

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Смоленский государственный университет»

Кафедра математического анализа

«Утверждаю»  
Проректор по учебно-методической работе

\_\_\_\_\_ Ю.А. Устименко

«09» сентября 2021 г.

### **Рабочая программа дисциплины**

### **Б1.О.10 Математический анализ**

Направление подготовки: **11.03.01 Радиотехника**

Направленность (профиль): **Радиоэлектронные системы и комплексы**

Форма обучения: очная

Курс – 1

Семестр – 1, 2

Всего зачетных единиц – 8, часов – 288

Форма отчетности: экзамен – 1,2 семестр

Программу разработал: доктор физико-математических наук, профессор К.М. Расулов

Одобрена на заседании кафедры

«02» сентября 2021 г., протокол № 1

Смоленск  
2021

## 1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Математический анализ» входит в обязательную часть учебного плана бакалавриата по направлению подготовки 11.03.01 Радиотехника (профиль: Радиоэлектронные системы и комплексы); изучается в 1 и 2 семестрах.

Необходимыми условиями для освоения дисциплины являются знания в области основных элементарных функций, их свойств и графиков; умения выполнять алгебраические и тригонометрические преобразования, решать алгебраические и тригонометрические уравнения и неравенства; владение понятийным аппаратом и терминологией, первичными навыками и основными методами решения задач элементарной математики.

В настоящее время математические методы исследования проникают во все области человеческой деятельности. Это повышает интерес к математике со стороны смежных наук, использующих различный объем математических знаний. Кроме того, развитие информационных технологий и систем компьютерной математики, которые применяются для решения многих математических задач, требует алгоритмической четкости при изучении математических дисциплин. Поэтому курс математического анализа занимает важное место в образовательной программе направления подготовки «Радиотехника».

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания дисциплин школьного курса математики и служит основой для освоения таких дисциплин, как дифференциальные уравнения, теория комплексного переменного и операционное исчисление, уравнения математической физики.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы
<b>ОПК-1.</b> Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности	<b>Знать:</b> фундаментальные законы природы, основные законы и методы математики. <b>Уметь:</b> применять законы и методы математики для решения задач теоретического и прикладного характера. <b>Владеть:</b> навыками использования основных теорий и методов математики при решении практических задач.

## 3. Содержание дисциплины

**1. Введение в анализ.** Основные числовые множества. Рациональные числа и их свойства. Действительные числа. Ограниченные и неограниченные числовые множества.

**2. Предел последовательности.** Числовые последовательности и операции над ними. Свойства числовых последовательностей. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Сходящиеся последовательности и их свойства. Число  $e$ .

**3. Понятие функции одной действительной переменной. Предельное значение функции. Непрерывность.** Понятие функции одной действительной переменной. Способы задания функции. Определение и свойства предела функции в точке и на бесконечности, бесконечные пределы. Сравнение бесконечно больших и бесконечно малых функций. Определение непрерывности функции в точке. Свойства функций, непрерывных в точке. Классификация точек разрыва функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

**4. Основы дифференциального исчисления функции одной действительной переменной.** Производная, ее физический и геометрический смысл. Понятие дифференцируемости функции. Таблица производных. Правило дифференцирования сложной функции. Теорема о производной обратной функции. Дифференциал и инвариантность формы первого дифференциала. Применение дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

**5. Основные теоремы дифференциального исчисления.** Теоремы Ферма, Ролля. Формулы Лагранжа и Коши. Правило Лопиталя. Формула Тейлора.

**6. Исследование функции одной действительной переменной и построение её графика. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции.** Монотонность функции. Отыскание точек экстремума. Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции. Асимптоты графика функции. Примерная схема исследования функции и построение ее графика. Нахождение наибольших и наименьших значений функции.

**7. Неопределённый интеграл.** Понятие первообразной функции и неопределённого интеграла. Свойства неопределённого интеграла. Таблица интегралов. Основные методы интегрирования.

**8. Интегрирование в элементарных функциях.** Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование некоторых иррациональных и трансцендентных выражений.

**9. Определённый интеграл.** Интегральные суммы. Интегрируемость. Верхние и нижние суммы Дарбу. Необходимое и достаточное условие интегрируемости. Некоторые классы интегрируемых функций. Основные свойства определённого интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.

**10. Геометрические и физические приложения определённого интеграла.** Площадь плоской фигуры. Длина дуги кривой. Объёмы тел и площади поверхности. Работа. Перемещение. Центр тяжести.

**11. Несобственные интегралы.** Несобственные интегралы первого и второго рода, их свойства, методы вычисления.

#### 4. Тематический план

№ п/п	Темы	Всего часов	Формы занятий		
			Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа
1 семестр					
1.	Действительные числа и их свойства	9	2	2	5
2.	Числовые последовательности. Предел числовой последовательности	14	4	4	6
3.	Функции одной действительной переменной	14	4	4	6
4.	Предел функции одной переменной	14	4	4	6
5.	Непрерывность функции в точке и на множестве	14	4	4	6
6.	Дифференцируемость функции одной переменной	16	4	4	8
7.	Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя	16	4	4	8
8.	Приложения дифференциального исчисления функции одной переменной	20	6	6	8
Экзамен		27	–	–	27
Всего за семестр		144	32	32	80

№ п/п	Темы	Всего часов	Формы занятий		
			Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа
<b>2 семестр</b>					
1.	Первообразная и неопределённый интеграл	34	10	10	14
2.	Определённый интеграл	30	8	8	14
3.	Геометрические и физические приложения определённого интеграла	34	10	10	14
4.	Несобственные интегралы	19	4	4	11
Экзамен		27	–	–	27
Всего за семестр		144	32	32	80
<b>ИТОГО</b>		<b>288</b>	<b>64</b>	<b>64</b>	<b>160</b>

## 5. Виды образовательной деятельности

### Занятия лекционного типа

#### 1 семестр

**Лекция 1. Действительные числа и их свойства:** понятие числового множества, рациональные числа и их свойства, действительные числа, модуль действительного числа, ограниченные и неограниченные числовые множества, точные грани.

**Лекция 2-3. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности:** понятие последовательности, арифметические операции над последовательностями, понятия о пределе последовательности, теоремы пределах, бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, достаточные признаки существования предела, число  $e$ .

**Лекция 4-5. Функции одной действительной переменной:** понятие функции одной действительной переменной, способы задания функций, основные классы функций, понятие сложной функции, понятие обратной функции, свойства функций.

**Лекция 6-7. Предел функции одной действительной переменной:** определение предела функции в точке по Коши и по Гейне, предел функции на бесконечности, бесконечные пределы, теоремы о свойствах предела, бесконечно малые и бесконечно большие функции и их сравнение, замечательные пределы функции.

**Лекции 8-9. Непрерывные функции:** определение непрерывности, точки разрыва, свойства функций непрерывных в точке и на отрезке.

**Лекция 10-11. Основы дифференциального исчисления функции одной переменной:** производная, дифференцируемость функции, таблица производных и правила дифференцирования, дифференциал и его применения, производные и дифференциалы высших порядков.

**Лекция 12-13. Основные теоремы дифференциального исчисления:** теоремы Ферма, Ролля, формулы Лагранжа и Коши, правило Лопиталю раскрытия неопределенностей, формула Тейлора.

**Лекция 14-16. Применение производной функции одной переменной:** исследование функций с помощью производной на монотонность, экстремум, направление выпуклости, точки перегиба графика функции, общая схема исследования и построения графиков, нахождение наибольшего и наименьшего значений функций.

#### 2 семестр

**Лекция 1-5. Первообразная и неопределённый интеграл:** понятие первообразной функции и неопределённого интеграла, свойства неопределённого интеграла, таблица

интегралов, основные методы интегрирования, интегрирование рациональных дробей, интегрирование некоторых иррациональных и трансцендентных выражений.

**Лекция 6-9. Определённый интеграл:** интегральные суммы, интегрируемость, верхние и нижние суммы Дарбу, необходимое и достаточное условие интегрируемости, некоторые классы интегрируемых функций, основные свойства определённого интеграла, формула Ньютона-Лейбница, замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.

**Лекция 10-14. Геометрические и физические приложения определённого интеграла:** площадь плоской фигуры, объёмы тел, длина дуги кривой, центр тяжести, работа, перемещение, статические моменты.

**Лекция 15-16. Несобственные интегралы:** несобственные интегралы первого и второго рода, методы их вычисления.

### **Занятия семинарского типа (практические занятия) 1 семестр**

#### **Практическое занятие 1. Понятие действительного числа.**

*Контрольные вопросы:* определение рационального числа, иррационального числа, свойства множества  $Q$  рациональных чисел и множества  $R$  действительных чисел, модуль действительного числа, определение ограниченного снизу (сверху) множества, неограниченного множества, определение точной нижней (верхней) грани и их характеристические свойства.

*Задания для аудиторной работы:* раздел 1 № 1 (а,б), 5, 7, 8, 12, 23-43 (нечётные), 20 [6].

*Задания для самостоятельной работы:* раздел 1 №1 (в,г), 6, 9, 11, 23-43 (чётные), 21 [6].

#### **Практическое занятие 2. Понятие числовой последовательности.**

*Контрольные вопросы:* определение числовой последовательности, способы задания последовательностей, классы последовательностей (монотонные, ограниченные);

*Задания для аудиторной работы:* раздел 1 № 303 (на выбор), 304 (на выбор), 305 (б, г) [6];

исследовать следующие последовательности на ограниченность и монотонность:

$$а) x_n = \frac{n^2 + 5}{n^2 + 1}; \quad б) x_n = \frac{\cos \pi n}{n + 1}.$$

*Задания для самостоятельной работы:* [6] раздел 1 № 303, 304, 305 (а, б).

#### **Практическое занятие 3. Вычисление пределов последовательностей.**

*Контрольные вопросы:* теоремы об арифметических операциях над последовательностями и их пределами, применение этих теорем при раскрытии различных видов неопределенностей.

*Задания для аудиторной работы:* 245-259 (нечетные), 266 [6].

*Задания для самостоятельной работы:* раздел 1 № 355 [6].

#### **Практические занятия 4-5. Функции одной действительной переменной и их свойства.**

*Контрольные вопросы:* понятие числовой функции, область определения и множество значений функции одной переменной, понятие сложной и обратной функции, основные классы функций (монотонные, четные и нечетные, ограниченные и неограниченные, периодические).

*Задания для аудиторной работы:* раздел 1 № 44, 52, 54, 62, 104, 108, 120, 130, 157, 170, 179, 181, 198, 210, 211 [6].

*Задания для самостоятельной работы:* раздел 1 № 45, 51, 55, 105, 109, 121, 131, 180, 182, 198, 210, 211 [6].

## **Практическое занятие 6. Понятие предела функции одной действительной переменной.**

*Контрольные вопросы:* определение предела функции в точке (по Коши, по Гейне, на языке окрестностей), геометрический смысл предела функции, основные свойства предела, предел функции на бесконечности и бесконечные пределы, односторонние пределы, теоремы об арифметических операциях над функциями и их пределами.

*Задания для аудиторной работы:* раздел 1 № 374-380 (четные), 384-400 (нечетные) [6].

*Задания для самостоятельной работы:* раздел 1 № 374-380 (четные), 384-400 (нечетные) [6].

## **Практическое занятие 7. Вычисление пределов функций одной переменной.**

*Контрольные вопросы:* способы раскрытия различных видов неопределенностей, замена переменной при вычислении пределов функций, замечательные пределы, сравнение бесконечно малых функций, эквивалентные бесконечно малые и их использование в практике вычисления пределов.

*Задания для аудиторной работы:* раздел 1 № 402, 403, 408-418 (нечетные), 422-442 (нечетные), 453-462 (четные), 475 (а, в, з) [6].

*Задания для самостоятельной работы:* раздел 1 № 408-442 (четные), 453-462 (нечетные) [6].

## **Практическое занятие 8. Понятие непрерывности функции одной переменной.**

*Контрольные вопросы:* различные определения понятия непрерывности функции в точке, определение непрерывности функции на отрезке, арифметические операции над непрерывными функциями, непрерывность основных элементарных функций, точки разрыва и их классификация.

*Задания для аудиторной работы:* раздел 1 № 485-504 (нечетные), 505, 507, 511, 515, 518 (а,б), 521 [6].

*Задания для самостоятельной работы:* раздел 1 № 485-504 (четные), 506, 510, 512, 514, 518 (б,г), 522 [6].

## **Практическое занятие 9. Свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке.**

*Контрольные вопросы:* формулировки основных теорем о свойствах функций, непрерывных на отрезке (ограниченность, теорема о нуле непрерывной функции, о промежуточных значениях и теорема Вейерштрасса о наименьшем и наибольшем значении), применение этих теорем (обоснование метода интегралов, приближенное решение уравнений).

*Задания для аудиторной работы:* раздел 1 № 546 (на выбор), 547, 551 (а, б), 552, 553, 559 [6].

*Задания для самостоятельной работы:* раздел 1 № 546, 548, 550, 551 (б, г), 559 [6].

## **Практическое занятие 10. Понятие производной функции одной переменной.**

*Контрольные вопросы:* определение производной функции, алгоритм её вычисления, геометрический и механический смысл, непрерывность функции, имеющей производную, таблица производных, правила вычисления производных.

*Задания для аудиторной работы:* раздел 2 № 16 (на выбор), 17, 19, 89 [6].

*Задания для самостоятельной работы:* раздел 2 № 16 (на выбор), 18, 20, 87 [6].

## **Практическое занятие 11. Вычисление производных. Дифференцируемость функции одной переменной.**

*Контрольные вопросы:* теорема о производной сложной функции и её применение, понятие дифференцируемости функции одной переменной, необходимое и достаточное условие дифференцируемости, приём логарифмического дифференцирования.

*Задания для аудиторной работы:* раздел 2 № 23-73 (на выбор), 75, 81, 93 (а, б, с), 97 [6].

*Задания для самостоятельной работы:* раздел 2 № 23-73 (на выбор), 74, 82, 93 (б, г), 94 [6].

### **Практические занятия 12-13. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталья.**

*Контрольные вопросы:* формулировки теорем Ферма, Роля, Лагранжа, Коши, правила раскрытия неопределенностей различного вида с применением правила Лопиталья.

*Задания для аудиторной работы:* № 212 (в), 215, 217 (в), 245-255 (нечетные), 275, 277, 281, 294 [6].

*Задания для самостоятельной работы:* № 212 (а), 217 (а, б), 245-255 (четные), 274, 282 [6].

### **Практическое занятия 14. Условие монотонности функции одной действительной переменной на промежутке. Экстремумы функции одной действительной переменной.**

*Контрольные вопросы:* достаточное условие постоянства функции, теорема о достаточном условии монотонности функции, дифференцируемой на промежутке, определение точки максимума (минимума), достаточные условия экстремума функции по первой и второй производной.

*Задания для аудиторной работы:* раздел 2 № 230 (б), 231, 235, 237, 243 (а, б, с) [14]; № 1157-1159 [4], № 300-315 (нечётные) [6].

*Задания для самостоятельной работы:* раздел 2 №230 (а, д), 232, 234, 236, 242 (а, б) [14]; №1156, 1158 [4], № 300-315 (чётные) [6].

### **Практическое занятие 15. Исследование функции одной переменной на направление выпуклости и точки перегиба графика функции. Асимптоты.**

*Контрольные вопросы:* понятие выпуклой вниз (вверх) на промежутке функции, точки перегиба, достаточное условие выпуклости функции, алгоритм исследования функции на выпуклость и точки перегиба, виды асимптот графика функции.

*Задания для аудиторной работы:* раздел 2 № 395, 397, 399 (б, д), 413 (а, в, г) [14]; №1289, 1299 [6].

*Задания для самостоятельной работы:* раздел 2 № 396, 398, 399 (а, г), 414 (а, в) [14]; №1287, 1291 [6].

### **Практическое занятие 16. Полное исследование функций и построение их графиков.**

*Задания для аудиторной работы:* раздел 2 № 415 (а, д), 416 (е), 418 (ж), 419 (а) [6].

*Задания для самостоятельной работы:* раздел 2 № 415 (б, е), 418 (а, д), 419 (б) [6].

## **2 семестр**

### **Практическое занятие 1. Понятие первообразной и неопределённого интеграла.**

*Контрольные вопросы:* определение первообразной функции на промежутке, понятие неопределённого интеграла и его основные свойства, таблица неопределённых интегралов и её применение для непосредственного интегрирования.

*Задания для аудиторной работы:* раздел 3 № 1-26 (нечетные) [14]; № 1676-1702 (нечетные) [6].

*Задания для самостоятельной работы:* раздел 3 № 1-26 (четные) [14]; № 1676-1702 (четные) [6].

### **Практическое занятие 2. Замена переменной в неопределённом интеграле.**

*Контрольные вопросы:* формулировка теоремы о замене переменной в неопределённом интеграле.

*Задания для аудиторной работы:* раздел 3 № 35-75 (нечетные) [6].

*Задания для самостоятельной работы:* раздел 3 № 35-75 (четные) [6].

### **Практическое занятия 3. Интегрирование по частям. Применение двух методов интегрирования.**

*Контрольные вопросы:* теорема об интегрировании по частям в неопределённом интеграле.

*Задания для аудиторной работы:* раздел 3 № 94-120 (нечетные), 123 [6].

*Задания для самостоятельной работы:* раздел 3 № 94-120 (четные), 122 [6].

### **Практическое занятие 4. Интегрирование рациональных дробей.**

*Контрольные вопросы:* понятие простейших дробей, представление правильной дроби общего вида в виде суммы простейших дробей, алгоритм вычисления интеграла от дроби общего вида.

*Задания для аудиторной работы:* раздел 3 № 127 (а)-131 (а) [6]; № 2013, 2015, 2025, 2038, 2041, 2049 [7].

*Задания для самостоятельной работы:* раздел 3 № 127 (б)-131 (б) [6]; № 2012, 2014, 2027, 2036, 2048 [7].

### **Практическое занятие 5. Интегрирование тригонометрических и некоторых иррациональных функций.**

*Контрольные вопросы:* формулы универсальной тригонометрической подстановки, приёмы интегрирования иррациональностей.

*Задания для аудиторной работы:* раздел 3 № 152-174 (нечетные), 139, 141 [6].

*Задания для самостоятельной работы:* раздел 3 № 152-174 (четные), 140, 142 [6].

### **Практическое занятие 6. Понятие определённого интеграла, его основные свойства. Вычисление определённого интеграла с помощью первообразных. Формула Ньютона-Лейбница.**

*Контрольные вопросы:* понятие определённого интеграла, суммы Дарбу, условия существования и основные свойства определённого интеграла, непосредственное интегрирование с помощью формулы Ньютона-Лейбница.

*Задания для аудиторной работы:* раздел 3 № 210 (д), 213 (а, в, д), 214 (е), 216 (а, в, д), 233, 227 (б), № 249 (а, в, ж, и), 251 (а), 252 [6].

*Задания для самостоятельной работы:* раздел 3 № 211 (а), 213 (б, г, е), 216 (б, г), 232, 249 (б, г, е), 250 [6].

### **Практическое занятие 7. Замена переменной в определённом интеграле.**

*Контрольные вопросы:* формула замены переменной в определённом интеграле, её особенности по сравнению с заменой переменной в неопределённом интеграле.

*Задания для аудиторной работы:* раздел 3 № 253 (на выбор), 254, 259 (б, г), 260 (б) [6].

*Задания для самостоятельной работы:* раздел 3 № 253 (на выбор), 259 (а, в), 260 (а) [6].

### **Практическое занятие 8. Интегрирование по частям в определённом интеграле.**

*Контрольные вопросы:* формула интегрирования по частям, стандартные ситуации интегрирования.

*Задания для аудиторной работы:* раздел 3 № 266 (на выбор) [6].

*Задания для самостоятельной работы:* раздел 3 № 266 (на выбор) [6].

### **Практическое занятие 9. Различные задачи на вычисление определённых интегралов.**

*Задания для аудиторной работы:* № 2231, 2239, 2251, 2259, 2261, 2301, 2303, 2307 [7].

*Задания для самостоятельной работы:* № 2232, 2236, 2252, 2260, 2262, 2304, 2308 [7].



### **Практические занятия 10-11. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых и полярных координатах.**

*Контрольные вопросы:* понятие квадратуемой фигуры, теорема о квадратуемости криволинейной трапеции и её применение, полярная система координат, формулы связи между полярными и декартовыми координатами на плоскости, формула площади для вычисления криволинейного сектора.

*Задания для аудиторной работы:* раздел 3 № 299, 301, 305, 321, 325, 329, 331, 336, 347, 349 [6].

*Задания для самостоятельной работы:* раздел 3 № 300, 302, 306, 322, 332, 333, 348, 350 [6].

### **Практические занятия 12-13. Вычисление объёмов тел и длины дуги плоской кривой.**

*Контрольные вопросы:* формула объёма тела с заданным поперечным сечением, формула для вычисления объёма тел вращения, вычисление длины дуги плоской кривой.

*Задания для аудиторной работы:* раздел 3 № 351, 354 (б, в), 361, 365, 374, 387, 391, 397, 404, 409 [6].

*Задания для самостоятельной работы:* раздел 3 № 388, 389, 390, 396 [6].

### **Практическое занятие 14. Физические приложения определённого интеграла.**

*Контрольные вопросы:* центр тяжести кривой и фигуры, вычисление работы переменной силы.

*Задания для аудиторной работы:* раздел 3 № 468, 469, 474, 439, 450 [6].

*Задания для самостоятельной работы:* раздел 3 № 470, 475, 443, 452 [6].

### **Практические занятия 15-16. Несобственные интегралы.**

*Контрольные вопросы:* понятие несобственных интегралов первого и второго рода, сходимость несобственных интегралов.

*Задания для аудиторной работы:* раздел 3 № 486-492 (нечётные), 495 (а, в, д), 496 (б), 499-503 (нечётные) [6].

*Задания для самостоятельной работы:* раздел 3 № 486-492 (чётные), 495 (б, г, е), 496 (в), 499-503 (чётные) [6].

### **Самостоятельная работа**

Задания для самостоятельной работы приведены в планах практических занятий.

## **6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)**

### **6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации**

Текущая аттестация осуществляется на каждом практическом занятии в процессе фронтального опроса, выполнения заданий для аудиторной работы, проверки самостоятельной работы.

Проведение текущего контроля осуществляется также посредством проведения аудиторных контрольных работ.

### **Контрольные работы по дисциплине.**

#### **1 семестр**

#### Образец контрольной работы №1

1. Докажите, что число  $\sqrt{5}$  иррациональное.
2. а) Найдите предел последовательности  $x_n = \frac{3n^2 - n + 1}{2n^3 + n + 2}$ .  
б) Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x + 3}$ .

3. Исследуйте функцию на непрерывность:  $f(x) = \begin{cases} 2^x, & \text{если } x < 0, \\ x+1, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$

Критерии оценивания контрольной работы

1. Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно реализован каждый метод решения	1 балл

(\*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	3,75-4
2	Хорошо	2,75-3,5
3	Удовлетворительно	2-2,5
4	Неудовлетворительно	менее 2

Образец контрольной работы № 2

- Найдите производную третьего порядка для функции  $y = \ln(x+1)$ .
- Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x-1)}{\operatorname{ctg} \pi x}$ .
- Из всех прямоугольников периметра  $p$  найдите тот, который имеет наибольшую площадь.
- Исследуйте функцию  $y = x + \frac{1}{x}$  и постройте ее график.

Критерии оценивания контрольной работы

1. Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно реализован каждый метод решения (последняя задача – 2 балла)	1 балл

(\*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

**2 семестр**

Образец контрольной работы № 1

- Найдите первообразную функции  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ , если ее график проходит через точку  $A(1, 2\pi)$ .
- Вычислите неопределённые интегралы:  
а)  $\int \frac{dx}{(5-3x)^3}$ ; б)  $\int \frac{dx}{\sqrt{5-4x-x^2}}$ ; в)  $\int \frac{dx}{3+5 \cos x}$ ; г)  $\int \frac{xdx}{(x+1)(2x-1)(x^2-1)}$ .

Критерии оценивания контрольной работы

1. Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно реализован каждый метод решения	1 балл

(\*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

Образец контрольной работы № 2

1. Вычислите объём тела, получаемого при вращении вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной графиками функций  $y = x^2$  и  $y = \sqrt{x}$ .
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией  $\rho = \sin 2\varphi$ ;
3. Вычислить работу, которую надо затратить, чтобы растянуть пружину на 6 см, если сила 1 Н растягивает её на 1 см.
4. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}$ .

Критерии оценивания контрольной работы

1. Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно реализован каждый метод решения	1 балл

(\*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	3,75-4
2	Хорошо	2,75-3,5
3	Удовлетворительно	2-2,5
4	Неудовлетворительно	менее 2

**6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации**

Промежуточная аттестация осуществляется посредством проведения экзамена в 1 и 2 семестрах.

**Вопросы для подготовки к экзамену и образцы экзаменационных заданий.**

**1 семестр**

Вопросы к экзамену

1. Множество рациональных чисел и их основные свойства.
2. Действительные числа и их основные свойства.
3. Ограниченные и неограниченные множества. Грани и точные грани множеств.
4. Модуль действительного числа и его свойства.
5. Понятие числовой последовательности. Ограниченные и неограниченные числовые последовательности. Монотонные последовательности. Примеры.
6. Бесконечно малые последовательности и их свойства.
7. Бесконечно большие последовательности. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими последовательностями.
8. Понятие предела последовательности.
9. Признаки предела последовательности.
10. Свойства сходящихся последовательностей.
11. Замечательный предел. Число  $e$ .
12. Понятие подпоследовательности. Предел последовательности и подпоследовательности.

13. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
  14. Понятие функции одной переменной. Способы задания функции.
  15. Ограниченные и неограниченные функции. Монотонные функции.
  16. Понятие сложной и обратной функции.
  17. Предел функции в точке. Эквивалентность определений предела функции по Коши и по Гейне.
  18. Свойства предела функции в точке.
  19. Предел функции на бесконечности.
  20. Первый замечательный предел.
  21. Бесконечно малые функции. Признак предела функции. Сравнение бесконечно малых.
  22. Второй замечательный предел.
  23. Непрерывность функции в точке.
  24. Свойства функций, непрерывных в точке.
  25. Односторонние пределы функции в точке. Примеры.
  26. Точки разрыва функции и их классификация.
  27. Существование и непрерывность обратной функции.
  28. Первая и вторая теоремы Больцано-Коши.
  29. Первая теорема Вейерштрасса.
  30. Вторая теорема Вейерштрасса.
  31. Понятие производной функции. Связь между существованием производной и непрерывностью.
  32. Правила вычисления производных.
  33. Производная сложной функции. Примеры.
  34. Логарифмическая производная.
  35. Производная обратной функции. Примеры.
  36. Понятие дифференцируемости функции.
  37. Понятие дифференциала и его применение в приближенных вычислениях.
- Инвариантность формы первого дифференциала.
38. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.
  39. Теорема Ферма.
  40. Теорема Ролля.
  41. Теорема Лагранжа.
  42. Теорема Коши.
  43. Правила Лопиталья. Примеры.
  44. Формула Тейлора для функции одной переменной.
  45. Признак постоянства функции.
  46. Исследование функции на монотонность.
  47. Исследование функции на экстремум.
  48. Алгоритм отыскания наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.
- Пример.
49. Направление выпуклости графика функции. Достаточное условие выпуклости графика функции.
  50. Точки перегиба графика функции. Достаточные условия точек перегиба.
  51. Асимптоты графика функции.

Образец экзаменационного задания

1. Производные основных элементарных и гиперболических функций.
2. Предел числовой последовательности (определение). Свойства предела числовой последовательности (с доказательством необходимого условия сходимости).
3. Найти области определения функций:

$$а) f(x) = \frac{3x-1}{2x^2-3x-1}; \quad б) f(x) = \frac{x+9}{\sqrt{8-x^3}};$$

в)  $f(x) = \lg(2x^2 - 6x)$ ; г)  $f(x) = \arcsin \frac{2-x}{7}$ .

4. Вычислить пределы:

а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 + 2n})$ ; б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4n-1}{4n+5} \right)^{n+8}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 64}{2x^2 - x - 28}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \cos 4x}{\arctg^2(\sin x)}$ .

5. Исследовать функцию на непрерывность:  $f(x) = \begin{cases} e^{1/x}, & x < 0, \\ 1 - x, & 0 \leq x \leq 1, \\ \frac{1}{1-x}, & x > 1. \end{cases}$

Критерии оценивания ответа на экзамене

1. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть билета	Количество баллов
1	Правильный ответ на вопрос	1 балл

(\*) Возможна градация в 0,25, 0,5 и 0,75 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

2 семестр

Вопросы к экзамену

1. Понятие первообразной функции и неопределённого интеграла. Свойства неопределённого интеграла.
2. Непосредственное интегрирование. Таблица неопределённых интегралов.
3. Метод замены переменной в неопределённом интеграле.
4. Метод интегрирования по частям в неопределённом интеграле.
5. Интегрирование рациональных дробей.
6. Интегрирование тригонометрических выражений.
7. Интегрирование дробно-линейных иррациональностей.
8. Интегрирование биномиальных дифференциалов.
9. Интегрирование квадратичных иррациональностей. Подстановки Эйлера.
10. Понятие определённого интеграла. Необходимое условие интегрируемости функции.
11. Верхние и нижние суммы Дарбу и их свойства.
12. Классы интегрируемых функций.
13. Свойства определённого интеграла.
14. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
15. Замена переменной под знаком определённого интеграла.
16. Интегрирование по частям в определённом интеграле.
17. Длина дуги кривой.
18. Площадь криволинейной трапеции. Площадь криволинейного сектора.
19. Понятие кубичности тела. Объём тела вращения.
20. Физические приложения определённого интеграла.
21. Понятие о несобственных интегралах первого и второго рода.

### Образец экзаменационного задания

1. Таблица неопределённых интегралов. Метод интегрирования по частям в неопределённом интеграле (формула, стандартные ситуации, примеры).

2. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница (с доказательством).

3. Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{dx}{x^2 + x - 1}; \text{ б) } \int \cos^2 x \, dx; \text{ в) } \int_1^{64} \frac{dx}{2\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}.$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = (x + 1)^2$ ,  $y = \frac{1}{2} \cdot x + 1$ .

5. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линией  $\begin{cases} x = 3 \cdot \cos t, \\ y = 2 \cdot \sin t, \end{cases} t \in [0; 2\pi]$ .

#### Критерии оценивания ответа на экзамене

1. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть билета	Количество баллов
1	Правильный ответ на вопрос	1 балл

(\*) Возможна градация в 0,25, 0,5 и 0,75 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

## **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы**

### **7.1. Основная литература**

1. Ильин В.А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 1: учебник для вузов / В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б.Х. Сендов. – М.: Издательство Юрайт, 2020. – 324 с. – Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/452409>.

2. Ильин В.А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 2: учебник для вузов / В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б.Х. Сендов. – М.: Издательство Юрайт, 2020. – 315 с. – Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/452410>.

3. Ильин В.А. Математический анализ в 2 ч. Часть 2: учебник для вузов / В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б.Х. Сендов. – М.: Издательство Юрайт, 2020. – 324 с. – Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/450170>.

4. Шипачев В.С. Высшая математика: учебное пособие для вузов / В.С. Шипачев. – М.: Издательство Юрайт, 2020. – 447 с. – Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/449732>.

5. Шипачев В.С. Дифференциальное и интегральное исчисление: учебник и практикум для вузов / В.С. Шипачев. – М.: Издательство Юрайт, 2020. – 212 с. – Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/453124>.

6. Никитин А. А. Математический анализ. Сборник задач: учебное пособие для вузов / А. А. Никитин. – М.: Издательство Юрайт, 2021. – 353 с. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/469117>.

7. Математический анализ. Сборник заданий: учебное пособие для вузов / В. В. Логинова [и др.]; под общей редакцией Е. Г. Плотниковой. – М.: Издательство Юрайт, 2021. – 206 с. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/473425>.

### **7.2. Дополнительная литература**

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. - СПб.: Изд-во «Профессия», 2008. - 416 с.
2. Демидович Б.П. Сборник задач по математическому анализу. - М.: АСТ: Астрель, 2009. – 558 с.
3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1-3. - М.: Физматлит, 2006.
4. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Медведев Г.Н., Шишкин А.А. Математический анализ в вопросах и задачах. Под ред. В.Ф. Бутузова. М.: Физматлит, 2002.
5. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. Задачи и упражнения по математическому анализу. М.: Высшая школа, 2000.
6. Зверович Э.И. Вещественный и комплексный анализ. Ч. 1. (Введение в анализ и дифференциальное исчисление). – Минск: Высшэйшая школа, 2006.
7. Зверович Э.И. Вещественный и комплексный анализ. Ч. 2. и Ч. 3. – Минск: Высшэйшая школа, 2008.
8. Уваренков И.М., Маллер М.З. Курс математического анализа. Том I. - М.: Просвещение, 1966.; Том II, М.: Просвещение, 1976.
9. Задачник по курсу математического анализа. Часть 1 и Часть 2. Под редакцией Н.Я.Виленкина. - М.: Просвещение, 1971.
10. Шерстнева Н.А. Математический анализ. Введение в анализ функций одной и нескольких переменных. Дифференциальное исчисление функций одной и нескольких переменных. – Смоленск: СмолГУ, 2007. – 40 с.
11. Шерстнева Н.А. Математический анализ. Интегральное исчисление функций одной и нескольких переменных. – Смоленск: СмолГУ, 2008. – 32 с.

### **7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. Система дистанционного обучения Смоленского государственного университета <http://cdo.smolgu.ru>
2. Электронно-библиотечная система университета <http://biblioteka.smolgu.ru>
3. Национальный открытый университет <http://www.intuit.ru>
4. Образовательный математический сайт <http://exponenta.ru>
5. Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>

## **8. Материально-техническое обеспечение**

**Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа**, оснащенная стандартной учебной мебелью, мультимедиапроектором, ноутбуком, колонками и интерактивной доской.

**Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации**, оснащенная стандартной учебной мебелью.

**Помещение для самостоятельной работы** – компьютерный класс с доступом к сети «Интернет» и ЭИОС СмолГУ.

## **9. Программное обеспечение**

Microsoft Open License (Windows XP, 7, 8, 10, Server, Office 2003-2016), лицензия 66975477 от 03.06.2016 (бессрочно).

Обучающимся обеспечен доступ к ЭБС «Юрайт», а также доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0  
Владелец: Артеменков Михаил Николаевич  
Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022