ усл.ед.

3. Функция предложения некоторого товара имеет вид $S = \frac{15+(p+3)^3}{2p+9}$, а функция спроса — $D = \frac{20-2p-4p^2}{5p+1}$. Найдите равновесную цену.

4. Провайдер сети Интернет «Точка доступа» предоставляет услуги по подключению к сети жителей многоквартирного дома. При величине абонентской платы в 360 руб. в месяц количество пользователей по опросам жителей составит 210 абонентов, а при абонентской плате в 300 руб. в месяц — 240 абонентов. Фиксированные издержки обслуживания подключений составляют 2700 руб. в месяц, а переменные — 120 руб. за подключение. Найдите функцию прибыли, предполагая линейную зависимость между числом абонентов и величиной абонентской платы. Каково максимальное значение прибыли?

5. Известно, что функция Торнквиста для малоценных товаров имеет вид $x = \frac{I(I+2)}{I^2+4}$. Найдите

функции Торнквиста для товаров первой, второй необходимости и предметов роскоши. Реализуйте основные этапы исследования функции средствами компьютерной математики и постройте их графики. Сделайте экономические выводы.

Задания для самостоятельной работы

1. Функция предложения некоторого товара имеет вид $q^S = \frac{p^2+50p+6}{5p+1}$, а функция спроса — $q^D = \frac{30+48p-4p^2}{5p+1}$. Найдите равновесную цену.

2. Менеджер по продажам цветочного магазина «Лютики» заметил, что при цене 550 руб. за букет магазин продает 225 букетов в день. Если повысить цену до 600 руб., то число клиентов снижается до 200. Считая линейным соотношение между спросом и ценой, найдите функцию дохода. При какой цене доход достигает своего максимального значения? Изменится ли результат, если известно, что ежедневно магазин может сделать: а) не более 300 букетов; б) не более 200 букетов?

3. Известны параметры функций Торнквиста $\alpha = 2, \beta = 1$ и $\gamma = 2$. Найдите функции Торнквиста и постройте их графики. При каком доходе населения

Лабораторное занятие № 2. Статическая детерминированная модель управления запасами без дефицита

Теоретические вопросы

1. Перечислите основные характеристики моделей управления запасами.
2. Сформулируйте основную задачу управления запасами.
3. Сформулируйте статическую детерминированную модель управления запасами без дефицита.
4. Каковы особенности модели с фиксированным временем выполнения заказа?
5. Сформулируйте модель управления запасами с наличием количественных скидок?
6. Сформулируйте модель производства партии продукции.

Задания для аудиторной работы

1. Компания занимается розничной продажей электротоваров. Одним из видов продукции являются утюги. Спрос на них составляет 25 утюгов в неделю, причем его величина равномерно распределяется в течение недели. Компания производит закупку утюгов по 9 д.ед. за штуку. Стоимость подачи одного заказа составляет 15 д.ед., а издержки хранения — 0,5 д.ед. за единицу среднего размера запаса в течение года плюс 15% среднегодовой стоимости запасов.
 - а. Предполагая, что в году 50 недель, определите оптимальный размер заказа.

- b. В настоящее время компания заказывает утюги партиями по 300 штук. Какой будет величина экономии, если заказы будут подаваться в соответствии с найденным размером?
 - c. Как изменится решение администрации компании относительно оптимального заказа, если стоимость подачи одного заказа снизится до 5 д.ед.?
2. Компания «Ватерлиния» продаёт 400 водяных матрасов в год, причем издержки хранения равны 1.5 тыс.руб. за матрас в день, издержки создания заказа — 60 тыс.руб. Время выполнения заказа составляет 6 дней. Предполагая, что в году 250 рабочих дней, определите оптимальный размер заказа, найдите точку восстановления запаса. Каким будет оптимальный размер заказа, если издержки хранения вырастут на 500 рублей?
 3. Гипермаркет крупной торговой сети использует 12000 бумажных рулонов для чековых аппаратов в год. Каждый новый заказ чистых рулонов стоит 150 ден.ед., а издержки хранения одного рулона составляют 30% от его стоимости в год. Цена одного рулона равна 1,9 ден.ед., если размер заказа составляет до 2999 рулонов, 1,82 ден.ед при размере заказа от 3000 до 5999 рулонов и 1,74 ден.ед. при заказе от 6000 рулонов.
 - a. Рассчитайте наилучший размер заказа для каждого диапазона цен. Как часто необходимо делать заказ в каждом случае? Каковы общие издержки в каждом случае?
 - b. Постройте график функции общих издержек. Определите размер заказа, при котором функция общих издержек принимает наименьшее значение.
 4. Некоторой фирме необходимо иметь в штате 1000 инженеров. При этом в компании наблюдается ротация кадров — и темп увольнения инженеров составляет 150 человек в год и является постоянным. Прежде чем приступить к работе, вновь принятые инженеры объединяются в группы для прохождения обучения на курсах, организуемых компанией. Проведение каждого цикла обучения обходится компании в 25000 ден.ед. Если нет возможности предоставить работу немедленно, то компания теряет 500 ден.ед. на человека в месяц. Определите, сколько инженеров следует принимать на каждый курс обучения, с какой частотой следует организовывать курсы и каковы общие годовые издержки на их организацию.

Задания для самостоятельной работы

1. Крупной консалтинговой компании по компьютерным системам в бизнесе необходимо иметь диски под системные программы. Покупка дисков осуществляется у внешнего поставщика и, как было оценено, в ближайшем будущем использование дисков составит 20000 штук в год. Стоимость подачи одного заказа на партию дисков равна 32 д.ед. По оценкам специалистов фирмы годовые издержки хранения одного диска составит 1% его стоимости. Стоимость каждого диска равна 0,8 д.ед. Предполагается, что коэффициент использования дисков является постоянным, отсутствие запасов недопустимо.
 - a. Требуется определить оптимальный размер одного заказа и количество заказов, которое следует подавать в течение года. Найдите соответствующее значение годовой стоимости запасов.
 - b. Предположим, что оценка спроса оказалась заниженной, и фактическое значение спроса составило 24200 дисков в год. Определите новый оптимальный размер заказа и сравните величину издержек при найденном ранее размере заказа и при новом размере. Что можно сказать о чувствительности модели к изменению спроса?
2. Объем продаж демонстрационного зала автомобилей составляет 200 автомашин в год. Стоимость подачи каждого заказа равна 500 д.ед., а издержки хранения - 30% среднегодовой стоимости запасов. Если размер заказа меньше, чем 50 автомобилей, то цена покупки одного автомобиля составляет 6000 д.ед. Для заказов, размер которых колеблется от 50 до 99 автомобилей, предоставляется скидка на закупочную цену в 1,5%, а заказам, размер которых составляет 100 и более автомобилей, соответствует скидка, равная 3%.
 - a. Требуется определить оптимальный размер заказа.
 - b. Изменится ли оптимальный размер заказа, если поставщик увеличит размер скидки с 3 до 5%?

3. Магазин «Лада» закупает духи «Ландыш» на одной из парфюмерных фабрик города. Годовой спрос на этот продукт составляет примерно 600 шт. Издержки на заказ равны 850 д.ед., издержки хранения - 510 д.ед. на 1 упаковку (20 шт.) в год. Магазин заключил договор на поставку с фиксированным интервалом времени. Количество рабочих дней в году — 300. Время поставки товара - 6 дней. Стоимость одного флакона 135 д.ед. Чему равно оптимальное число заказов в течение года, точка восстановления заказа и минимальные совокупные издержки?

Лабораторное занятие № 3. Статические детерминированные модели управления запасами с дефицитом. Модель с производством.

Теоретические вопросы

1. Сформулируйте модель управления запасами в условиях планирования дефицита.
2. Каково графическое представление динамики изменения количества товара в модели с дефицитом?
3. Как определяется плотность убытков из-за неудовлетворенности спроса?

Задания для аудиторной работы

1. Годовой объем продаж тостера «Слава» для магазина равен 3000 единиц (или 10 единиц в день). Издержки заказа равны 25 тыс.руб., а издержки хранения – 0,4 тыс.руб. в день. Так как тостер «Слава» является очень популярной моделью, то в случае отсутствия товара в магазине покупатели обычно согласны подождать, пока не подойдет следующий заказ. Однако издержки от дефицита равны 0,75 тыс.руб. за тостер в день. Каков оптимальный размер заказа для магазина? Каков максимальный дефицит? Чему равны совокупные издержки?
2. На некотором станке производятся детали в количестве 2000 единиц в месяц, при этом стоимость производственного цикла составляет 1000 д. ед. Эти детали используются для производства продукции на другом станке, потребность в деталях которого составляет 500 единиц в месяц. Оставшиеся детали образуют запас. По оценкам специалистов компании, издержки хранения составляют 20% средней стоимости запасов в год. Стоимость производства одной детали равна 2,50 д. ед.
 - a. Каким должен быть оптимальный размер партии деталей, производимой на первом станке, и с какой частотой следует организовывать циклы для производства этих деталей в течение года?
 - b. Определите оптимальный размер партии детали, производимой на первом станке, если удалось снизить издержки производства до 500 д. ед.?
 - c. Как изменился бы ответ на первый вопрос, если бы произошло дальнейшее снижение стоимости производства до 250 д. ед.?

Задания для самостоятельной работы

1. Известно, что годовая потребность сельхозпредприятия в минеральных удобрениях составляет 320 кг, издержки содержания запаса - 4,1 руб./кг-год, стоимость выполнения поставки - 21 руб., а потери от дефицита - 0,015 руб./кг-сутки. Определите оптимальный размер партии поставки, величину максимального запаса, максимальный дефицит и длительность дефицитной ситуации.
2. На некотором станке производятся клапаны в количестве 12000 единиц в год. Эти клапаны используются для производства продукции на другом станке, потребность которого в клапанах составляет 3600 единиц в год. Оставшиеся клапаны образуют запас. Издержки хранения составляют 0,5 д.ед. за один клапан в год. Стоимость производственного цикла на первом станке равна 800 д.ед. Рассчитайте оптимальный размер партии клапанов на первом станке. Определите продолжительность одного производственного цикла. Найдите минимальные совокупные издержки.

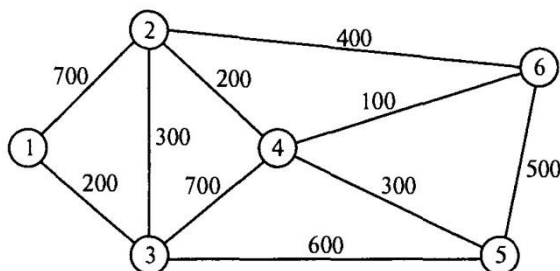
Лабораторное занятие № 4. Задача о кратчайшем пути в графе. Поиск графа наименьшей длины.

Теоретические вопросы

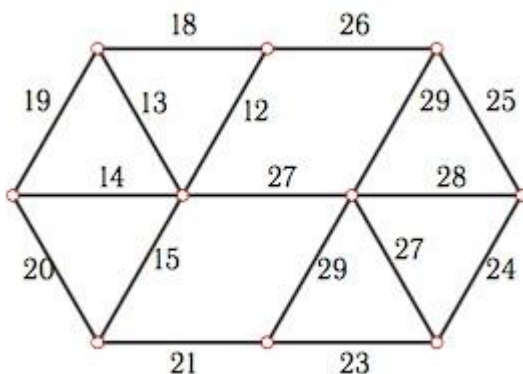
1. В чем заключается задача о кратчайшем пути в графе?
2. Сформулируйте алгоритм Дейкстры отыскания кратчайшего пути в графе.
3. Дайте определение графа наименьшей длины. Приведите примеры.
4. Каким свойством обладает граф наименьшей длины?
5. Сформулируйте алгоритм построения графа наименьшей длины.

Задания для аудиторной работы

1. Почтовая компания обслуживает шесть удаленных друг от друга районов, которые связаны сетью, представленной на рисунке. Компании необходимо определить наиболее эффективные маршруты пересылки почтовых отправлений между любыми двумя районами.



2. Постройте граф наименьшей длины



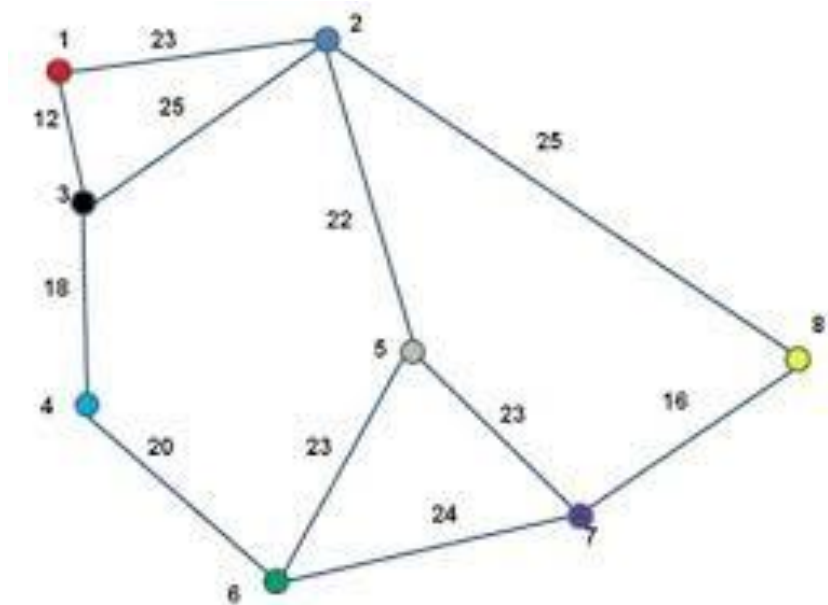
Лабораторное занятие № 5. Задача инспекции дорог.

Теоретические вопросы

1. Дайте определение степени вершины графа. Приведите примеры.
2. Какой цикл в графе называется эйлеровым?
3. Сформулируйте критерий существования эйлерова цикла.
4. В чем состоит задача китайского почтальона? Сформулируйте алгоритм ее решения.

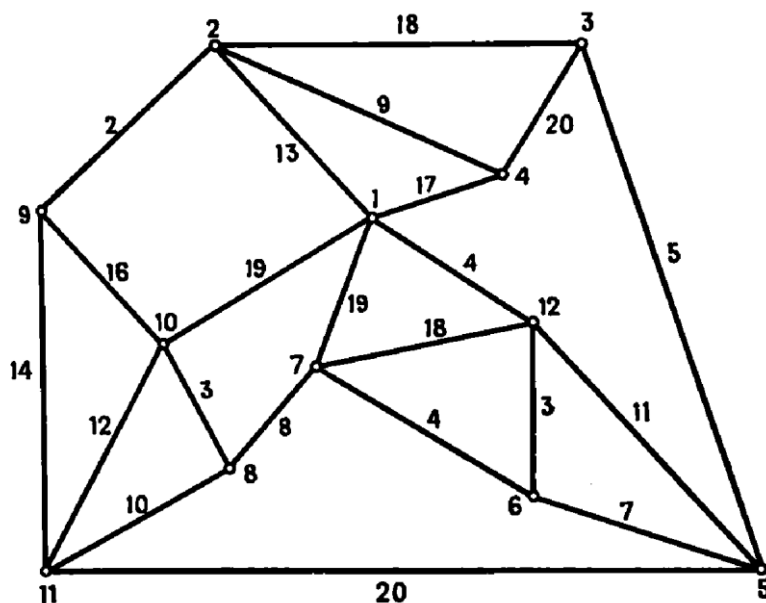
Задания для аудиторной работы

1. Цирк «Царь тайги» проводит рекламную кампанию в городе, используя промоавтомобиль. Схема городских улиц представлена в виде графа. Промоавтомобиль должен объехать все улицы города хотя бы один раз. Определите длину наименьшего пути промоавтомобиля, если цирк находится в вершине №1 графа.



Задания для самостоятельной работы

1. Дана схема дорог микрорайона. Выехав с базы (вершина 1), требуется, затратив наименьшее время, обработать противогололедной смесью все дороги и вернуться обратно. Время проезда по каждой, улице микрорайона представлено на схеме.



6 семестр

Лабораторное занятие №1. Построение линейных оптимизационных моделей. Графический метод решения задач линейного программирования.

Теоретические вопросы

1. Дайте общую постановку задачи о распределении ресурсов, постройте ее математическую модель.
2. Дайте общую постановку задачи о рационе питания, постройте ее математическую модель.
3. Какая функция называется целевой функцией задачи линейного программирования?
4. Дайте определение опорного (оптимального) решения задачи.

5. Сформулируйте алгоритм решения задачи линейного программирования графическим методом. Приведите пример.

Задания для аудиторной работы

Постройте математическую модель задачи и решите её графическим методом:

1. Фирма «Тоямаatokанана» производит совковые и штыковые лопаты. Для их изготовления требуется листовая металл и древесина. Для изготовления одной совковой лопаты требуется 0,04 листа металла и $0,004\text{м}^3$ древесины, а для изготовления одной штыковой лопаты – 0,02 листа металла и $0,004\text{м}^3$ древесины. Розничная цена одной совковой лопаты 60 ден.ед., а штыковой – 50 ден.ед. Изучение рынка сбыта показало, что спрос на штыковые лопаты превышает спрос на совковые не более, чем на 3 тыс.шт. в месяц. Кроме того, спрос на совковые лопаты не превышает 11 тыс.шт. в месяц. Сколько лопат каждого вида должна изготавливать фирма в месяц, если она располагает 450 листами металла и 60м^3 древесины и хочет получить наибольший доход от реализации своей продукции?

2. Фармацевтическая компания ежедневно производит не менее 800 кг некой пищевой добавки – смеси кукурузной и соевой муки, состав которых представлен в таблице:

Мука	Компоненты (в кг на 1 кг муки)		Стоимость ден.ед. в
	белок	клетчатка	
Кукурузная	0,09	0,02	0,3
Соевая	0,6	0,06	0,9

Диетологи требуют, чтобы в пищевой добавке было не менее 30% белка и не более 5% клетчатки. Фирма хочет определить рецептуру смеси минимальной стоимости с учетом требований диетологов.

3. Компания Show&Sell имеет возможность рекламировать свою продукцию по местному радио и телевидению. Бюджет на рекламу ограничен суммой 10000 дол. в месяц. Одна минута рекламного времени на радио стоит 15, а на телевидении – 300 дол. Компания предполагает, что реклама по радио по времени должна превышать рекламу на телевидении не менее чем в два раза.

Вместе с тем, известно, что нерационально использовать более 400 минут рекламы на радио в месяц. Последние исследования показали, что реклама на телевидении в 25 раз эффективнее рекламы на радио. Разработайте оптимальный бюджет для рекламы на радио и телевидении.

4. Автотранспортному предприятию (АТП) необходимо освободить из-под груза складские помещения клиента. Вывоз груза следует осуществлять в два района колоннами автомобилей. Условия перевозки требуют, чтобы в составе каждой колонны, предназначенной для вывоза груза в первый район, было 8 автомобилей VOLVO и 8 автомобилей КАМАЗ; в колоннах второго рейса 8 автомобилей КАМАЗ и 16 – SCANIA. Характер груза позволяет полностью использовать грузоподъемность всех автомобилей. Каждая из колонн может сделать одинаковое количество поездок за сутки. Парк подвижного состава АТП состоит из 32 автомобилей VOLVO, грузоподъемностью 3 т, 48 автомобилей КАМАЗ грузоподъемностью 4 т, 48 автомобилей SCANIA грузоподъемностью 7,5 т. Определите количество колонн, которое нужно направить в каждый район, чтобы перевезти наибольшее количество груза.

5. После предпринятой рекламной кампании фирма «Давидко» испытывает необыкновенный рост спроса на два типа мангалов для приготовления шашлыков на открытом

воздухе — газовые и угольные. Фирма заключила контракт на ежемесячную поставку в магазины 300 угольных и 300 газовых мангалов.

Производство мангалов ограничивается мощностью участка производства деталей, участка сборки и участка упаковки. В таблице приведены данные показывающие, какие трудозатраты возникают на каждом участке на каждую единицу продукции, а также допустимый ежемесячный объем трудозатрат.

Участок	Трудозатраты		Фонд времени, чел.ч.
	на угольный мангал	на газовый мангал	
Производство	5	8	2600
Сборка	0,8	1,2	400
Упаковка	0,5	0.5	200

Фирма «Давидко» не может обеспечить выполнение контракта своими силами. Поэтому она провела переговоры с другим производителем, который в настоящее время располагает избыточными мощностями. Этот производитель согласился поставлять фирме «Давидко» в любом количестве угольные мангалы по 3 тыс. руб. за штуку и газовые мангалы по 5 тыс. руб. за штуку. Эти цены превышают себестоимость мангалов на заводе фирмы «Давидко» на 1,5 тыс. руб. за каждый угольный мангал и на 2 тыс. руб. за каждый газовый мангал. Задача фирмы «Давидко» состоит в том, чтобы найти такое соотношение закупаемых и производимых мангалов, которое обеспечило бы выполнение контракта с минимальными общими затратами.

Ответьте на следующие вопросы:

- 1) Каковы минимальные издержки на выполнение контракта (в тыс. руб.)?
- 2) Сколько угольных мангалов следует ежемесячно производить фирме «Давидко»?
- 3) Сколько газовых мангалов следует ежемесячно производить фирме «Давидко»?
- 4) Сколько газовых мангалов следует приобретать?
- 5) Следует ли сохранить объемы производства и закупок газовых мангалов, если компания, выполняющая заказы для фирмы «Давидко», поднимет цену на газовые мангалы до 5,5 тыс. руб., (да — 1, нет — 0)?

Задания для самостоятельной работы

Постройте математическую модель задачи и решите её графическим методом:

1. Фирма выпускает изделия двух типов *A* и *B*. При этом используется сырье 4 видов. Расход сырья каждого вида на изготовление одной тысячи изделий задан в таблице:

Изделие	Сырье			
	1	2	3	4
<i>A</i>	2	1	0	2
<i>B</i>	3	0	1	1

Запасы сырья 1-ого вида составляют 21 ед., 2-ого вида – 4 единицы, 3-его вида – 6 ед., 4-ого вида – 10 ед. Выпуск одной тысячи изделий типа *A* приносит доход 300 ден. ед., одной тысячи изделий типа *B* - 200 ден. ед. Составьте план производства, обеспечивающий фирме наибольший доход.

2. Из пункта *A* в пункт *B* ежедневно отправляются пассажирские и скорые поезда. Данные об организации перевозок представлены в таблице:

Поезда	Количество вагонов в поезде				
	багажный	почтовый	плацкарт	купейный	мягкий
Скорый	1	1	5	6	3
Пассажирский	1	–	8	4	1

Число пассажиров	–	–	58	40	32
Парк вагонов	12	8	81	70	26

Сколько должно быть сформировано скорых и пассажирских поездов, чтобы перевезти наибольшее количество пассажиров?

3. Молочный комбинат может выпускать два сорта творожной массы, используя три вида сырья – творог, наполнители (масло, сливки, сахар, ванилин) и специальные добавки (сухофрукты). Затраты творога на 1 кг массы первого вида составляют 0,15 кг, а второго вида – 0,75 кг. Затраты наполнителей на 1 кг массы первого вида составляют 0,5 кг, а второго вида – 0,25 кг. Затраты добавок на 1 кг массы первого вида составляют 0,35 кг, а при производстве второго вида творожной массы не используются. Запасы творога составляют 525 кг, наполнителей – 400 кг, добавок – 210 кг. Цена одного килограмма первого вида творожной массы составляет 50 д.е., второго вида – 75 д.е. Найдите план производства, при котором доход от продажи творожной массы наибольший. Определите величину дохода.

4. Мебельная фабрика выпускает шкафы-купе, стенки и спальные гарнитуры. Суточный плановый выпуск соответственно равен 90, 70 и 60 штук. Суточные ресурсы фабрики составляют 800 единиц производственного оборудования, 910 единиц сырья и 790 единиц электроэнергии. Расход ресурсов на единицу продукции приведен в таблице.

Ресурсы	Расход ресурсов на одно изделие		
	Шкаф-купе	Стенка	Спальный гарнитур
Оборудование	2	3	4
Сырье	1	4	5
Электроэнергия	2	3	4

Стоимость одного шкафа – 11 у.е., стенки – 17 у.е. и спального гарнитура – 25 у.е. Сколько необходимо производить изделий каждого вида, чтобы стоимость продукции, выпущенной сверх плана, была максимальной?

Лабораторное занятие № 2. Решение задач линейного программирования при помощи СКМ и MS Excel

Теоретические вопросы

1. Сформулируйте определение основной задачи линейного программирования.
2. Сведите задачу

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 3, \\ x_1 - x_2 \geq 4, \\ x_1, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$z = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

к основной задаче линейного программирования.

3. Как применяются системы компьютерной математики к решению задач линейного программирования?

Задания для аудиторной работы

Решите предложенные задачи средствами системы компьютерной математики и MS Excel.

Пшеница и кукуруза высаживаются на участках различного плодородия площадью 100 и 200 га. Данные об урожайности приведены в таблице.

Культура	Урожайность (ц/га) участка	
	I	II
Пшеница	20	15
Кукуруза	35	30

По плану должно быть собрано не менее 1500 ц пшеницы и 4500 ц кукурузы. Цена 1 ц пшеницы равна 6 у.е., кукурузы – 4 у.е. Найдите оптимальное сочетание посевов пшеницы и кукурузы, которое обеспечивает максимальную выручку от продажи.

II

На приобретение оборудования для нового производственного участка мебельной фабрики выделена 21 000 у.е. Оборудование должно быть размещено на площади, не превышающей 37 м². Предприятие может заказать оборудование двух видов: более мощные станки типа А стоимостью 3 000 у.е., требующие площадь в 6 м² (с учетом проходов) и обеспечивающие производительность 7 000 заготовок за смену, и менее мощные станки типа Б стоимостью 2 000 у.е., занимающие площадь 3 м² и дающие за смену 4 000 заготовок. Найдите оптимальный вариант приобретения оборудования, обеспечивающий новому участку максимальную производительность.

III

Фирма «Фасад» производит двери для продажи местным строительным компаниям. Репутация фирмы позволяет ей продавать всю производимую продукцию. На фирме работает 10 рабочих в одну смену (8 рабочих часов), 5 дней в неделю, что дает 400 часов в неделю. Рабочее время поделено между двумя существенно различными технологическими процессами: собственно производством и конечной обработкой дверей. Из 400 рабочих часов в неделю 250 ч отведены под собственно производство и 150 ч – под конечную обработку. «Фасад» производит 3 типа дверей: стандартные, полированные и резные. В таблице приведены временные затраты и прибыль от продажи одной двери каждого типа:

	Время на производство (мин.)	Время на обработку (мин.)	Прибыль (ден.ед.)
Стандартные	30	15	45
Полированные	30	30	90
Резные	60	30	120

а) Сколько дверей различных типов нужно производить, чтобы максимизировать прибыль?

б) Оптимально ли распределение рабочего времени между двумя технологическими процессами? Как изменится прибыль, если распределить рабочее время между этими процессами оптимально?

в) На предстоящей неделе фирма должна выполнить контракт на поставку 280 стандартных, 120 полированных и 100 резных дверей. Для выполнения заказа «Фасад» может закупить некоторое количество полуфабрикатов дверей у внешнего поставщика. Эти полуфабрикаты «Фасад» может использовать только для производства стандартных и полированных, но не резных дверей. При этом изготовление стандартной двери требует лишь 6 мин. процесса обработки, а полированной – 30 мин. обработки (процесс производства для этих полуфабрикатов не требуется). Полученная таким образом стандартная дверь приносит прибыль 15 ден. ед., а полированная – 50 ден. ед. Предполагая, что по-прежнему 250 часов в неделю отведено на производство и 150 часов под обработку, определите, сколько и каких

дверей фирма должна производить самостоятельно, и сколько полуфабрикатов закупить для изготовления стандартных и полированных дверей?

г) Как изменится оптимальный план, полученный при выполнении предыдущего пункта, если правильно распределить время между собственно производством и обработкой дверей? Каково будет правильное распределение в данном случае?

Задания для самостоятельной работы

Постройте математическую модель задачи и решите ее средствами системы компьютерной математики и MS Excel.

I.

Маленькая кондитерская фабрика должна закрыться на реконструкцию. Необходимо реализовать оставшиеся запасы сырья, для производства продуктов из ассортимента фабрики, получив максимальную прибыль. Запасы и расход каждого вида сырья для производства единицы продукции каждого вида, а также нормы прибыли для каждого продукта (прибыль на 1 пакет), представлены в таблице:

Сырье	Запасы, кг	Продукты, расход сырья, кг				
		Ореховый звон	Райский вкус	Батончик	Белочка	Ромашка
Темный шоколад	1411	0,8	0,5	1	2	1,1
Светлый шоколад	149	0,2	0,1	0,1	0,1	0,2
Сахар	815,5	0,3	0,4	0,6	1,3	0,05
Карамель	466	0,2	0,3	0,3	0,7	0,5
Орехи	1080	0,7	0,1	0,9	1,5	0
Прибыль/пакет		1	0,7	1,1	2	0,6

В разговоре с владельцем фабрики мастер, используя свой 20-летний опыт, предлагает выпустить по 200 пакетов каждого продукта, утверждая, что ресурсов «должно хватить», а прибыль получится, очевидно, 1080 д.е.

При разговоре присутствовал сын владельца фабрики, только что окончивший физико-математический факультет, который утверждает, что такие проблемы надо решать не «на глазок», а с помощью соответствующего математического аппарата. Умиленный отец обещает сыну всю прибыль сверх 1080 д.е., если он предложит лучший план, чем многоопытный мастер.

II.

Бакалейная лавка продает различные типы орехов. Владельца занимает проблема расфасовки орехов и их смесей. Лавка закупает 4 типа орехов и продает их в пакетах по 1 кг. Кроме того, лавка продает пакеты со смесью орехов, состоящей из 40% арахиса, и равных весовых частей всех остальных типов орехов. Количество запасов, стоимость и прибыль от продажи каждого типа орехов и смеси приведены в таблице. Считать, что издержки, связанные с расфасовкой и приготовлением смеси орехов пренебрежимо малы.

Пакет	Цена 1 пакета	Стоимость 1 кг	Имеющееся количество, кг
Смесь «Фирменная»	4		

Арахис	1,5	1	600
Кешью	4,8	3	360
Грецкие орехи	4,6	2,5	500
Миндаль	5	3,5	400

- 1) Сколько пакетов смеси и сколько пакетов с каждым из сортов орехов нужно приготовить и продать, чтобы максимизировать прибыль?
- 2) Определите теневые цены орехов. Что означают эти величины?
- 3) * Дело происходит в преддверие новогодних праздников. Владелец хочет получить больше прибыли. Поэтому он не может ждать новой поставки товара от своего поставщика и решает закупить 1000 кг орехов у своего конкурента с соседней улицы. Цены у конкурента такие же, как и у нашего владельца. Как Вы думаете, он сумасшедший? Если нет, то какое количество различных типов орехов Вы посоветуете ему закупить?

Лабораторное занятие № 3. Транспортная задача.

Теоретические вопросы

1. Сформулируйте транспортную задачу. Структурируйте операцию, постройте математическую модель транспортной задачи.
2. Каково необходимое и достаточное условие разрешимости транспортной задачи? Какая задача называется закрытой (открытой)?
3. В чем особенность реализации транспортных задач в MS Excel (системах компьютерной математики)?
4. Как реализуется решение транспортной задачи в MS Excel (системах компьютерной математики) с ограничениями на пропускную способность?

Задания для аудиторной работы

Постройте математическую модель задачи и решите ее средствами MS Excel (системе компьютерной математики):

1. Три строительных участка потребляют щебень, вырабатываемый тремя дробильными установками. Суточная потребность в щебне строительных участков, производительность дробильных установок и стоимость перевозки 1 т от дробильных установок до строительных площадок приведены в таблице.

	Участок №1	Участок №2	Участок №3	Производительность дробильной установки
От установки №1	3	7	4	290
От установки №2	5	6	5	170
От установки №3	2	1	6	130
Потребность в щебне строительного участка	300	250	100	

Определите оптимальный план закрепления строительных площадок за дробильными установками с учетом минимальной стоимости перевозок.

2. Менеджер только что получил прогноз заказов и данные об ожидаемом наличии товара на следующий месяц. В следующих таблицах представлены данные о прибыли от поставок, заказах и наличии товара на складах.

Прибыль, в тыс.д.е.	Клиент 1	Клиент 2	Клиент 3	Клиент 4	Клиент 5	Клиент 6	Клиент 7	Клиент 8
Склад 1	345	340	360	360	350	355	335	340
Склад 2	335	360	355	355	345	345	350	355
Склад 3	350	340	340	345	350	345	350	345
Склад 4	350	335	350	340	360	360	365	360

Прогноз заказов:

	Клиент 1	Клиент 2	Клиент 3	Клиент 4	Клиент 5	Клиент 6	Клиент 7	Клиент 8
Заказы, шт.	26	14	28	17	13	18	34	54

Прогноз наличия товара на складах:

	Склад 1	Склад 2	Склад 3	Склад 4
Запасы, шт.	45	78	63	62

Решите задачу о перевозках с максимальной прибылью.

- 1) Какова ожидаемая прибыль?
- 2) Сколько единиц товара должно остаться на складах?

Задания для самостоятельной работы

Постройте математическую модель задачи и решите ее средствами MS Excel (системе компьютерной математики):

1. Компания, занимающаяся добычей железной руды, имеет четыре карьера C_1, C_2, C_3, C_4 . Производительность карьеров соответственно 170, 150, 190 и 200 тыс.т ежемесячно. Железная руда направляется на три принадлежащие этой компании обогатительные фабрики S_1, S_2, S_3 , мощности которых соответственно 250, 150 и 270 тыс.т в месяц. Транспортные затраты на перевозку 1 тыс.т руды с карьеров на фабрики указаны в таблице:

$a_i \backslash b_j$	S_1	S_2	S_3
C_1	7	3	8
C_2	5	4	6
C_3	4	5	9
C_4	6	2	5

Определите план перевозок железной руды на обогатительные фабрики, который обеспечивает минимальные совокупные транспортные издержки.

Ответьте на вопросы:

- 1) Сколько руды следует перевозить с карьера C_1 на обогатительную фабрику S_2 ?
- 2) Сколько руды следует перевозить с карьера C_4 на обогатительную фабрику S_3 ?
- 3) Какова общая минимальная стоимость перевозок?
- 4) Позже стало известно, что поставки с карьера C_1 на обогатительную фабрику S_2 нужно ограничить объемом 50 тыс.т. К тому же из-за плохого состояния дороги перевозки с карьера C_4 на обогатительную фабрику S_3 невозможны. Определите новый план перевозок, учитывающий эти условия. На сколько возрастет стоимость перевозок? Сколько руды следует перевозить с карьера C_4 на обогатительную фабрику S_2 ?

Теоретические вопросы

1. Сформулируйте определение выпуклого множества. Приведите примеры.
2. Дайте определение выпуклой (вогнутой) функции. Приведите примеры.
3. Сформулируйте задачу нелинейного программирования.
4. В чем состоит задача безусловной оптимизации?
5. Сформулируйте необходимое условие оптимальности в задаче безусловной оптимизации.
6. Сформулируйте достаточное условие оптимальности в задаче безусловной оптимизации. Приведите примеры.
7. Как записать функцию Лагранжа для задачи нелинейного программирования?
8. В чем состоит метод Лагранжа решения задачи нелинейного программирования?
9. Сформулируйте теорему Куна-Таккера.
10. Каков алгоритм графического способа решения задачи нелинейного программирования?

Задания для аудиторной работы

1. Найдите решение задачи нелинейного программирования

$$x_1^2 + x_2^2 = 1,$$
$$z = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

графически и методом Лагранжа.

2. Предприятие располагает ресурсами двух видов сырья и рабочей силы, необходимыми для производства двух видов продукции. Затраты ресурсов на изготовление одной тонны каждого продукта, прибыль, получаемая предприятием от реализации тонны продукта, а также запасы ресурсов указаны в следующей таблице:

Ресурс	Расход ресурса		Запас ресурса
	на продукт 1	на продукт 2	
Сырье 1, т	3	5	120
Сырье 2, т	6	4	150
Трудозатраты, ч	14	12	400
Прибыль единицы продукта, тыс.руб./т	72	103	

Стоимость одной тонны вида сырья 1 определяется по формуле $(9 - 0,02r_1)$, а сырья 2 — по формуле $(5 - 0,01r_2)$, где r_1, r_2 — затраты сырья на производство продукции. Ответьте на следующие вопросы

- 1) Сколько продукта 1 и продукта 2 следует производить для того, чтобы обеспечить максимальную прибыль?
- 2) Какова максимальная прибыль?
- 3) На какую величину возрастет максимальная прибыль, если запасы сырья 2 увеличатся на 10 тонн?
- 4) На какую величину возрастет максимальная прибыль, если допустимый объем трудозатрат увеличится с 400 ч до 500 ч?

Задания для самостоятельной работы

1. На молочном комбинате помимо других продуктов производится также сырковая масса трех наименований: «Изюминка», «Ваниль» и «Орешек» жирности соответственно 6%, 5% и 3%. В качестве основных исходных продуктов используются творог жирности 8%, 7%, 2%, объемы суточных поставок которого составляют по 200 кг каждого вида, и сахар, имеющийся в количестве 70 кг в сутки. По технологии для получения 1 кг сырковой массы «Изюминка» требуется сахара 30 г, для «Ваниль» — 40 г и для «Орешек» — 60 г. Цена сырковой массы «Изюминка» равна 36 руб./кг, «Ваниль» 35 руб./кг и «Орешек» 33 руб./кг. Закупочная цена творога 8%-й жирности определяется зависимостью $(29 - 0,003x)$ руб./кг, где x — объем закупки (кг). Аналогичные зависимости для творога 7%-й жирности

$(27 - 0,008x)$ руб./кг и для творога 2%-й жирности $(26 - 0,005x)$ руб./кг. Минимальный выпуск сырковой массы: «Изюминка» — 100 кг, «Ваниль» — 50 кг, «Орешек» — 50 кг. Постройте производственную программу, максимизирующую общую суточную прибыль. Ответьте на следующие вопросы

- 1) Какова максимальная прибыль?
- 2) Каков оптимальный объем производства сырковой массы «Орешек», «Ваниль» и «Изюминка»?
- 3) Каковы размеры оптимальных затрат?
- 4) На сколько рублей изменится прибыль, если ресурс творога жирности 8% уменьшится на 3%?

Лабораторное занятие № 5. Динамическое программирование

Теоретические вопросы

1. При решении каких задач используется метод динамического программирования?
2. Приведите примеры многошаговых задач.
3. Сформулируйте принцип оптимальности и запишите уравнение Беллмана.
4. Сформулируйте алгоритм нахождения оптимального решения задачи динамического программирования.

Задания для аудиторной работы

1. Решите задачу распределения инвестиций между предприятиями.

Имеется производственная фирма, в состав которой входят 3 предприятия. Руководство фирмы принимает решение о выделении 50 млн руб. для осуществления инновационных мероприятий на всех предприятиях фирмы в течение года. Функции дохода f заданы для каждого объема инвестиций x в табличной форме.

Объем инвестиций x (млн руб.)	Прирост дохода		
	f_1	f_2	f_3
0	0	0	0
10	3	6	4
20	5	8	5
30	9	9	11
40	11	15	12
50	17	19	18

2. Требуется перевезти груз из города А в город Б. Сеть дорог, связывающих эти города, задана таблицей, в которой строки и столбцы соответствуют городам, а заполненные клетки – наличию дорог и стоимости перевозки груза.

	А	2	3	4	5	6	7	8	9	Б
А		4	11	3						
2					3	4				
3					1	6				
4					4	6	4			
5								9	8	

6									5	
7								1	12	
8										5
9										3
Б										

Найдите маршрут, связывающий города А и Б, для которого суммарные затраты на перевозку груза были бы наименьшими.

Задания для самостоятельной работы

1. На предприятии установлено новое оборудование. В таблице приведены зависимости производительности предприятия и затрат на обслуживание оборудования от возраста этого оборудования.

	Возраст оборудования					
	0	1	2	3	4	5
Производительность (у.е.)	80	75	65	60	60	55
Затраты на обслуживание (у.е.)	20	25	30	35	45	55

Замена текущего оборудования на новое стоит предприятию 40 у.е., старое оборудование при этом списывается. Найдите оптимальный план замены оборудования в течение 5 лет, чтобы общая прибыль предприятия за этот период была максимальной.

7 семестр

Лабораторное занятие №1. Основные понятия теории антагонистических игр

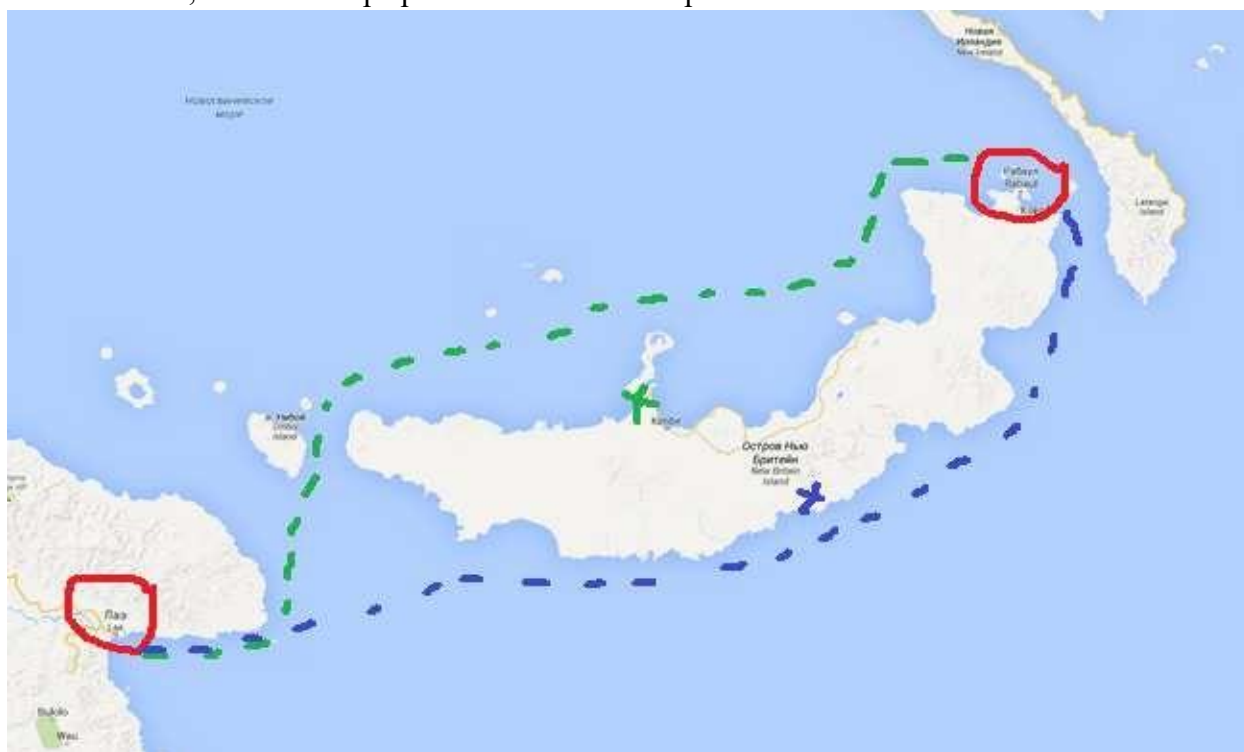
Теоретические вопросы

1. Сформулируйте определение игры (игроков).
2. Какие формы представления игр Вам известны?
3. Дайте классификацию игр. Приведите примеры.
4. Сформулируйте определение антагонистической игры. Приведите примеры.
5. Как строится платежная матрица игры?
6. Сформулируйте определение верхней (нижней) цены игры.
7. Какая игра называется матричной игрой с седловой точкой? Приведите пример.
8. Сформулируйте определение оптимальной стратегии.
9. Дайте определение решения игры с седловой точкой.
10. Какая стратегия каждого из игроков называется доминирующей?

Задачи для аудиторной работы

1. В игру играют двое. Оба игрока одновременно показывают один, два или три пальца. Если сумма чисел, показанная пальцами, четна, то первый игрок выигрывает соответствующее число очков, а второй – проигрывает. Если же сумма нечетна, то выигрыш распределяется наоборот. Для данной игры:
 - определите чистые стратегии игроков;
 - составьте платежную матрицу игры;
 - найдите верхнюю и нижнюю цены игры;

- упростите платежную матрицу, если это возможно; • выясните, имеет ли игра решение в чистых стратегиях.
2. Каждый игрок показывает один или два пальца и называет число пальцев, которое, по его мнению, показал его противник (ни один из игроков не знает, какое число пальцев на самом деле показывает его противник). Если один из игроков угадывает правильно, он выигрывает сумму, равную сумме числа пальцев, показанных им и его противником. В противном случае – ничья. Если оба угадали, то в результате также ничья. Для данной игры:
- определите чистые стратегии игроков;
 - составьте платежную матрицу игры;
 - найдите верхнюю и нижнюю цены игры;
 - упростите платежную матрицу, если это возможно; • выясните, имеет ли игра решение в чистых стратегиях.
3. В феврале-марте 1943 года японский конвой судов собрался в Рабауле (остров Новая Британия), чтобы двигаться затем в Лае (остров Новая Гвинея) (см. карту). Американское командование решило перехватить этот конвой средствами авиации и нанести ему максимальный урон. У японского командующего Имамуры был выбор: послать конвой либо севернее Новой Британии, либо южнее этого острова. Каждый переход занимал три дня. У американского адмирала Кенни было две возможности. Он мог сконцентрировать свои самолеты либо на одном, либо на другом пути. Оба командующих располагали одинаковыми сведениями о состоянии погоды и мобильности войск противника. Перелет с одной части острова Новая Британия на другую занимает один день. При этом из-за плохой видимости на северном пути было возможно осуществлять бомбардировку лишь в течение двух дней. Представьте данную ситуацию в виде матричной игры. Для данной игры:
- определите чистые стратегии игроков;
 - составьте платежную матрицу игры;
 - найдите верхнюю и нижнюю цены игры;
 - упростите платежную матрицу, если это возможно;
 - выясните, имеет ли игра решение в чистых стратегиях.



4. В конфликтной ситуации участвуют две стороны: A – государственная налоговая инспекция, B – налогоплательщик с определенным годовым доходом, налог с которого составляет T д.е. У стороны A два возможных способа поведения. Один из них состоит в контролировании дохода налогоплательщика B и взимания с него:

- налога в размере T , если доход заявлен и соответствует действительному;
- налога в размере T и штрафа в размере W , если заявленный в декларации доход меньше действительного, или в случае сокрытия всего дохода.

Второй способ поведения – не контролировать доход налогоплательщика B вовсе. У стороны B – три стратегии поведения: заявить о действительном доходе; заявить доход, меньший действительного (следовательно, налог C с заявленного дохода будет меньше T); скрыть доход (тогда не надо будет платить налог).

Составьте платежную матрицу – матрицу выигрышей игрока A . Имеет ли игра решение в чистых стратегиях?

5. Два цветочных магазина могут продавать хризантемы по 100, 120 или 140 рублей. Каждый день покупатели приобретают в этих магазинах 100 хризантем. Если цена будет одинаковая, то в обоих магазинах купят равное количество цветов. Если разница в ценах будет 20 рублей, то более дешевые хризантемы купят 70% покупателей, а если 40 рублей – 90% покупателей. Представьте данную ситуацию в виде матричной игры. Для данной игры:

- определите чистые стратегии игроков;
- составьте платежную матрицу игры, отражающую разность доходов магазинов;
- найдите верхнюю и нижнюю цены игры;
- упростите платежную матрицу, если это возможно;
- выясните, имеет ли игра решение в чистых стратегиях.

Задания для самостоятельной работы

1. Первый игрок прячет в кулаке одну из двух монет: 1 руб. или 5 руб. по своему выбору и незаметно от другого игрока, а второй игрок пытается угадать, какая монета спрятана, и если угадывает, то получает эту монету, в противном случае платит первому игроку 3 руб. Для данной игры:

- определите чистые стратегии игроков;
- составьте платежную матрицу игры;
- найдите верхнюю и нижнюю цены игры;
- упростите платежную матрицу, если это возможно;
- имеет ли игра решение в чистых стратегиях.

2. В конфликтной ситуации участвуют две стороны: A – государственная налоговая инспекция, B – налогоплательщик с годовым доходом 180 тыс. руб. У стороны A два возможных способа поведения. Один из них состоит в контролировании дохода налогоплательщика B и взимания с него:

- налога в размере 13%, если налогоплательщик заявил свой действительный доход 180 тыс.руб.;
- налога в размере 13% от 180 тыс.руб. и штрафа в размере 10% от незаявленной налогоплательщиком суммы, если заявленный в декларации доход меньше действительного, или в случае сокрытия всего дохода.

Второй способ поведения – не контролировать доход налогоплательщика B вовсе.

Налогоплательщик при декларировании своего дохода использует одну из трех стратегий

поведения: заявить о действительном доходе в размере 180 тыс.руб.; заявить доход в 90 тыс.руб.; скрыть доход.

Составьте платежную матрицу – матрицу выигрышей игрока A .

Какая из двух указанных стратегий государственной налоговой инспекции гарантирует взимание с налогоплательщика налога, не меньше 23400 руб., при любой из трех отмеченных стратегий налогоплательщика?

Какая из трех отмеченных стратегий налогоплательщика гарантирует уплату налога не больше 23400 руб.?

3. Рассматриваются две конкурирующие финансовые компании A и B . Компания B ведет переговоры с инициаторами трех инвестиционных проектов B_1, B_2, B_3 на предмет инвестирования, причем инвестиционный договор она может заключить только с одним из инициаторов проектов. Задача компании B – положительный результат переговоров с каким-либо из инициаторов проектов. Компания A ставит своей задачей свести переговоры компании B к отрицательному результату с тем, чтобы занять место компании B в инвестировании. Компания A для достижения своей цели может применить одно из двух средств:

A_1 – предложить инициаторам проектов более выгодные условия по сравнению с компанией B ; A_2 – предоставить материалы, компрометирующие компанию B . Действие A_1 приводит к отрицательному результату переговоров компании B с инициаторами проектов B_1, B_2, B_3 соответственно с вероятностями 0,7; 0,5; 0,3, а действие A_2 – с вероятностями 0,6; 0,9; 0,4.

Смоделируйте данную ситуацию, применяя в качестве модели антагонистическую игру. Для данной игры:

- определите чистые стратегии игроков;
- составьте платежную матрицу игры;
- найдите верхнюю и нижнюю цены игры;
- упростите платежную матрицу, если это возможно;
- имеет ли игра решение в чистых стратегиях.

4. «Утро вечера мудренее». Предположим, что у вас дома отключили холодную воду. У вас нет ее необходимого запаса на утро. При этом дорога от дома до магазина и обратно, где можно купить воду, занимает 30 минут. Утром воду могут включить, а могут и не включить. Стоит ли ехать за водой вечером? Представьте ситуацию в виде игры. Для данной игры:

- определите чистые стратегии игроков;
- составьте платежную матрицу игры;
- найдите верхнюю и нижнюю цены игры;
- упростите платежную матрицу, если это возможно;
- выясните, имеет ли игра решение в чистых стратегиях.

Лабораторное занятие № 2. Решение матричных игр сведением к задачам линейного программирования

Теоретические вопросы

1. Сформулируйте аффинное правило для матричной игры. Приведите пример.
2. Как построить модель матричной игры для каждого из игроков в терминах задач линейного программирования?
3. Каким свойством обладают задачи линейного программирования, построенные для каждого игрока?

Задания для аудиторной работы

Решите следующие игры путем сведения к задачам линейного программирования средствами MS Excel (системе компьютерной математики):

1. В игру играют двое. Оба игрока одновременно показывают один, два или три пальца. Если сумма чисел, показанная пальцами, четна, то первый игрок выигрывает соответствующее число очков, а второй – проигрывает.

Если же сумма нечетна, то выигрыш распределяется наоборот.

2. Игра «Камень-ножницы-бумага».

3. Две фирмы *A* и *B* проводят на предполагаемых рынках сбыта (в двух соседних городах) рекламную кампанию. У фирмы *A* имеются средства, чтобы оплатить в этих городах четыре способа проведения рекламной кампании, а у фирмы *B* – три способа. Победу каждой фирмы в каждом из городов будем оценивать в условных единицах (очках) следующим образом:

- если у фирмы *A* больше способов рекламы, чем у противника, то в качестве выигрыша она получает число очков, равное числу способов рекламы, примененных противником в данном городе, с добавлением одного очка за победу;
- если у *A* – меньше способов рекламы, чем у противника, то она проигрывает число очков, равное числу способов рекламы, примененных ею в данном городе, и минус одно очко – за проигрыш;
- если число способов рекламы в городе у обеих фирм одинаковое, то каждая из них получает ноль очков.

В качестве общих выигрышей каждой из фирм принимаем суммы ее очков по двум городам в различных ситуациях. Представьте модель конфликта в виде матричной игры, составив платежную матрицу – матрицу выигрышей фирмы *A*.

4. Группа из пяти индейцев осадила лагерь, охраняемый четырьмя белыми. У лагеря два входа E_1 и E_2 . Белый разведчик установил, что перед входом E_1 находится как минимум один индеец, а перед входом E_2 как минимум два индейца. Остальное распределение неизвестно. Командир осажденных может распределить своих людей около E_1 и E_2 , причем у каждого входа должен быть, по крайней мере, один человек. Предполагается, что численно превосходящая (у каждого входа) группа берет в плен всю группу противника без собственных потерь, в то время как при равенстве сил перед каким-либо входом потерь с обеих сторон нет. В качестве платежа (выигрыша) выступает разность числа плененных.

а) Определите все чистые стратегии обоих противников.

б) Постройте платежную матрицу игры, считая первым игроком обороняющуюся сторону.

в) Найдите оптимальные стратегии сторон.

Задания для самостоятельной работы

Решите следующие игры путем сведения к задачам линейного программирования средствами MS Excel (системе компьютерной математики):

1. Игра из задачи №2 лабораторной работы №18 и игра из задачи №1 самостоятельной работы №18.

2. Два предприятия *A* и *B* производят аналогичную продукцию и поставляют ее на рынок, являясь ее единственными поставщиками в регионе. Каждое из предприятий может производить свою продукцию с применением одной из трех различных технологий. В зависимости от качества продукции, произведенной по каждой технологии, предприятия могут устанавливать цену за единицу продукции на уровне 10, 6 и 2 д.е. при различных затратах на производство единицы продукции (см. таблицу 1)

Таблица 1.

Технология	Цена реализации единицы продукции, д.е.	Полная себестоимость единицы продукции, д.е.	
		Предприятие 1	Предприятие 2
I	10	5	8

II	6	3	4
III	2	1,5	1

В результате маркетингового исследования рынка региона была определена функция спроса на эту продукцию: $q = 6 - 0,5p$, где q – количество продукции, которое приобретет население региона (тыс.ед.), а p – средняя цена продукции, определенная по ценам, которые установлены предприятиями региона. Данные о спросе на продукцию в зависимости от цен реализации, установленных предприятиями, приведены в таблице 2.

Таблица 2.

Цена реализации единицы продукции, д.е.		Средняя цена реализации единицы продукции, д.е.	Спрос на продукцию, тыс.ед.	Доля продукции предприятия 1, купленной населением
Предприятие 1	Предприятие 2			
10	10	10	1	0,31
10	6	8	2	0,33
10	2	6	3	0,18
6	10	8	2	0,70
6	6	6	3	0,30
6	2	4	4	0,20
2	10	6	3	0,92
2	6	4	4	0,85
2	2	2	5	0,72

Указанные в таблице значения долей продукции предприятия 1, приобретенной населением, зависят от соотношения цен на продукцию предприятия 1 и предприятия 2. Эти значения были вычислены по результатам маркетингового исследования. Поскольку на рынке региона действует только два предприятия, то долю продукции второго предприятия, приобретенной населением, в зависимости от соотношения цен можно определить из условия, что сумма соответствующих долей предприятий равна единице.

Какое предприятие в описанных условиях окажется в выигрышном положении? Составьте матрицу выигрышей игрока А – предприятия 1. Коэффициенты выигрышей в матрице определять как значение разницы прибыли предприятий 1 и 2 от производства продукции. Если эта разница положительная, то выигрывает предприятие 1, если отрицательная – предприятие 2.

Самостоятельная работа

5 семестр

Понятие эластичности функции.

1. Функция спроса имеет вид $D = 100\sqrt{4 - p}$. Найдите эластичность спроса и выясните, как повлияет увеличение цены на выручку, если спрос составляет: а) 150 единиц; б) 50 единиц.
2. Функция предложения имеет вид $S = 2p - 6$. Найдите эластичность функции предложения при цене $p = 1$. Определите, при каких значениях цены p предложение неэластично.
3. Спрос на труд характеризуется постоянной единичной эластичностью, а предложение труда описывается функцией $L^S = 4 + 2w$. Известно, что равновесие на рынке достигнуто при

ставке заработной платы $w = 8$. Найдите функцию спроса на труд. Определите численность занятых и ставку заработной платы, если государство решило ввести закон о минимальной ставке заработной платы в размере 10.

4. Функция спроса характеризуется постоянной эластичностью $E = -0,5$. На сколько процентов изменится цена, если величина спроса снизилась в два раза?

Суммарные, средние и предельные величины в экономике

1. Функция средних переменных затрат имеет вид: $AVC = 10 + 2q$. Постоянные затраты равны 12 руб. Найдите функцию общих и предельных затрат.
2. Издержки производства некоторой продукции имеют вид $TC(q) = 150 + 3q + 0,01q^2$, где q — число единиц продукции. Цена на этот товар составляет 36 ден.ед. Найдите функцию предельной прибыли и ее значение при $q = 15$ и $q = 1500$. Объясните экономический смысл значения $Мп(15), Мп(1500)$.
3. Функция спроса на продукцию монополиста имеет вид $q = 12 - 2p$. Предельные и средние издержки удовлетворяют соотношению $MC = AC = 2$. Найдите объем выпуска монополиста и цену его продукции.
4. Функция общих издержек задана уравнением $TC(q) = 75 + 3q^2$. Найдите цену, обеспечивающую фирме максимальную прибыль при объеме производства $q = 10$, если ценовая эластичность спроса на продукцию фирмы-монополиста при этой цене равна -2 .
5. Известно, что спрос на некоторую продукцию описывается функцией $q^D = -1 + \frac{100}{p}$. Составьте соответствующие уравнения кривых $p^D = p^D(q), TR = TR(q), TR = TR(p), AR = AR(q), MR = MR(q)$.

Интегральное исчисление в экономике

1. Известно, что предельный доход равен $MR(q) = 400 + q$. Определите функцию, обратную функции спроса $p^D = p^D(q)$. При какой цене объем спроса $q = 350$?
2. Производительность труда рабочего в течение одного дня задается функцией $y = -0,00625t^2 + 0,05t + 0,5$ ден. ед./ч, $0 \leq t \leq 8$. Найдите объем продукции Q (в стоимостном выражении), произведенной за смену рабочим.
3. Кривая Лоренца для экономики страны А имеет вид:

$$y_A = \begin{cases} 0,25x_A, & \text{если } 0 \leq x_A \leq 80, \\ -300 + 4x_A, & \text{если } 80 < x_A \leq 100, \end{cases}$$

где x_A — доля населения в %, y_A — доля доходов соответствующей группы населения в общей сумме доходов в стране А. В стране В кривая Лоренца описывается уравнением:

$$y_B = \begin{cases} \frac{2}{3}x_B, & \text{если } 0 \leq x_B \leq 60, \\ -50 + 1,5x_B, & \text{если } 60 < x_B \leq 100, \end{cases}$$

где x_B — доля населения в %, y_B — доля доходов соответствующей группы населения в общей сумме доходов в стране В. Для каждой страны определите коэффициенты Джини. В какой стране доходы распределены более равномерно.

4. В некоторой стране общество состоит из двух неравных по численности и уровню доходов групп: бедных и богатых. Известно, что бедные получают 40% совокупного дохода. Значение коэффициента Джини составляет 0,3. Рассчитайте долю бедных и долю богатых от общей численности населения.
5. Для некоторой страны кривая Лоренца имеет вид $y = 1 - \cos \frac{\pi}{2}x$, $0 \leq x \leq 1$. Найдите коэффициент Джини и сделайте вывод о равномерности распределения доходов в этой стране.

Производственные функции. Задача оптимизации производственных издержек.

1. Проверьте, удовлетворяет ли функция $f(x_1, x_2) = x_2 \frac{x_1^2 + 2x_2^2}{3x_1^2 + 2x_2^2}$ свойствам неоклассической производственной функции.

2. Определите характер отдачи от масштабов производства фирмы, если производственная функция имеет вид
 - а. $q = 3K^{0,5}L^{0,3}$;
 - б. $q = 8K + 10L^2$.
3. Технология производства фирмы описывается производственной функцией $q = K^{0,5}L^2$, где K — объём основных фондов, L — объём использования рабочей силы. Определите предельный продукт труда, предельный продукт капитала и предельную технологическую норму замещения капитала трудом, если $K = 9, L = 4$.
4. Производственная функция фирмы имеет вид $q = 10x^{1/3}y^{2/3}$. Цена единицы ресурса x — 5 ден.ед., единицы ресурса y — 10 ден.ед. Фирма располагает денежными средствами в размере 100 ден.ед. Определите максимально возможный объём производства. Постройте соответствующие изокосту и изокванту.
5. В условиях задачи 6 для аудиторной работы в качестве аппроксимирующей функции возьмите а) линейную функцию; б) функцию Леонтьева.

Задача потребительского выбора

1. Проверьте, удовлетворяет ли функция $U(x_1, x_2) = 90x_1 - x_1^2 + 50x_2 - x_2^2$ свойствам функции полезности. Постройте для неё карту кривых безразличия.
2. Функция полезности имеет вид $U(x, y) = x^{0,4}y^{0,5}$. Определите предельную норму замещения продукта X продуктом Y при условии, что их потребляемое количество удовлетворяет равенству $x = y$.
3. Постройте кривые безразличия при уровнях потребительской оценки $U_1 = 2, U_2 = 4, U_3 = 6$, если функция полезности имеет вид:
 - а) $U = x_1^{\frac{1}{4}}x_2^{\frac{1}{2}}$;
 - б) $U = \min\{x_1, 2x_2\}$.
4. Определите угловой коэффициент угла наклона бюджетной линии потребителя при покупке им двух товаров X и Y , цены на которые соответственно составляют 30 и 40 ден.ед.
5. Рациональный потребитель выбрал оптимальный набор, состоящий из 20 ед. первого блага и 25 ед. второго блага. Функция полезности имеет вид: $U(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2$, располагаемый доход равен 100 д.е. в месяц. Определите, как изменился доход потребителя, если новый оптимальный набор содержит 10 ед. первого блага и 15 ед. второго блага, а уровень цен не изменился.

Дифференциальные и разностные уравнения в моделировании социально-экономических процессов.

1. Пусть функции спроса и предложения имеют вид $D(p) = -p + 200, S(p) = 3p + 40$. Зная, что коэффициент пропорциональности $\gamma = \frac{1}{10}$, составьте соответствующую модель Эванса для определения равновесной цены. Найдите зависимость равновесной цены от времени $p = p(t)$, если $p(1) = 200$.
2. В городе с населением 3000 человек распространение гриппа подчиняется дифференциальному уравнению $y' = 0,001y(3000 - y)$, где $y(t)$ — количество заболевших в момент времени t . В начальный момент времени количество заболевших составляет 3 человека. Через какое время заболеет 70% населения?
3. Дана модель Самуэльсона-Хикса с параметрами $a = 0,5, m = 0,68, n = 1,3$. Найдите общее решение уравнения. Сделать экономические выводы.
4. *Паутинообразная модель с обучением.* Цена на рынке определяется продавцами, стратегия которых в каждом периоде состоит в ориентации на некоторое средневзвешенное значение между спросом и предложением в предыдущем периоде. Эта стратегия описывается условием:

$$q^s(t+1) = \alpha \cdot q^s(t) + (1-\alpha) \cdot q^p(t),$$

где $0 < \alpha < 1$ - параметр, характеризующий стратегию продавца. Тем самым продавцы пытаются приспособиться к колебаниям цены, которые «обучают» его делать более точный прогноз предложения. Считая, что функции спроса и предложения линейны относительно цены, решите получившуюся модель. Исследуйте устойчивость модели, меняя параметр α произвольным образом.

Понятие о стохастических моделях управления запасами

Задания для самостоятельной работы

- Компания «Ёлки-палки» занимается закупкой новогодних ёлок. Менеджеру по продажам требуется определить количество ёлок, заготовленных к празднику. Каждая ёлка стоит компании 4 ден.ед., а цена, по которой компания продаёт её, составляет 7,5 ден.ед. Нераспроданные вовремя ёлки сбыта не находят. Решите задачу, если: а) спрос распределён по нормальному закону с математическим ожиданием 200 и дисперсией 300, б) спрос распределен равномерно с теми же дисперсией и математическим ожиданием.

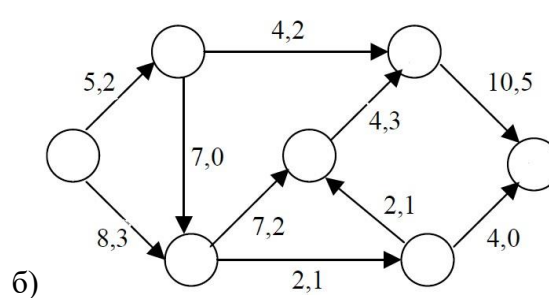
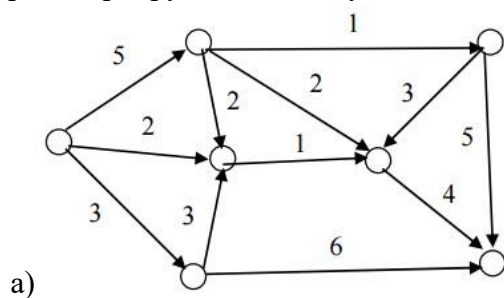
Задача коммивояжера.

- Решите задачу коммивояжера по следующей матрице расстояний:

Пункты	А	Б	В	Г	Д	Е
А	0	20	28	12	39	32
Б	21	0	15	9	17	27
В	30	25	0	45	29	47
Г	7	52	40	0	15	1
Д	50	46	11	5	0	34
Е	11	45	14	21	30	

Потоковые модели. Задача о наибольшем потоке

- Газотранспортная система некоторого городка представлена на схеме. Найдите распределение объема газа по каждому из трубопроводов, при котором общий объем транспортируемого газа будет наибольшим, если схема имеет вид:



6 семестр

Анализ линейной модели на чувствительность

- Выполните анализ модели на чувствительность: Молочный комбинат может выпускать два сорта творожной массы, используя три вида сырья – творог, наполнители (масло, сливки, сахар, ванилин) и специальные добавки (сухофрукты). Затраты творога на 1 кг массы первого вида составляют 0,15 кг, а второго вида – 0,75 кг. Затраты наполнителей на 1 кг массы первого вида составляют 0,5 кг, а второго вида – 0,25 кг. Затраты добавок на 1 кг массы первого вида составляют 0,35 кг, а при производстве второго вида творожной массы не используются. Запасы творога составляют 525 кг, наполнителей – 400 кг, добавок – 210

кг. Цена одного килограмма первого вида творожной массы составляет 50 д.е., второго вида – 75 д.е. Найдите план производства, при котором доход от продажи творожной массы наибольший. Определите величину дохода.

2. Постройте математическую модель задачи:

I

Пшеница и кукуруза высаживаются на участках различного плодородия площадью 100 и 200 га. Данные об урожайности приведены в таблице.

Культура	Урожайность (ц/га) участка	
	I	II
Пшеница	20	15
Кукуруза	35	30

По плану должно быть собрано не менее 1500 ц пшеницы и 4500 ц кукурузы. Цена 1 ц пшеницы равна 6 у.е., кукурузы – 4 у.е. Найдите оптимальное сочетание посевов пшеницы и кукурузы, которое обеспечивает максимальную выручку от продажи.

II

Металлургическому предприятию требуется уголь с содержанием фосфора не более 0,3% и с долей зольных примесей не более 3,25%. Завод закупает три сорта угля *A*, *B*, *C* с известным содержанием примесей. Содержание примесей и цена исходных продуктов приведены в таблице:

Сорт угля	Содержание примесей, %		Цена 1т, ден.ед
	фосфор	зола	
<i>A</i>	0,06	2,0	30
<i>B</i>	0,04	4,0	30
<i>C</i>	0,02	3,0	45

В какой пропорции нужно смешивать исходные продукты *A*, *B*, *C*, чтобы смесь удовлетворяла ограничениям на содержание примесей и имела минимальную стоимость?

III

Фирма «Фасад» производит двери для продажи местным строительным компаниям. Репутация фирмы позволяет ей продавать всю производимую продукцию. На фирме работает 10 рабочих в одну смену (8 рабочих часов), 5 дней в неделю, что дает 400 часов в неделю. Рабочее время поделено между двумя существенно различными технологическими процессами: собственно производством и конечной обработкой дверей. Из 400 рабочих часов в неделю 250 ч отведены под собственно производство и 150 ч – под конечную обработку. «Фасад» производит 3 типа дверей: стандартные, полированные и резные. В таблице приведены временные затраты и прибыль от продажи одной двери каждого типа:

	Время на производство (мин.)	Время на обработку (мин.)	Прибыль (ден.ед.)
Стандартные	30	15	45
Полированные	30	30	90

Резные	60	30	120
--------	----	----	-----

- а) Сколько дверей различных типов нужно производить, чтобы максимизировать прибыль?
- б) Оптимально ли распределение рабочего времени между двумя технологическими процессами? Как изменится прибыль, если распределить рабочее время между этими процессами оптимально?
- в) На предстоящей неделе фирма должна выполнить контракт на поставку 280 стандартных, 120 полированных и 100 резных дверей. Для выполнения заказа «Фасад» может закупить некоторое количество полуфабрикатов дверей у внешнего поставщика. Эти полуфабрикаты «Фасад» может использовать только для производства стандартных и полированных, но не резных дверей. При этом изготовление стандартной двери требует лишь 6 мин. процесса обработки, а полированной – 30 мин. обработки (процесс производства для этих полуфабрикатов не требуется). Полученная таким образом стандартная дверь приносит прибыль 15 ден. ед., а полированная – 50 ден. ед. Предполагая, что по-прежнему 250 часов в неделю отведено на производство и 150 часов под обработку, определите, сколько и каких дверей фирма должна производить самостоятельно, и сколько полуфабрикатов закупить для изготовления стандартных и полированных дверей?
- г) Как изменится оптимальный план, полученный при выполнении предыдущего пункта, если правильно распределить время между собственно производством и обработкой дверей? Каково будет правильное распределение в данном случае?

Симплекс-метод решения задач линейного программирования

1. Решите задачи линейного программирования симплекс-методом:

а) $z = 2x_1 - 6x_2 \rightarrow \max$, б) $z = 2x_1 - x_2 \rightarrow \min$,

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 4, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 2, \\ x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

в) $z = 2x_1 - x_2 \rightarrow \min$,

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 4, \\ 2x_1 - x_2 \geq 2, \\ -x_1 - 2x_2 \geq -10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

г) $z = x_1 + x_2 \rightarrow \max$,

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 4 \leq 0, \\ 3x_1 - x_2 \geq 20, \\ x_1 + x_2 - 4 \geq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Построение двойственных задач

1. Для изготовления четырех видов продукции А, Б, В, Г используют три вида ресурсов I, II, III. Другие условия задачи представлены в таблице:

Ресурсы	Запас ресурсов, ед.	Нормы расхода сырья на единицу продукции, ед.			
		А	Б	В	Г
I	3400	2	1	0,5	4
II	1200	1	5	3	0
III	3000	3	0	6	1

Прибыль от единицы продукции, ден. ед.	7,5	3	6	12
--	-----	---	---	----

Определите план выпуска продукции, при котором прибыль от ее реализации наибольшая. Составьте и решите двойственную задачу. Поясните экономический смысл ее решения.

Целочисленное программирование

1. Решите задачу целочисленного программирования:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \leq 7, \\ x_1 + 3x_2 \leq 7, \\ x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z} (j = 1,2), \end{cases}$$

$$z = -x_1 - 2x_2 \rightarrow \min .$$

2. На приобретение нового оборудования для проведения параллельных вычислений выделено 20000 у.е. Оборудование должно быть размещено на площадь 72 м². Вычислительная лаборатория может заказать оборудование двух видов: более мощные компьютеры типа А стоимостью 5000 у.е., требующие для установки 3 м² площади (с учетом проходов) и выполняющие 800 млн. операций в секунду, и менее мощные компьютеры типа Б стоимостью 2000 у.е., занимающие площадь 6 м² и выполняющие 200 млн. операций в секунду. Можно заказать не более трех компьютеров типа А. Найдите оптимальный вариант приобретения компьютеров, обеспечивающий максимальную производительность вычислений.

Дробно-линейное программирование.

1. Решите задачу дробно-линейного программирования непосредственно и с помощью системы компьютерной математики или MSExcel:

$$z = \frac{3x_1 + x_2}{x_1 + x_2} \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 5, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 7, \\ 3x_1 - x_2 \leq 11, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

2. Обувное предприятие «Смоленский башмачник» изготавливает босоножки «Сороконожка», туфли «Золушка» и сапоги «Миледи». При этом используется 3 вида материала. Данные о производстве представлены в таблице:

Материал	Затраты материала на одну партию обуви (усл.ед.)			Запасы (усл.ед.)
	«Сороконожка»	«Золушка»	«Миледи»	
Кожа	0,5	1	3	200
Ткань	0,1	1	2	130
Полиуретан	0,15	0,25	0,3	50

Величина производственных фондов, используемых для одной партии босоножек, туфель и сапог равны 500, 750, 1200 ден. ед. соответственно. Прибыль от реализации одной партии обуви равна 2200, 4000, 6500 ден. ед. Найдите план выпуска обуви, обеспечивающий максимальную рентабельность производства, если туфель «Золушка» необходимо произвести не менее 10 партий, а сапог «Миледи» – не менее 50 партий.

Транспортная задача. Метод потенциалов.

1. Составьте математические модели транспортных задач и решите их методом потенциалов:

а)

b_j	11	7	8	4
a_i				
9	2	5	8	1
16	8	3	9	2
5	7	4	6	3

б)

b_j	100	200	200	300
a_i				
100	1	3	4	1
200	5	2	2	7
400	4	4	3	6
200	7	2	5	3

Многокритериальные модели

1. Найдите компромиссное решение задачи

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 20, \\ 4x_1 + x_2 \geq 8, \\ x_1 \leq 3, \\ x_2 \leq 3, \\ x_1, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$z_1 = 2x_1 + 4x_2 \rightarrow \max,$$

$$z_2 = x_1 + x_2 \rightarrow \min,$$

считая второй критерий наиболее предпочтительным. Его отклонение от минимального значения 20%.

2. Решите задачу

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 8, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ x_1 + x_2 \geq 2, \\ x_1, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$z_1 = 4x_1 + 2x_2 \rightarrow \max,$$

$$z_2 = x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$$

методом равных и наименьших отклонений.

3. Имеются ноутбуки модели А и Б фирмы IBM и ноутбуки В и Г фирмы Toshiba. Производительность моделей А и Б составляет 100 единиц, а моделей В и Г – 80 единиц. Стоимость ноутбуков А, Б, В и Г равна 2500, 1500, 1200 и 1000 у.е. Найдите модель ноутбука максимальной производительности и минимальной стоимости, считая, что оба критерия являются независимыми.

Модели Марковица

1. По открытым данным сформируйте набор активов и значения их стоимостей за последние 3 месяца. Постройте одну из моделей Марковица оптимального портфельных бумаг, используя в качестве критерия оптимизации доходность портфеля.

2. По данным задачи аудиторной работы постройте одну из моделей Марковица оптимального портфельных бумаг, используя в качестве критерия оптимизации риск портфеля.

7 семестр

Статистические игры. Принятие решений в условиях неопределенности и риска

1. Продавец сувениров должен принять решение, какой объем партии сувениров ему необходимо закупить у оптового поставщика в январе, чтобы продавать их в августе. Он знает, что объемы продаж в августе очень сильно зависят от погоды. Оптовый поставщик поставляет сувениры по цене 20 ден. ед. за одну шт. и только тремя партиями: 300 шт., 850 шт. и 1500 шт. Продавец сувениров продает сувениры по цене 60 ден. ед. за одну шт. Продавец сувениров предполагает, что если в августе будет холодно, то объем продаж сувениров составит 300 шт., если прохладно — то 900 шт., если тепло — то 1200 шт. и если жарко — то 1500 шт.
 - 1) Составьте платежную матрицу продавца сувениров, отражающую сто прибыли и убытки от продажи сувениров.
 - 2) Составьте матрицу рисков.
2. В городе планируется строительство кинотеатра. Имеются проекты на 250, 400, 500 и 600 мест. Затраты на содержание кинотеатра составляют 20000 руб. в день и дополнительно 2000 руб. за каждые сто мест (свыше 300). В день можно дать 6 сеансов, стоимость билета составляет в среднем 80 руб. По оценкам экспертов количество посетителей в день может составить 2000, 2500 или 3000 человек.
 - 1) Определите состояния природы, возможные альтернативы ЛПР.
 - 2) Составьте платежную матрицу, матрицу рисков.
 - 3) Определите наилучшее решение, применяя различные критерии. Решите задачу с использованием средств MS Excel.
3. Продавец газет покупает у поставщика газеты сегодня, чтобы продать их завтра. Он закупает газеты по 30 ден. ед. за пачку, а продает по 50 ден. ед. Ему необходимо принять решение о том, сколько пачек газет ему следует закупить у поставщика сегодня, чтобы продать их завтра. Объем продаж газет зависит от спроса на них, который продавец оценивает как отсутствие спроса, низкий спрос, средний спрос и высокий спрос. При отсутствии спроса на газеты он не продаст ни одной пачки, при низком спросе он продаст 1 пачку газет, при среднем — 2 пачки, при высоком — 3 пачки газет.
 - 1) Составьте платежную матрицу продавца газет, отражающую его прибыль и убытки от продажи газет.
 - 2) Составьте матрицу рисков.
 - 3) Каким будет оптимальное решение продавца газет, т. е. сколько пачек газет (1,2 или 3) ему следует закупить у поставщика, если спрос на газеты на завтра ему неизвестен и он использует для принятия решения: а) критерий Лапласа, б) максиминный критерий Вальда, в) максимаксный критерий, г) критерий минимаксного риска Сэвиджа?
 - 4) Каким будет оптимальное решение продавца газет при известных вероятностях спроса на газеты на завтра: отсутствие спроса 0,1, низкий спрос 0,3, средний, спрос 0,4 и высокий спрос 0,2, если продавец использует критерий минимального ожидаемого риска?
 - 5) Постройте дерево решений и определите оптимальное решение методом сворачивания дерева.

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

Текущая аттестация включает две контрольные работы.

Контрольная работа № 1 (6 семестр, типовой вариант)

Данные к задаче прилагаются отдельным файлом.

Модель без дефицита. При заводе функционирует собственный магазин для реализации холодильников. Известно, что месячный спрос на них примерно в x_1 раза ниже темпов производства. Также известно, что ежемесячные издержки на хранение одного холодильника на складе составляют x_2 % от его цены.

От вас требуется определить наиболее экономичный объем партии производства холодильников для собственного магазина и составить план запуска производственных циклов на ближайшие x_3 лет (количество циклов и временной интервал между циклами), считая дефицит товара на складе недопустимым.

Модель с дефицитом. Тариф аренды склада состоит из фиксированного платежа и платы в размере x_4 % от цены размещенного на складе холодильника. Имеется прогноз по ежемесячным потерям прибыли от дефицита за единицу товара в месяц.

Вам нужно найти объем отправляемой партии холодильников и частоту отправки таких партий на ближайшие x_5 лет так, чтобы издержки функционирования нового магазина были минимальны.

Стохастическая модель. Спрос является случайным с нормальным законом распределения с известными ожиданием и дисперсией.

Требуется определить объем партии холодильников для отправки в другой регион, чтобы издержки от её реализации были наименьшими. Данные по издержкам хранения и потерь от отсутствия товара также известны.

Критерии оценивания контрольной работы №1

1. Нормы оценивания: корректно построена модель с производством – 2 балла, корректно построена модель с дефицитом – 2 балла, корректно построена стохастическая модель – 1 балл, с возможностью градации в 0,25 балла.
2. Шкала оценивания работы:

№ п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

Контрольная работа № 2 (7 семестр, типовой вариант)

Торговое предприятие планирует организовать продажу четырех видов товара (A, B, C и D), используя при этом только два вида ресурсов: рабочее время продавцов в количестве 840 ч и площадь торгового зала 180 м². При этом известны плановые нормативы затрат этих ресурсов на единицу каждого товара и прибыль от их продажи, которые приведены в таблице.

Показатели	Товар				Общее количество ресурсов
	A	B	C	D	
Расход рабочего времени на единицу товара (ч)	0,6	0,8	0,6	0,4	840
Использование площади торгового зала на единицу товара (м ²)	0,1	0,2	0,4	0,1	180
Прибыль от продажи единицы товара	5	8	7	9	

Требуется определить оптимальную структуру товарооборота, обеспечивающую торговому предприятию максимум прибыли. Проанализируйте модель на чувствительность по ресурсам и ценам. Постройте и решите двойственную задачу.

Критерии оценивания контрольной работы №2

1. Нормы оценивания: корректно построена математическая модель задачи, найдено её решение – 2 балла, корректно проведён анализ на чувствительность – 2 балла, правильно построена и решена двойственная задача – 1 балл, с возможностью градации в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

№ п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

Вопросы к экзамену (6 семестр)

1. Понятия модели. Классификация моделей. Основные этапы математического моделирования.
2. Классификация экономико-математических моделей социально-экономических систем. Основные математические методы и модели в различных направлениях экономической деятельности.
3. Формулировка задач балансового анализа. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики.
4. Линейная модель международной торговли.
5. Функции в экономике и социологии. Функции спроса и предложения. Функции Торнквиста.
6. Предельные величины в экономике.
7. Понятие об эластичности функции. Эластичность спроса и предложения.
8. Кривые Лоренца. Коэффициент Джини.
9. Производственные функции. Виды производственных функций. Предельные показатели экономики.
10. Задача оптимизации производственных издержек.
11. Функция полезности. Виды функций полезности. Кривые безразличия.
12. Задача потребительского выбора.
13. Модель естественного роста. Модель Мальтуса. Модель Ферхюльста.
14. Модель Эванса установления равновесной цены. Паутинообразная модель рынка.
15. Модель экономического цикла Самуэльсона-Хикса.
16. Основные определения и понятия, связанные с моделями управления запасами.
17. Статическая детерминированная модель без дефицита.
18. Статическая детерминированная модель управления запасами без дефицита с количественными скидками.
19. Статическая детерминированная модель с дефицитом.
20. Понятие стохастической модели управления запасами.
21. Методы определения кратчайших расстояний между пунктами транспортной сети.
22. Построение графа наименьшей длины.
23. Задачи обслуживания: задача коммивояжера.
24. Задачи обслуживания: задача инспекции дорог.
25. Задача о нахождении наибольшего потока в сети.
26. Задача о размещении регулярного пункта обслуживания.
27. Задача о размещении экстренного пункта обслуживания.

Экзамен состоит из двух частей: тест из 15 вопросов и практическая задача.

Образец тестовых вопросов

1. Для нахождения какого экономического показателя служит паутинообразная модель рынка?
2. Какая модель управления запасами называется стохастической?
 - a. Функция пополнения запасов является возрастающей линейной функцией.
 - b. Функции пополнения запасов и расхода — известные величины.
 - c. Хотя бы одна из двух величин — пополнения запасов и расхода — является случайной.
 - d. Функция пополнения запасов зависит от времени.
3. В любом неориентированном графе число вершин в нечётной степени
 - a. произвольно.
 - b. всегда нечётно.
 - c. всегда чётно.

Образец задачи

Известно, что равновесная цена на некоторый товар равна 200 руб., равновесное количество – 1000 ед. в день. В точке равновесия эластичность спроса по цене равна $-0,6$ и эластичность предложения по цене равна $0,7$. Определите функции спроса и предложения, считая их линейными.

Критерии оценивания ответа на экзамене

1. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть	Количество баллов
1	Тест	Сумма баллов / 3
2	Задача	5 баллов (*)

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

Итоговая оценка равна среднему между оценкой за тест и решение задачи.

2. Шкала оценивания:

№ п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

Вопросы для подготовки к экзамену (7 семестр)

1. Основные формы задач линейного программирования. Примеры.
2. Графический метод решения задач линейного программирования.
3. Анализ модели на чувствительность. Пример.
4. Алгоритм симплекс-метода решения задач линейного программирования.
5. Понятие двойственных задач. Алгоритм построения двойственных задач.
6. Задача целочисленного программирования. Алгоритм метода ветвей и границ.
7. Дробно-линейные модели. Алгоритм сведения дробно-линейной модели к задаче линейного программирования. Некоторые дробно-линейные модели в экономике.
8. Транспортная задача. Основные понятия. Алгоритм отыскания опорного плана методом минимальной стоимости.
9. Транспортная задача. Алгоритм метода потенциалов.
10. Понятие многокритериальной задачи. Метод последовательных уступок.
11. Применение методов линейного программирования для решения задач маршрутизации перевозки грузов.
12. Общая постановка задач нелинейного программирования. Метод множителей Лагранжа.
13. Задачи выпуклого программирования. Теорема Куна–Таккера.
14. Модель Марковица инвестиционного портфеля.
15. Общая постановка задач динамического программирования. Моделирование многошаговых процессов. Принцип оптимальности Р. Беллмана.

16. Решение задачи о нахождении кратчайших путей методом динамического программирования.
17. Модель динамического программирования, связанная с распределением средств между предприятиями.
18. Модель динамического программирования о замене оборудования (автотранспорта).
19. Понятие об игровых моделях. Платежная матрица. Нижняя и верхняя цена игры. Решение игр в смешанных стратегиях.
20. Игры с природой. Матрица рисков. Критерии принятия решений в условиях неопределенности.
21. Игры с природой. Матрица рисков. Критерии принятия решений в условиях риска.
22. Деревья решений. Метод обратного пересчета.
23. Пропускная способность транспортной сети. Задача о наибольшем потоке. Применение линейного программирования для решения задачи о наибольшем потоке.
24. Транспортная задача в сетевой постановке. Применение задачи о максимальном потоке к решению транспортной задачи по критерию времени.
25. Понятие критического пути. Методы отыскания критического пути в сетевом графике. Линейная диаграмма проекта.
26. Временные параметры событий и работ. Метод СРМ. Пример.
27. Сетевое планирование в условиях неопределенности. Метод PERT.
28. Анализ и оптимизация сетевого графика. Коэффициент напряженности работы.
29. Оптимизация сетевого графика методом «время-стоимость».

Экзамен состоит из двух частей: тест из 15 вопросов и практическая задача

Образец тестовых вопросов

1. Выберите подразделы математического программирования
 - a. Стохастическое программирование
 - b. Функциональное программирование
 - c. Динамическое программирование
 - d. Циклическое программирование
 - e. Целочисленное программирование
 - f. Нелинейное программирование
 - g. Объектно-ориентированное программирование
 - h. Линейное программирование
2. Задача линейного программирования может иметь ровно два оптимальных плана.
 - a. Верно.
 - b. Неверно.

Образец задачи

Молочный комбинат может выпускать два сорта творожной массы, используя три вида сырья – творог, наполнители (масло, сливки, сахар, ванилин) и специальные добавки (сухофрукты). Затраты творога на 1 кг массы первого вида составляют 0,15 кг, а второго вида – 0,75 кг. Затраты наполнителей на 1 кг массы первого вида составляют 0,5 кг, а второго вида – 0,25 кг. Затраты добавок на 1 кг массы первого вида составляют 0,35 кг, а при производстве второго вида творожной массы не используются. Запасы творога составляют 525 кг, наполнителей – 400 кг, добавок – 210 кг. Цена одного килограмма первого вида творожной массы составляет 50 д.е., второго вида – 75 д.е. Найдите план производства, при котором доход от продажи творожной массы наибольший. Определите величину дохода.

Критерии оценивания ответа на экзамене

1. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть	Количество баллов
1	Тест	Сумма баллов / 3

2	Задача	5 баллов
---	--------	----------

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

Итоговая оценка равна среднему между оценкой за тест и решение задачи.

2. Шкала оценивания работы:

№ п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

7.1. Основная литература

1. Королев, А. В. Экономико-математические методы и моделирование : учебник и практикум для вузов / А. В. Королев. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 280 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00883-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/470088>.
2. Гармаш, А. Н. Экономико-математические методы и прикладные модели : учебник для бакалавриата и магистратуры / А. Н. Гармаш, И. В. Орлова, В. В. Федосеев ; под редакцией В. В. Федосеева. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 328 с. — (Бакалавр и магистр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3698-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/406453>.
3. Попов, А. М. Экономико-математические методы и модели : учебник для вузов / А. М. Попов, В. Н. Сотников ; под общей редакцией А. М. Попова. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 345 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14867-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/484234>.
4. Рубчинский, А. А. Методы и модели принятия управленческих решений : учебник и практикум для вузов / А. А. Рубчинский. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 526 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03619-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/469183>.
5. Челноков, А. Ю. Теория игр : учебник и практикум для вузов / А. Ю. Челноков. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 223 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00233-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/469214>.
6. Красс, М. С. Математика в экономике: математические методы и модели : учебник для бакалавров / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов ; ответственный редактор М. С. Красс. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 541 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-3138-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/426162>.
7. Исследование операций в экономике : учебник для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 414 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12800-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/468404>.

7.2. Дополнительная литература

1. Бродецкий Г.Л., Гусев Д.А. Экономико-математические методы и модели в логистике: процедуры оптимизации. – Москва: Издательский центр «Академия», 2014.
2. Тихомирова А.Н., Сидоренко Е.В.. Математические модели и методы в логистике: Учебное пособие. М.: НИЯУ МИФИ, 2010. – 320с.

3. Орлова, И. В. Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование : учебное пособие / И. В. Орлова, В. А. Половников. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Вузовский учебник : Инфра-М, 2019. - 389 с.

7.3.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Национальный открытый университет «Интуит». URL: <http://www.intuit.ru>
2. Система дистанционного обучения СмолГУ <https://cdo.smolgu.ru>
3. Национальная платформа открытого образования <https://openedu.ru>

8. Материально-техническое обеспечение

Для проведения занятий лекционного типа имеется аудитория с проектором и ноутбуком (нестационарными) – ауд. 409, для проведения занятий семинарского типа – ауд. 226, оборудованная ПК и выходом в Интернет, проектором и интерактивной доской; для самостоятельной работы – ауд. 235, оснащённая ПК с выходом в Интернет.

9. Программное обеспечение

PTCMathcad 15.0 (Лицензия 449732)

Система дистанционного обучения СмолГУ. URL: <http://www.cdo.smolgu.ru>. (СДО Русский Moodle 3KLNorm с техническим обслуживанием, Акт на передачу прав №УТДЮ0001785 от 06.12.2016)

Microsoft Open License, лицензия 49463448 в составе:

1. Microsoft Windows Professional 7 Russian.
2. Microsoft Office 2010 Russian.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0
Владелец: Артеменков Михаил Николаевич
Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022