Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»

Кафедра прикладной математики и информатики

«Утверждаю»
Проректор по учебно-
методической работе
__________ Ю.А. Устименко
«23» июня 2022 г.

Рабочая программа дисциплины
Б1.О.15 Алгебра и геометрия

Направление подготовки: **09.03.03. Прикладная информатика**
Направленность (профиль): **Информационные системы организаций и предприятий**
Форма обучения: заочная
Курс – 1,2
Семестры – 2,3,4
Всего зачетных единиц – 7, часов – 252

Форма отчетности: экзамен – 3,4 семестры

Программу разработала
кандидат физико-математических наук, доцент Банару Г.А.

Одобрена на заседании кафедры
«16» июня 2022 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой _________ С.В. Козлов

Смоленск
2022

1. Место дисциплины в структуре ОП

«Алгебра и геометрия» относится к дисциплинам обязательной части учебного плана направления подготовки: 09.03.03. Прикладная информатика, направленность (профиль): Информационные системы организаций и предприятий.

Этот курс сочетает в себе основные понятия и методы классической алгебры и классической геометрии, демонстрирует их органическое взаимопроникновение и дополнение друг друга, позволяет сформировать у студентов представления об алгебре и геометрии, которые играют важнейшую роль в построении математических моделей различного вида.

Дисциплина «Алгебра и геометрия» изучается на первом и втором курсах (во втором, третьем и четвертом семестрах) и является предшествующей для других математических дисциплин. Компетенции студентов, сформированные в рамках изучения данной дисциплины, необходимы для изучения таких дисциплин как теория вероятностей и математическая статистика, математическая логика, численные методы и др.

Изучение курса основано на традиционных методах отечественной высшей школы, тесной взаимосвязи со смежными курсами, а также на использовании современной учебной и методической литературы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения
ОПК–1: Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	**Знать**: основные факты алгебры и геометрии, базовый аппарат алгебры и геометрии, необходимый для осуществления профессиональной деятельности **Уметь**: применять знания в области математических дисциплин (алгебры и геометрии) при проведении теоретических и экспериментальных исследований в профессиональной деятельности **Владеть**: методами алгебры и геометрии, навыками их применения, позволяющими осуществлять их использование в профессиональной деятельности

3. Содержание дисциплины

1. Множества и отображения. Множества и операции над ними. Декартово произведение множеств. Бинарные отношения. Отображения и их виды. Композиция отображений. Бинарные отношения на множестве. Отношение эквивалентности.

2. Алгебраические операции. Алгебры. Алгебраические операции. Алгебры. Бинарные алгебраические операции и их свойства. Группа. Кольцо. Поле.

3. Матрицы и определители. Системы линейных уравнений. Прямая и плоскость. Матрицы и операции над ними. Понятие определителя. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке (столбцу). Обратимые матрицы. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Метод Крамера. Однородные системы линейных уравнений. Уравнение прямой на плоскости и уравнение плоскости в пространстве. Арифметическое n-мерное векторное пространство. Линейная зависимость и линейная независимость систем векторов. Критерий линейной зависимости. Базис и ранг системы векторов. Ранг матрицы.

4. Комплексные числа. Полярные координаты. Комплексные числа и операции над ними. Поле комплексных чисел. Комплексная плоскость. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Возведение в степень, извлечение корня. Комплексные числа и полярные координаты на плоскости.

5. Основы теории групп, колец и полей. Группа, подгруппа, критерии подгруппы. Гомоморфизмы групп. Кольцо, подкольцо, критерии подкольца. Гомоморфизмы колец. Область целостности. Поле, подполе. Числовые поля.
6. Многочлены. Кольцо многочленов от одной переменной над числовым полем. Делимость в кольце многочленов. Алгоритм Евклида. Корни многочлена. Каноническое разложение многочлена. Многочлены с вещественными коэффициентами. Многочлены с рациональными коэффициентами.

4. Тематический план

2 семестр

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий			
			лекции	практические занятия	лабораторные занятия	самостоятельная работа
1	Множества и отображения	18	1	1	–	16
2	Алгебраические операции. Алгебры	18	1	1	–	16
3	Матрицы и определители. Системы линейных уравнений.	72	4	4	–	64
	ИТОГО 2 семестр	**108**	**6**	**6**	–	**96**

3 семестр

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий			
			лекции	практические занятия	лабораторные занятия	самостоятельная работа
1	Комплексные числа. Полярные координаты	36	2	2	–	32
2	Прямая и плоскость	36	2	2	–	32
3	Основы теории групп, колец и полей	36	2	2	–	32
	ИТОГО 3 семестр	**108**	**6**	**6**	–	**87+9**

4 семестр

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий			
			лекции	практические занятия	лабораторные занятия	самостоятельная работа
1	Многочлены	36	2	2	–	32
	ИТОГО 4 семестр	**36**	**2**	**2**	–	**23+9**
	ИТОГО	**252**	**14**	**14**	–	**224**

5. Виды образовательной деятельности

Занятия лекционного типа

Лекции

2 семестр

*Лекция №*1.
Множества и операции над ними. Алгебраические операции. Алгебры.

*Лекция №*2.
Матрицы и операции над ними. Понятие определителя. Свойства определителей.
Обратимые матрицы.

*Лекция №*3.
Системы линейных уравнений. Методы Гаусса и Крамера решения систем линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений.

3 семестр

*Лекция №*1.
Поле комплексных чисел. Комплексная плоскость. Алгебраическая форма комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Возведение в степень. Извлечение корней из комплексных чисел.

*Лекция №*2.
Прямая и плоскость.

*Лекция №*3.
Группа. Подгруппа. Кольцо. Ассоциативные и коммутативные кольца. Кольца с единицей и без. Подкольцо. Делители нуля. Область целостности. Поле. Подполе. Числовые поля.

4 семестр

Лекции 1.
Кольцо многочленов от одной переменной над числовым полем. Делимость в кольце многочленов. Деление с остатком. Алгоритм Евклида и его применение для нахождения НОД и НОК двух многочленов. Корни многочлена. Схема Горнера и её применение.

Занятия семинарского типа

Практические занятия

2 семестр

Занятие №1. Множества и операции над ними. Прямое произведение множеств. Бинарные отношения. Алгебраические операции. Алгебры.

Теоретические вопросы

1. Что такое множество?
2. Каковы основные способы задания множеств?
3. Что означает предложение: «Множество А является подмножеством множества В»?
4. В каком случае два множества называются равными?
5. Какие операции над множествами существуют?
6. Что называется упорядоченной парой элементов?
7. Что такое декартово произведение множеств?
8. Что называется бинарным отношением между множествами А и В?
9. Что такое область определения и область значений бинарного отношения?
10. Ч то такое алгебра?

Практическое занятие разработано в пособии: Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры. Смоленск: СмолГУ, 2016.

Занятие №2. Матрицы и операции над ними. Понятие определителя. Свойства определителей.

Теоретические вопросы

1. Что называется матрицей?

2. Что такое сумма матриц? Перечислите свойства сложения матриц.

3. Что называется произведением матрицы А на число t? Перечислите свойства умножения матрицы на число.

4. Что такое произведение матрицы А на матрицу В? Перечислите свойства операции умножения матриц.

5. Что такое определитель квадратной матрицы?

6. Как определяется транспонирование матрицы?

7. Каковы основные свойства определителей?

Практическое занятие разработано в пособии: Зуев А.М. Линейная алгебра. Задачник-практикум. Смоленск: СмолГУ, 2007.

Занятие №3. Системы линейных уравнений.

Теоретические вопросы

1. Сформулируйте определение системы n линейных уравнений с m неизвестными.

2. Что называется решением системы линейных уравнений?

3. В каком случае СЛУ считается однородной/неоднородной?

4. Какая система линейных уравнений называется совместной?

5. Что такое эквивалентные системы линейных уравнений?

6. В чем заключается метод Гаусса решения систем линейных уравнений?

Практическое занятие разработано в пособии: Зуев А.М. Линейная алгебра. Задачник-практикум. Смоленск: СмолГУ, 2007.

3 семестр

Занятие №1. Поле комплексных чисел. Комплексная плоскость. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа.

Теоретические вопросы

1. Что называется комплексным числом?

2. Что такое действительная и мнимая части комплексного числа? Приведите примеры.

3. Какие комплексные числа называются сопряженными?

4. В каком случае два комплексных числа, записанных в алгебраической форме, являются равными?

5. Как определяется сумма, разность, произведение и частное комплексных чисел? Приведите примеры.

6. Что называется главным аргументом комплексного числа?

7. Как задаются все аргументы комплексного числа?

8. Какими свойствами обладает модуль комплексного числа?

9. Какая форма записи комплексного числа называется тригонометрической?

Практическое занятие разработано в пособии: Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры. Смоленск: СмолГУ, 2016.

Занятие №2. Различные виды уравнения прямой на плоскости. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Формула для вычисления расстояния от точки до прямой. Основные виды уравнения плоскости в пространстве.

Теоретические вопросы

1. Общее уравнение прямой на плоскости.
2. Параметрическое и каноническое уравнения прямой на плоскости.
3. Уравнения прямой в отрезках и с угловым коэффициентом.
4. Определение взаимного расположения двух прямых на плоскости по их аналитическим представлениям.
5. Расстояние от точки до прямой.
6. Общее уравнение плоскости.
7. Уравнение плоскости в отрезках.

Задания для аудиторной и самостоятельной работы.

[3]: №№ – 9.12; 9.16; 9.18; 9.23 (2, 4, 5); 9.24; 9.26; 9.28; 8.10; 8.13; 8.21.

Занятие №3. Группа. Подгруппа. Критерии подгруппы.

Теоретические вопросы

1.В каком случае группа называется аддитивной, мультипликативной?

2.Перечислите свойства групп.

3.Сформулируйте критерии подгруппы.

Задания для аудиторной работы

1. Является ли данная пара группой?

1) $\langle N, - \rangle$;

2) $\langle Q, - \rangle$;

3) $\langle N, + \rangle$;

4) $\langle Q, + \rangle$;

5) $\langle R_+ \cup \{0\}, + \rangle$;

6) $\langle R_+, \cdot \rangle$;

7) $\langle [1;+\infty), \cdot \rangle$;

8) $\langle Z, * \rangle$, где $a * b = a + b + 18$;

9) $\left\langle \left\{ \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{pmatrix} \middle| \, x, y \in R_+ \right\}, \cdot \right\rangle$;

10) $\langle K, + \rangle$, где K – множество геометрических векторов плоскости, «+» – обычная операция сложения векторов.

(В заданиях 1) – 7) – обычные арифметические операции, в 8) – обычное умножение матриц).

2. Составить для следующих пар таблицы Кэли. Какие из этих пар являются группами?

1) $\langle S_2, \circ \rangle$;

2) $\langle S_3, \circ \rangle$;

3) $\langle \{E, S_l\}, \circ \rangle$;

4) $\langle \{ f_1, f_2, f_3, f_4 \}, \circ \rangle$, где $f_1 = x$, $f_2 = \dfrac{x-1}{x+1}$, $f_3 = -\dfrac{1}{x}$, $f_4 = -\dfrac{x+1}{x-1}$.

(«$\circ$» – операция композиции, S_2 и S_3 – множества подстановок второй и третьей степени соответственно, S_l – осевая симметрия плоскости относительно заданной прямой l, E – тождественное преобразование плоскости).

3. Указать все подгруппы групп из задачи 2.

4. Доказать, что в аддитивной абелевой группе для любых ее элементов a, b и c выполняются равенства:

1) $(a+b)-c = a+(b-c)$;

2) $(a+b)-(a+c) = b-c$;

3) $(a+b)-c = a-(c-b)$;

4) $(a-b)-c = (a-c)-b$;

5) $c-(a+b) = (c-a)-b$.

(Здесь $a-b = a+(-b)$ по определению).

5.Доказать, что коммутативная полугруппа $\langle A, * \rangle$, в которой уравнение $a * x = b$ однозначно разрешимо для любых a и b, является группой.

Задания для самостоятельной работы

№1. Является ли данная пара группой?

1) $\langle R, * \rangle$, где $a * b = \sqrt[3]{a^3 + b^3 + 1}$;

2) $\left\langle \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \middle| x, y \in R \right\}, + \right\rangle$;

3) $\left\langle \left\{ (a,b) \middle| a,b \in R \,\&\, b \neq 0 \right\}, * \right\rangle$, где $(a,b)*(c,d) = (ad+bc, bd)$.

№2.G$= \langle G, * \rangle$ – группа, e – ее нейтральный элемент. Доказать, что если для любого элемента a из G имеет место равенство $a * a = e$, то группа G является абелевой.

3. Доказать, что пересечение любого множества подгрупп данной группы также образует ее подгруппу.

4. Доказать, что множество невырожденных квадратных матриц второго порядка с действительными элементами образует мультипликативную группу.

5. Доказать, что множество квадратных матриц второго порядка с действительными элементами, определитель которых равен единице, образует подгруппу группы из предыдущей задачи.

4 семестр

Занятие №1. Кольцо многочленов от одной переменной над числовым полем. Делимость в кольце многочленов. Деление с остатком. Алгоритм Евклида и его применение при вычислении НОД и НОК двух многочленов.

Теоретические вопросы

1.Что называется многочленом от одной переменной над числовым полем?

2.Как определяется отношение делимости в кольце многочленов?

3.Что такое НОД и НОК двух многочленов?

4.Как реализуется алгоритм Евклида?

Задания для аудиторной работы

№1.Выполнить деление с остатком:

а) $2x^4-3x^3+4x^2-5x+6$ на x^2-3x+1;

б) x^3-3x^2-x-1 на $3x^2-2x+1$.

№2.При каком условии полином x^3+px+q делится на полином вида x^2+mx-1?

№3.Определите наибольший общий делитель для полиномов:

а) $x^4+x^3-3x^2-4x-1$ и x^3+x^2-x-1;

б) $x^5+x^4-x^3-2x-1$ и $3x^4+2x^3+x^2+2x-2$;

в) $x^6-7x^4+8x^3-7x+7$ и $3x^5-7x^3+3x^2-7$.

№4.Определите наименьшее общее кратное для полиномов:

а) x^4-x^3+2x-2 и x^3-3;

б) x^5+x^4+1 и x^4+1;

в) $3x^3-2x^2+x+2$ и x^2-x+1.

Задания для самостоятельной работы

№1.Выполнить деление с остатком:

а) $x^4-2x^3+4x^2-6x+8$ на $x-1$;

б) $4x^3+x^2$ на $x+1+i$.

№2.При каком условии полином x^4+px^2+q делится на полином вида x^2+mx+1?

№3.Определите наибольший общий делитель для полиномов:

а) $x^5-2x^4+x^3-7x^2-12x+10$ и $3x^4-6x^3+5x^2+2x-2$;

б) $x^6+2x^5-4x^3-3x^2+8x-5$ и x^3+x^2-x+1;

в) $x^5+3x^4-12x^3-52x^2-52x-12$ и $x^4+3x^3-6x^2-22x-12$.

№4.Определите наименьшее общее кратное для полиномов:

а) $x^5-5x^4-2x^3+12x^2-2x+12$ и x^2+1;

б) $2x^4+3x^3-3x^2-5x+2$ и x^2-5x+1;

в) $3x^6-3x^4+7x^3-6x+2$ и x^4-2x^2+4.

Самостоятельная работа

Текущая самостоятельная работа направлена на углубление и закрепление знаний студентов и развитие их практических умений. Она заключается в работе с лекционными материалами, поиске и обзоре литературы и электронных источников по заданным темам курса, опережающей работе, связанной с изучением тем, вынесенных на самостоятельную проработку, подготовке к практическим занятиям.

Самостоятельная внеаудиторная работа студентов состоит в проработке лекционного материала, составлении конспектов лекций по темам, вынесенным на самостоятельное изучение, в выполнении домашних заданий.

Задания для самостоятельной работы

Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры. Смоленск: СмолГУ, 2016.

№№ 1,2,3,4,6 (стр.9); №№ 2,3,4.5 (стр.14); №№ 2,3,4.5 (стр.18); №№ 1,2,3,4.6 (стр.24); №№ 1,2,3 (стр.27); №№ 1,2,3 (стр.31); №№ 4.5 (стр.32); №№ 1,2,3,4.5 (стр.34); №№ 1,2,3 (стр.41); №№ 1,2,3,4(стр.44).

№1.Выполнить деление с остатком:

а) $x^4-2x^3+4x^2-6x+8$ на $x-1$;

б) $4x^3+x^2$ на $x+1+i$.

№2.При каком условии полином x^4+px^2+q делится на полином вида x^2+mx+1?

№3.Определите наибольший общий делитель для полиномов:

а) $x^5-2x^4+x^3-7x^2-12x+10$ и $3x^4-6x^3+5x^2+2x-2$;

б) $x^6+2x^5-4x^3-3x^2+8x-5$ и x^3+x^2-x+1;

в) $x^5+3x^4-12x^3-52x^2-52x-12$ и $x^4+3x^3-6x^2-22x-12$.

№4.Определите наименьшее общее кратное для полиномов:

а) $x^5-5x^4-2x^3+12x^2-2x+12$ и x^2+1;

б) $2x^4+3x^3-3x^2-5x+2$ и x^2-5x+1;

в) $3x^6-3x^4+7x^3-6x+2$ и x^4-2x^2+4.

№5.Пользуясь схемой Горнера, вычислить $f(x_0)$:

а) $f(x)=x^5-4x^3+6x^2-8x+10, x_0=2$;

б) $f(x)=x^4-3ix^3-4x^2+5ix-1, x_0=1+2i$.

№6.Пользуясь схемой Горнера, разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x-x_0$:

а) $f(x)=x^4+2ix^3-(1+i)x^2-3x+7+i, x_0=-i$;

б) $f(x)=x^4+(3-8i)x^3-(21+18i)x^2-(33-20i)x+7+18i, x_0=-1+2i$.

№7.Посредством схемы Горнера разложить по степеням x:

$f(x)=(x-2)^4+4(x-2)^3+6(x-2)^2+10(x-2)+20$.

№8.Разложить на неприводимые множители над полем C следующие многочлены:

а) $2x^3-3x^2+12x-5$;

б) x^4+16;

в) $x^4+3x^3+3x^2+1$.

№9.Разложить на неприводимые множители над полем R следующие многочлены:

А) x^4+5;

Б) x^6+1;

В) $x^4+3x^3+3x^2+1$.

№10. Разложить на действительные множители 1-й и 2-й степени следующие многочлены:

А) x^4+1;

Б) x^4+x^2+1;

В) x^4+3x^2+1.

№11. Доказать неприводимость над полем Q следующих многочленов:

А) x^4-x^3+2x+1;

Б) x^3+2x^2-x+3.

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)
6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

Контрольные работы

Образец контрольной работы №1

1. Задать U. Найти $\bar{A}$, $\bar{B}$, $A\bigcap B$, $A\bigcup B$, $A\setminus B$, $B\setminus A$, $A\Delta B$, если:
$A=\{1,2,3,4,5\}$, $B=\{2,4,6\}$.

2. ρ – бинарное отношение между множествами A и B. Построить его матрицу и граф. Найти область определения и область значений ρ. Построить отношение ρ^{-1}, если
$A=\{1,2,3,4,5\}$, $B=\{a,b,c,d\}$, $\rho=\{(1,a),(2,b),(3,c),(4,a),(5,b)\}$.

3. Является ли отношение ρ из задачи 2 функциональным отношением, функцией, инъекцией, сюръекцией, биекцией?

4. Доказать, что ρ – отношение эквивалентности. Построить фактор-множество.
$\rho=\{(x,y)\mid x,y\in Z\ \&\ |x|=|y|\}$.

5. Доказать, что множество целых чисел, кратных трем, образует абелеву группу по обычной арифметической операции сложения.

Критерии оценивания контрольной работы

1. Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно реализован каждый метод решения	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5

2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

Образец контрольной работы №2

1. Сформулируйте основные свойства определителей и приведите доказательство одного из них.
2. Решите двумя способами (методом Гаусса и методом Крамера) систему уравнений
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 3, \\ x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 7. \end{cases}$$
3. Является ли система векторов $A_1 = (1; 2; 3)$, $A_2 = (0; 3; -2)$, $A_3 = (1; -1; 1)$ линейно зависимой?
4. Найдите A^{-1}, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
5. Решите матричное уравнение:
$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Критерии оценивания контрольной работы

1. Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно реализован каждый метод решения	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

Вопросы для подготовки к экзамену

3 семестр

1. Множества и операции над ними.
2. Декартово произведение множеств. Бинарные отношения.
3. Отображения. Композиция отображений.
4. Бинарные отношения на множестве. Отношение эквивалентности.
5. Алгебраические операции. Бинарные алгебраические операции.
6. Алгебры. Подалгебры.
7. Группа. Кольцо. Поле.
8. Матрицы и операции над ними.
9. Понятие определителя. Свойства определителей.
10. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке (столбцу).

11. Обратимые матрицы.
12. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.
13. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.
14. Прямая на плоскости.
15. Плоскость в пространстве.
16. Системы линейных уравнений и задачи о взаимном расположение прямых и плоскостей.
17. Однородные системы линейных уравнений.
18. Арифметическое *n*-мерное векторное пространство.
19. Линейная зависимость и линейная независимость систем векторов. Критерий линейной зависимости.
20. Базис и ранг системы векторов. Ранг матрицы.
21. Поле комплексных чисел. Комплексная плоскость.
22. Алгебраическая форма комплексного числа.
23. Тригонометрическая форма комплексного числа.
24. Возведение комплексных чисел в степень, извлечение корней.
25. Полярные координаты на плоскости.

Практические задания на экзамен

Полный список задач к экзамену находится на кафедре.

Образец экзаменационного билета

1. Бинарные отношения на множестве. Отношение эквивалентности.
2. Базис и ранг системы векторов. Ранг матрицы.
3. Задать *U*. Найти $\overline{A}$, $\overline{B}$, $A\bigcap B$, $A\bigcup B$, $A\setminus B$, $B\setminus A$, $A\Delta B$, если:

$$A=(0;4),\ B=[0;2].$$

4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса: $\begin{cases}2x_1+7x_2+3x_3+x_4=6,\\3x_1+5x_2+2x_3+2x_4=4,\\9x_1+4x_2+x_3+7x_4=2.\end{cases}$

5. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix}5&1&2&7\\3&0&0&2\\1&3&4&5\\2&0&0&3\end{vmatrix}$.

Критерии оценивания ответа на экзамене

1. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть билета	Количество баллов
1	Теоретический вопрос	1 балл
2	Реализация решения задачи	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

4 семестр

Вопросы для подготовки к экзамену

1. Группа, аддитивная и мультипликативная терминологии. Абелевы группы.

2. Простейшие свойства групп.
3. Подгруппа. Критерии подгруппы.
4. Разложение группы по подгруппе. Смежные классы. Нормальный делитель группы. Фактор-группа.
5. Гомоморфизмы групп и их виды. Ядро гомоморфизма.
6. Изоморфные группы. Свойства гомоморфизмов.
7. Теорема о гомоморфном образе группы.
8. Теорема о гомоморфизмах групп.
9. Кольцо. Ассоциативные и коммутативные кольца. Кольца с единицей и без. Простейшие свойства колец.
10. Подкольцо. Критерии подкольца.
11. Делители нуля. Область целостности.
12. Обратимые элементы кольца. Ассоциированные элементы области целостности.
13. Простые и составные элементы области целостности.
14. Поле. Простейшие свойства поля.
15. Подполе. Критерий подполя. Числовые поля.
16. Идеалы колец.
17. Главные идеалы. Кольца главных идеалов.
18. Евклидовы кольца. Операции над идеалами.
19. Делимость идеалов. НОД и НОК идеалов кольца.
20. Гомоморфизмы колец и их виды. Ядро гомоморфизма.
21. Изоморфные кольца. Свойства гомоморфизмов колец.
22. Теорема о гомоморфном образе кольца.
23. Теорема о гомоморфизмах колец.
24. Факториальные кольца. НОД И НОК элементов кольца.
25. Поле частных области целостности.
26. Кольцо многочленов от одной переменной над числовым полем.
27. Делимость в кольце многочленов. Деление с остатком в кольце многочленов.
28. Алгоритм Евклида и его применение при вычислении НОД и НОК двух многочленов.
29. Корни многочлена. Схема Горнера и её применение.
30. Разложение многочлена на неприводимые множители над полем **C**.
31. Разложение многочлена на неприводимые множители над полем **R**.
32. Многочлены с действительными коэффициентами и их корни.
33. Разложение многочлена на неприводимые множители над полем рациональных чисел.

Практические задания на экзамен

Полный список задач к экзамену находится на кафедре.

Образец экзаменационного билета

1. Гомоморфизмы групп и их виды. Ядро гомоморфизма.
2. Алгоритм Евклида и его применение при вычислении НОД и НОК двух многочленов.
3. Доказать, что множество невырожденных квадратных матриц второго порядка с действительными элементами образует мультипликативную группу.
4. Является ли f гомоморфизмом аддитивной группы матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, где $a,b \in Z$, в аддитивную группу целых чисел? Если да, найти его ядро. Является ли f мономорфизмом, эпиморфизмом, изоморфизмом?

$$f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right) = 3a.$$

5. Разложить полином $f(x)= x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 1$ по степеням двучлена $x + 1$ с помощью схемы Горнера.

Критерии оценивания ответа на экзамене

1. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть билета	Количество баллов
1	Теоретический вопрос	1 балл
2	Реализация решения задачи	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

7.1. Основная литература

1. Орлова И. В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия для экономистов: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / И. В. Орлова, В. В. Угрозов, Е. С. Филонова. – М.: Издательство Юрайт, 2018. – 370 с. – (Серия : Бакалавр. Прикладной курс). – ISBN 978-5-9916-9556-5. – Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/2EE55374-4DF0-4CF3-99E9-2ED2709C5C66.

2. Татарников О. В. Линейная алгебра : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В. Г. Шершнев ; под общ. ред. О. В. Татарникова. – М.: Издательство Юрайт, 2017. – 334 с. – (Серия: Бакалавр. Прикладной курс). – ISBN 978-5-9916-3568-4. – Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/254D8D3D-3B01-4649-867D-CAF39D36CA5F.

3. Резниченко С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 1: учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Резниченко. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2017. – 302 с. – (Серия: Бакалавр. Академический курс). – ISBN 978-5-534-02936-9. – Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/538035CC-4A44-40BE-AA2C-4F4B1B04DDD7

7.2. Дополнительная литература

1. Кострикин А.И.. Основы алгебры. М., 2001..
2. Куликов Л.Я.. Алгебра и теория чисел. М., 1979, 2000.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г.. Аналитическая геометрия. М.: Физматлит, 2004.
4. Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры // Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2016.

Список учебно-методических разработок для студента

1. Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры. Смоленск: СмолГУ, 2016.
2. Банару Г.А., Банару М.Б. Теория групп и колец. Смоленск: Универсум, 2008.
3. Зуев А.М. Линейная алгебра. Задачник-практикум., Смоленск: СмолГУ, 2007.
4. Сурина Н.Н., Шатохин Н.Л. Аналитическая геометрия на плоскости // Смоленск. СГПУ. 2005.
5. Борисова Н.Н., Шатохин Н.Л. Аналитическая геометрия в пространстве // Смоленск. СГПУ. 2006.

7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Электронная библиотека https://www.biblio-online.ru
2. Электронно-библиотечная система http://znanium.com

3. Математика. URL: http://www.intuit.ru/department/mathematics/;
4. Общероссийский математический портал MATH-NET URL: www.mathnet.ru:
5. Национальный открытый университет (intuit.ru);
6. Национальная платформа открытого образования (opened.ru).

8. Материально-техническое обеспечение

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная следующим оборудованием: стандартная учебная мебель (28 учебных посадочных мест), стол и стул для преподавателя – по 1 шт., кафедра для лектора – 1 шт., доска настенная трехэлементная – 1 шт., напольный мобильный проекционный экран DA-LITE – 1 шт., мультимедиапроектор BenQ – 1 шт., ноутбук Lenovo – 1шт., колонки Genius – 1 шт., персональные компьютеры, объединенные в сеть с выходом в Интернет, – 16 шт.

9. Программное обеспечение

1. Microsoft Open License (Windows XP, 7, Office 2003-2016) - Лицензия 66975477 от 03.06.2016 – в составе:
   - ОС Windows
2. PTC Mathcad 15.0 (Лицензия 449732)

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0
Владелец: Артеменков Михаил Николаевич
Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022