

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Смоленский государственный университет»

Кафедра прикладной математики и информатики

«Утверждаю»  
Проректор по учебно-методической  
работе

Ю.А. Устименко  
«23» июня 2022 г.

**Рабочая программа дисциплины  
Б1.О.19 Алгебра и геометрия**

Направление подготовки: **08.03.01 Строительство**

Направленность (профиль): **Промышленное и гражданское строительство**

Форма обучения: очно-заочная

Курс – 2.

Семестры – 3, 4.

Всего зачетных единиц – 6, часов – 216.

Форма отчетности: зачет – 3,4 семестр

Программу разработала

кандидат физико-математических наук, доцент Г.А. Банару

Одобрена на заседании кафедры

«16» июня 2022 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ С.В. Козлов

Смоленск  
2022

## 1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Алгебра и геометрия» относится к дисциплинам обязательной части учебного плана данного направления подготовки. Обучение проходит в течение третьего и четвертого семестров.

Компетенции студентов, сформированные в рамках изучения данной дисциплины, необходимы для изучения таких дисциплин как математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика, физика, теоретическая механика, которые изучаются параллельно.

Изучение курса основано на традиционных методах высшей школы, тесной взаимосвязи со смежными курсами, а также на использовании современной учебной и методической литературы.

Характерной чертой курса является сочетание теоретических основ современной алгебры и геометрии с практическими математическими приемами и методами, применяемыми при математическом моделировании, а также со способами реализации этих методов в современных системах компьютерной математики.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения
<b>ОПК-1.</b> способность решать задачи профессиональной деятельности на основе использования теоретических и практических основ естественных и технических наук, а также математического аппарата.	<b>Знать:</b> основные положения естественных и технических наук, а также математический аппарат, необходимый для успешного решения задач профессиональной деятельности; <b>Уметь:</b> решать основные задачи профессиональной деятельности на основе теоретических и практических основ естественных и технических наук, применяя соответствующий математический аппарат; <b>Владеть:</b> навыками решения основных задач профессиональной деятельности на основе положений естественных и технических наук.

## 3. Содержание дисциплины

- 1. Матрицы и определители.** Определение матрицы. Операции над матрицами и их свойства. Определители и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Ранг матрицы. Обратная матрица и методы ее нахождения. Утверждение о единственности матрицы, обладающей свойством единичной, и о единственности обратной матрицы.
- 2. Системы линейных уравнений.** Системы линейных алгебраических уравнений. Исследование систем линейных уравнений. Элементарные преобразования и методы решения систем. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. Матричный метод. Метод Крамера. Теорема Кронекера-Капелли. Теорема о существовании ненулевого решения однородной системы линейных уравнений.
- 3. Линейные пространства.** Определение и свойства линейного пространства. Четыре утверждения о базисе. Теорема о невырожденности матрицы перехода. Теорема об изменении координат элемента при переходе к новому базису. Линейные подпространства. Критерий подпространства. Линейная оболочка элементов как подпространство. Пересечение подпространств как подпространство. Сумма подпространств как подпространство. Линейное пространство как прямая сумма подпространств. Линейный оператор. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Действия с линейными операторами. Матрицы суммы линейных операторов, произведения линейного оператора на скаляр, произведения линейных операторов. Образ, ранг, ядро, дефект линейного оператора.
- 4. Векторы и линейные операции над ними.** Определение вектора. Сумма векторов, умножение вектора на число. Свойства операций. Координатная форма.

5. **Скалярное и векторное произведения.** Определение скалярного произведения, его свойства. Координатная форма. Критерий ортогональности векторов. Определение векторного произведения, его свойства. Координатная форма. Критерий коллинеарности векторов.
6. **Смешанное произведение.** Определение смешанного произведения трёх векторов, его свойства. Координатная форма. Критерий компланарности трёх векторов.
7. **Уравнения плоскости и прямой.** Составление уравнения плоскости по точке и нормальному вектору. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости в отрезках. Расстояние от точки до плоскости. Составление уравнения прямой по точке и направляющему вектору. Каноническое уравнение прямой. Параметрические уравнения прямой. Задачи, связанные с уравнениями прямой и плоскости.
8. **Кривые и поверхности второго порядка.** Уравнение окружности. Уравнение эллипса. Уравнение гиперболы. Уравнение параболы. Связь между  $a, b, c$  для эллипса, гиперболы и параболы. Теорема об отношении расстояний до фокуса и директрисы. Полярные координаты. Их связь с декартовыми координатами. Уравнение эллипса, гиперболы, параболы в полярных координатах. Поверхности второго порядка.

#### 4. Тематический план

##### 3 семестр

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий				
			лекции	семинары	практические занятия	Лабораторные занятия	самостоятельная работа
1.	Матрицы и определители	28	2	-	2	-	24
2.	Системы линейных уравнений	28	2	-	2	-	24
3.	Линейные пространства	52	4	-	4	-	44
<b>Всего за семестр</b>		<b>108</b>	<b>8</b>	<b>-</b>	<b>8</b>	<b>-</b>	<b>88+4</b>

##### 4 семестр

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий				
			лекции	семинары	практические занятия	Лабораторные занятия	самостоятельная работа
1.	Векторы и линейные операции над ними	27	2	-	2	-	23
2.	Скалярное и векторное произведения	27	2	-	2	-	23
3.	Смешанное произведение	27	2	-	2	-	23
4.	Уравнения плоскости и прямой.	27	2	-	2	-	23

Кривые и поверхности второго порядка							
<b>Всего за семестр</b>	<b>108</b>	<b>8</b>	<b>-</b>	<b>8</b>	<b>-</b>	<b>88+4</b>	

## 5. Виды образовательной деятельности

### Занятия лекционного типа

#### 1 семестр

**1. Матрицы и определители.** Определение матрицы. Операции над матрицами и их свойства. Определители и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Ранг матрицы. Обратная матрица и методы ее нахождения. Утверждение о единственности матрицы, обладающей свойством единичной, и о единственности обратной матрицы.

**2. Системы линейных уравнений.** Системы линейных алгебраических уравнений. Исследование систем линейных алгебраических уравнений. Элементарные преобразования и методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. Матричный метод. Метод Крамера. Теорема Кронекера-Капелли. Теорема о существовании ненулевого решения однородной системы линейных уравнений.

**3. Линейные пространства.** Определение и свойства линейного пространства. Четыре утверждения о базисе. Теорема о невырожденности матрицы перехода. Теорема об изменении координат элемента при переходе к новому базису. Линейные подпространства. Критерий подпространства. Линейная оболочка элементов как подпространство. Пересечение подпространств как подпространство. Сумма подпространств как подпространство. Линейное пространство как прямая сумма подпространств.

**4. Линейный оператор.** Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Действия с линейными операторами. Матрицы суммы линейных операторов, произведения линейного оператора на число, произведения линейных операторов. Образ, ранг, ядро, дефект линейного оператора.

#### 2 семестр

**1. Векторы и линейные операции над ними.** Определение вектора. Сумма векторов, умножение вектора на число. Свойства операций. Координатная форма. Определение скалярного произведения, его свойства. Координатная форма. Критерий ортогональности векторов.

**2. Скалярное и векторное произведения векторов.** Определение и свойства скалярного произведения. Координатная форма. Критерий ортогональности векторов. Определение векторного произведения, его свойства. Координатная форма. Критерий коллинеарности векторов.

**3. Смешанное произведение векторов.** Определение смешанного произведения трёх векторов, его свойства. Координатная форма. Критерий компланарности трёх векторов.

**4. Уравнения плоскости и прямой.** Составление уравнения плоскости по точке и нормальному вектору. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости в отрезках. Расстояние от точки до плоскости. Составление уравнения прямой по точке и направляющему вектору. Каноническое уравнение прямой. Параметрические уравнения прямой. Задачи, связанные с уравнениями прямой и плоскости. Линии второго порядка. Поверхности второго порядка.

**Практические занятия:**

**3 семестр**

**Занятие №1. Матрицы и определители.**

Задания для аудиторной и самостоятельной работы

1. Вычислите сумму и произведение матриц, найдите  $A + \lambda B$

а)	$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$	$\lambda = -2$
б)	$A = \begin{bmatrix} 1,2 & 3 & -2,4 & 5 \\ 3 & 1 & 2,7 & 8 \\ -7 & 4 & 3 & 0,2 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & 5,6 & 4 \\ 0 & 2,8 & 7,5 & 1 \end{bmatrix}$	$\lambda = 1,2$
в)	$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & -2,5 & 7 \\ 3,1 & 3 & -0,9 & 8 \\ 0,5 & 2,7 & -1,2 & 1 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} -1 & 2,1 & 11 \\ 9,3 & 0 & -3 \\ 3 & -4,7 & -1,2 \\ -7 & 7 & -3 \end{bmatrix}$	$\lambda = 0,4$
г)	$A = \begin{bmatrix} 13 & -7 & 0,1 \\ 12 & 2,1 & -2 \\ 11 & -6,3 & -1 \\ 10 & -3,1 & 0,2 \end{bmatrix}$	$A = \begin{bmatrix} -2 & -3 & 4 & 4 \\ 8,7 & -2,1 & 8 & 1,1 \\ 8,9 & -5 & 2 & 4 \end{bmatrix}$	$\lambda = 2,7$

2. Решите уравнение  $\det(A - xE) = 0$ , где  $E$  - единичная матрица соответствующего порядка,  $x$  - неизвестное действительное число, если

а)	$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$	б)	$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$
----	--	----	--

**Занятие №2. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.**

Задания для аудиторной и самостоятельной работы

1. Пользуясь теоремой Лапласа, вычислите определитель матрицы  $A$

а)	$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$	б)	$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & -4 & 0 \end{bmatrix}$
----	--	----	--

2. Найдите определитель матрицы  $A$

а)	$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$	б)	$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 5 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$
----	--	----	--

3. Найдите:

а)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & -3 \end{bmatrix}^2$	б)	$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^3$	в)	$\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}^n$
----	--	----	--	----	---

**Занятия №3 и №4.** Построение общего решения систем линейных алгебраических уравнений.

Задания для аудиторной и самостоятельной работы

- Исследуйте системы линейных алгебраических уравнений. Постройте общее решение системы в векторной форме, если она не определена.

а)	$\begin{cases} 5x_1 - 6x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 - 5x_4 = 5; \end{cases}$
б)	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 = 2, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 - 6x_3 - 2x_4 = 1, \\ 4x_1 - 2x_3 + 4x_4 = 3; \end{cases}$
в)	$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = -10, \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 17, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 30, \\ 6x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 40; \end{cases}$

#### 4 семестр

**Занятие 1.** Векторы в пространстве. Операции над векторами.

Теоретические вопросы

- Что такое вектор? Какие два вектора называются равными?
- Как определяются координаты произвольного вектора?
- Как определяется сумма векторов в координатах? Каковы основные свойства операции сложения векторов?
- Как в координатах определяется произведение вектора на число? Перечислите его основные свойства.
- Сформулируйте определение скалярного произведения двух векторов в координатах. Перечислите его основные свойства.

Задания для аудиторной работы

- Даны векторы  $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$  и  $\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{k}$ . Найдите координаты вектора  $\vec{m} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ .
- Даны векторы  $\vec{a}(3; -5; 8)$  и  $\vec{b}(-1; 1; -4)$ . Найдите длину вектора  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ .
- Определите, при каких значениях  $\alpha$  и  $\beta$  векторы  $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \beta\vec{k}$  и  $\vec{b} = \alpha\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$  коллинеарны.

4. Даны векторы  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$  и  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ . Вектор  $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$  – медиана треугольника  $OAB$ . Разложите вектор  $\vec{c}$  по векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

5. В пространстве даны векторы  $\vec{a}(1; 5; 1)$ ,  $\vec{b}(1; -5; 2)$ ,  $\vec{c}\left(2; 1; \frac{3}{2}\right)$  и  $\vec{d}(0; 0; 1)$ .

Вычислите их попарные скалярные произведения и по этим произведениям определите, образуют ли они острый, тупой или прямой угол.

6. Найдите длину вектора  $\vec{m} = \vec{p} + \vec{q} - \vec{r}$ , если  $|\vec{p}| = 2$ ,  $|\vec{q}| = 4$ ,  $|\vec{r}| = 6$  и векторы  $\vec{p}$ ,  $\vec{q}$ ,  $\vec{r}$  попарно образуют друг с другом углы, каждый из которых равен  $\frac{2\pi}{3}$ .

7. Найдите угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a}(2; 1; 0)$  и  $\vec{b}(-2; 0; 1)$ .

8. Даны точки  $M(2; 0; 2)$ ,  $P(-5; 5; 1)$ ,  $Q(0; 3; -1)$ . Найдите координаты точки  $R$ , если известно, что она лежит на оси аппликат и векторы  $\overrightarrow{MP}$  и  $\overrightarrow{QR}$  взаимно перпендикулярны.

#### Задания для самостоятельной работы

1. Даны векторы  $\vec{a} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$  и  $\vec{b} = -\vec{j} + 3\vec{k}$ . Найдите длину вектора  $\vec{m} = -\vec{a} + 2\vec{b}$ .

2. Векторы  $\vec{a}(3; -1; 3)$  и  $\vec{b}(1; 6; k)$  перпендикулярны. Найдите  $k$ .

3. Определите угол между медианой  $AD$  и стороной  $BC$  треугольника  $ABC$ , если даны координаты вершин  $A(-9; -3; 0)$ ,  $B(-4; 2; 1)$ ,  $C(-2; 8; -1)$ .

4. Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  взаимно перпендикулярны. Их длины равны  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 1$ . Найдите скалярный квадрат  $(\vec{a} + 2\vec{b})^2$ .

5. Докажите, что для любых точек пространства  $A, B, C, D$  имеет место соотношение  $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$ .

### **Занятие 2. Уравнение прямой на плоскости.**

#### Теоретические вопросы

1. Дайте определение уравнения линии в прямоугольной декартовой системе координат на плоскости. Приведите примеры.

2. Какие уравнения прямой на плоскости вам известны?

3. Как определить взаимное расположение двух прямых на плоскости, зная их общие уравнения?

4. Сформулируйте условие параллельности (перпендикулярности) двух прямых на плоскости.

#### Задания для аудиторной работы

1. Запишите уравнение каждой из прямых в виде  $y = kx + b$ . Укажите параметры  $k$  и  $b$ :

а)  $2x - 3y = 6$ ;

б)  $5x + 4y = 0$ ;

в)  $y = 100$ ;

г)  $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ .

2. Приведите уравнение прямой  $2y + 3x = 6$  к виду уравнения «в отрезках».

3. Напишите общее уравнение прямой, проходящей через точки  $A(-1; 3)$  и  $B(4; -2)$ .

- Среди прямых, заданных уравнениями  $3x - 2y + 7 = 0$ ,  $6x - 4y - 9 = 0$ ,  $6x + 4y - 5 = 0$ ,  $2x + 3y - 6 = 0$ ,  $4x - 6y - 14 = 0$ , укажите параллельные, совпадающие, перпендикулярные.
- Напишите уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых  $2x - 3y - 1 = 0$  и  $3x - y - 2 = 0$  перпендикулярно прямой  $y = x + 1$ .
- Найдите уравнение прямой, проходящей через точку  $K(-1; 1)$  так, что середина ее отрезка между прямыми  $x + 2y - 1 = 0$  и  $x + 2y - 3 = 0$  лежала на прямой  $x - y - 1 = 0$ .
- В треугольнике  $ABC$  даны: уравнение стороны  $AB$   $3x + 2y = 12$ , уравнение высоты  $BM$   $x + 2y = 4$ , уравнение высоты  $AM$   $4x + y = 6$ , где  $M$  – точка пересечения высот. Напишите уравнения сторон  $AC$ ,  $BC$  и высоты  $CM$ .

#### Задания для самостоятельной работы

- Напишите уравнение прямой, проходящей через точку  $N(2; 3)$  и составляющей с осью абсцисс угол в  $\frac{3\pi}{4}$  радиан. Постройте ее.
- Напишите общее уравнение прямой, проходящей через точки  $A(-2; 3)$  и  $B(3; -3)$ .
- Стороны  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  заданы уравнениями  $4x + 3y - 5 = 0$ ,  $x - 3y + 10 = 0$ ,  $x - 2 = 0$  соответственно. Определите координаты его вершин.
- Напишите уравнение прямой, проходящей через точку  $P$  пересечения прямых  $2x - 3y + 5 = 0$  и  $3x + y - 7 = 0$  и параллельной прямой  $y = 2x$ .
- Дан треугольник с вершинами  $A(-2; 0)$ ,  $B(2; 4)$  и  $C(4; 0)$ . Напишите уравнения сторон треугольника, медианы  $AE$  и высоты  $AD$ .
- Две стороны параллелограмма заданы уравнениями  $y = x - 2$  и  $5y = x + 6$ . Диагонали его пересекаются в начале координат. Напишите уравнения двух других сторон параллелограмма и его диагоналей.

### **Занятие 3. Линии второго порядка.**

#### Теоретические вопросы

- Сформулируйте определение эллипса. Выведите, пользуясь определением, каноническое уравнение эллипса. Приведите пример.
- Дайте определение гиперболы. Выведите, пользуясь определением, каноническое уравнение гиперболы. Приведите пример.
- Сформулируйте определение параболы и укажите ее основные свойства.

#### Задания для аудиторной работы

- Постройте эллипс, заданный уравнением  $4x^2 + 15y^2 = 120$ . Найдите полуоси и координаты фокусов эллипса.
- Составьте каноническое уравнение эллипса, зная, что он проходит через точку  $K(-3; 3\sqrt{2})$ , а расстояние между фокусами, расположенными на оси  $Ox$ , равно  $4\sqrt{3}$ . Изобразите эллипс.
- Постройте гиперболу, заданную уравнением  $16x^2 - 9y^2 = 144$ . Найдите действительную и мнимую полуоси, координаты фокусов и уравнения асимптот.
- Дана гипербола  $x^2 - y^2 = 8$ . Найдите софокусный эллипс, проходящий через точку  $K(4; 6)$ .



5. Составьте каноническое уравнение параболы, проходящей через точку  $M(1; -2)$ . Изобразите параболу, ее фокус и директрису.
6. Определите траекторию точки  $M$ , которая при своем движении остается вдвое ближе к точке  $F(-1; 0)$ , чем к прямой  $x = -4$ .
7. Определите траекторию точки  $M$ , которая движется так, что остается вдвое дальше от точки  $F(-8; 0)$ , чем от прямой  $x = -2$ .

#### Задания для самостоятельной работы

1. Изобразите эллипс  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ .
2. Постройте гиперболу  $x^2 - 4y^2 = 1$ .
3. Дан эллипс  $\frac{x^2}{33} + \frac{y^2}{8} = 1$ . Найдите софокусную с ним гиперболу, имеющую эксцентриситет, равный 1,25.
4. Составьте каноническое уравнение параболы, если директриса задана уравнением  $x + 4 = 0$ .
5. Зеркало автомобильного фонаря имеет в разрезе форму параболы. Диаметр зеркала 20 см, глубина 10 см. Найдите положение фокуса зеркала.

#### **Занятие 4. Поверхности второго порядка.**

##### Теоретические вопросы

1. Дайте определение поверхности второго порядка.
2. Перечислите геометрические типы поверхностей второго порядка.
3. В чем заключается свойство линейчатости поверхности?

##### Задания для аудиторной работы

1. Привести к каноническому виду уравнения:
  - а)  $4x_1^2 + 8x_2^2 + 4x_3^2 + 2x_1x_2 + 6x_1x_3 + 2x_2x_3 - 2x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 0$ ,
  - б)  $x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 + 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 183 = 0$ ,
  - в)  $4x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 + 8x_1 - 4x_2 - 2x_3 - 3 = 0$ ,
  - г)  $9x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 6x_1x_2 - 6x_1x_3 + x_2x_3 - x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 134 = 0$ .
2. Привести к каноническому виду, используя инварианты:
  - а)  $2x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_2 - 2x_3 + 5 = 0$ ,
  - б)  $x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 2 = 0$ ,
  - в)  $x_1^2 + x_2^2 - 6x_1 + 6x_2 - 4x_3 + 18 = 0$ .

##### Задания для самостоятельной работы

1. Привести к каноническому виду уравнения:
  - а)  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3 + x_2x_3 - 2x_1 + 6x_2 = 0$ ,

б)  $3x_1^2 + 2x_2^2 - x_1x_2 + x_1 - x_2 + 3x_3 + 3 = 0$ ,

в)  $x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 + 9x_1 - 2x_3 - 5 = 0$ ,

г)  $x_1^2 + x_3^2 + 6x_1x_2 - 6x_1x_3 + 6x_2x_3 - x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 0$ .

2. Привести к каноническому виду, используя инварианты:

а)  $x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - x_1x_2 - x_2 - x_3 + 1 = 0$ ,

б)  $2x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_3^2 - x_1 - x_2 - x_3 = 0$ ,

в)  $4x_1^2 + 9x_2^2 - 3x_1 + 6x_2 - x_3 + 18 = 0$ .

### Самостоятельная работа

Задания для самостоятельной работы представлены к каждому практическому занятию.

### 6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

Промежуточная аттестация по дисциплине «Алгебра и геометрия» включает зачеты в третьем и четвертом семестрах.

6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

#### Вопросы для подготовки к зачету (3 семестр)

1. Понятие матрицы. Операции над матрицами и их свойства.
2. Понятие определителя матрицы. Свойства определителей.
3. Миноры и алгебраические дополнения.
4. Обратная матрица.
5. Системы линейных уравнений. Решение с помощью обратной матрицы.
6. Системы линейных уравнений. Формулы Крамера.
7. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.
8. Собственные векторы и собственные значения матриц.
9. Линейная зависимость и линейная независимость систем векторов.
10. Базис и ранг системы векторов.
11. Ранг матрицы.
12. n-мерные векторы и операции над ними.
13. Линейные пространства.
14. Евклидовы пространства.
15. Понятие линейного оператора. Понятие обратного оператора. Оператор разложения по базису.
16. Изоморфизмы конечномерных векторных пространств.
17. Матрица оператора и ядро оператора.

#### Критерий получения зачета

Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра согласно Положению о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Смоленский государственный университет» (утверждено Приказами ректора от 26 сентября 2019 г. №01-113, дополнения 30 апреля 2020г. №01-48).

Для получения зачета студент должен:

- уметь отвечать на теоретические вопросы, рассмотренные на лекциях;
- уметь решать задачи, предложенные на практических занятиях

### Вопросы для подготовки к зачету (4 семестр)

1. Прямоугольная декартова система координат на плоскости и в пространстве.
2. Понятие вектора, как направленного отрезка. Координаты вектора.
3. Линейные операции над векторами и их свойства.
4. Скалярное произведение векторов и его свойства.
5. Векторное произведение векторов и его свойства.
6. Смешанное произведение векторов и его свойства.
7. Уравнение прямой на плоскости.
8. Взаимное расположение прямых на плоскости.
9. Расстояние от точки до прямой.
10. Угол между прямыми.
11. Уравнение плоскости.
12. Взаимное расположение плоскостей.
13. Уравнение прямой в пространстве.
14. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
15. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью.
16. Угол между прямыми в пространстве. Угол между плоскостями.
17. Понятие эллипса. Свойства эллипса.
18. Понятие гиперболы. Свойства гиперболы.
19. Понятие параболы. Свойства параболы.
20. Линии второго порядка. Классификация линий второго порядка.
21. Поверхности второго порядка. Классификация поверхностей второго порядка.
22. Приведение уравнений линии и поверхности второго порядка к каноническому виду.

### Итоговый тест на зачет

1. Вектор нормали к плоскости  $2x-10y+5z-3=0$  имеет координаты:  
а) (2, -10, 5);  
б) (-2, 10, -5);  
в) (-10, 5, -3);  
г) (-3, 2, -10).
2. Векторы  $\vec{a}(2, -2, 2k)$  и  $\vec{b}(-3, 2, 1)$  ортогональны, если  $k=$   
а) 5;  
б) -5;  
в) 2;  
г) -2.
3. Даны точки А(6; 3) и В(-2; 2). Тогда координаты середины отрезка АВ равны...:  
а) (2; 2,5);  
б) (2,5; 2);  
в) (1; 3);  
г) (4; 2).
4. Если уравнение гиперболы имеет вид  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ , то длина ее действительной полуоси равна...:  
а) 4;  
б) 16;  
в) 3;

г) 9.

5. Расстояние между точками  $A(0; -1)$  и  $B(4; 4)$  равно...:

- а) 5;
- б) 4;
- в) 3;
- г) 6.

6. Векторы, лежащие на одной прямой или на параллельных прямых, называются:

- а) коллинеарными;
- б) ортогональными;
- в) параллельными;
- г) компланарными.

7. Координаты конца вектора  $AB = \{2; -3; 4\}$ , если известны координаты начала  $A(-1; 0; 2)$ , равны:

- а)  $B(1; -3; 6)$ ;
- б)  $B(-1; 2; 6)$ ;
- в)  $B(2; -3; 1)$ ;
- г)  $B(-1; 3; -6)$ ;

8. Принадлежат ли одной плоскости точки  $A(1; 2; 3)$ ,  $B(0; -1; 1)$ ,  $C(2; 0; 1)$ ,  $D(-1; 3; 0)$ ?

- а) да;
- б) нет.

9. Координаты центра окружности, уравнение которой  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ , равны

- а)  $(1; -2)$ ;
- б)  $(2; 1)$ ;
- в)  $(-1; -2)$ ;
- г)  $(1; 2)$ .

10. Радиус окружности, уравнение которой  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ , равен

- а) 1;
- б) 3;
- в) 5;
- г) 7.

### Критерии оценивания ответа на зачете

1. Шкала оценивания теста:

№ п/п	Оценка	Количество баллов
1	Зачтено	6-10
2	Не зачтено	менее 6

## 7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### 7.1. Основная литература

#### 3 семестр

1. *Кремер, Н. Ш.* Линейная алгебра: учебник и практикум для бакалавриата и специалитета / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 422 с. — (Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-08547-1. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://bibli-online.ru/bcode/432050>

2. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебник и практикум для вузов / Е. Г. Плотникова, А. П. Иванов, В. В. Логинова, А. В. Морозова; под редакцией Е. Г. Плотниковой. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 340 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01179-1. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/450619>
3. Лубягина, Е. Н. Линейная алгебра: учебное пособие для вузов / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. — 2-е изд. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 150 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10594-0. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/456440>
4. Пахомова, Е. Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Сборник заданий: учебное пособие для вузов / Е. Г. Пахомова, С. В. Рожкова. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 110 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08428-3. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/451426>
5. Потапов, А. П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебник и практикум для вузов / А. П. Потапов. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 309 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01232-3. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/451035>
6. Сабитов, И. Х. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие для вузов / И. Х. Сабитов, А. А. Михалев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 258 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08941-7. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/454410>

#### 4 семестр

1. Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра: учебник и практикум для бакалавриата и специалитета / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 422 с. — (Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-08547-1. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/432050>
2. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебник и практикум для вузов / Е. Г. Плотникова, А. П. Иванов, В. В. Логинова, А. В. Морозова; под редакцией Е. Г. Плотниковой. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 340 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01179-1. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/450619>
3. Пахомова, Е. Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Сборник заданий: учебное пособие для вузов / Е. Г. Пахомова, С. В. Рожкова. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 110 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08428-3. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/451426>
4. Потапов, А. П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебник и практикум для вузов / А. П. Потапов. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 309 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01232-3. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/451035>
5. Привалов, И. И. Аналитическая геометрия: учебник для вузов [Электронный ресурс] / И. И. Привалов. — 40-е изд., стер. — М.: Издательство Юрайт, 2018.
6. Сабитов, И. Х. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие для вузов / И. Х. Сабитов, А. А. Михалев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 258 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08941-7. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/454410>

## 7.2. Дополнительная литература

#### 3 семестр

1. Перельман, Я. И. Занимательная алгебра / Я. И. Перельман. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 193 с. — (Открытая наука). — ISBN 978-5-534-00072-6. — Текст:

электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/453384> (дата обращения: 06.03.2020).

#### 4 семестр

1. Атанасян С.Л., Цаленко М.М. Задачник-практикум по геометрии: Учебное пособие. – М.: Просвещение, 1994.
2. *Перельман, Я. И.* Занимательная геометрия / Я. И. Перельман. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 264 с. — (Открытая наука). — ISBN 978-5-534-12883-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/448495> (дата обращения: 06.03.2020).
3. Шипачев В.С. Высшая математика / В.С. Шипачев. – М.: Высшая школа, 2010.

#### 7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Алгебра матриц и линейные пространства. Национальный открытый университет «Интуит». URL: <http://www.intuit.ru/studies/courses/992/207/info>
2. Основные сервисы и технологии Mathcad 14. URL: <http://www.intuit.ru/studies/courses/10678/1113/info>
3. Введение в алгебру. Национальный открытый университет. URL: <http://www.intuit.ru/studies/courses/1009/197/info>
4. Аналитическая геометрия. Национальный открытый университет «Интуит». URL: <http://www.intuit.ru/studies/courses/3676/918/info>

#### 8. Материально-техническое обеспечение

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная следующим оборудованием: стандартная учебная мебель (28 учебных посадочных мест), стол и стул для преподавателя – по 1 шт., кафедра для лектора – 1 шт., доска настенная трехэлементная – 1 шт., напольный мобильный проекционный экран DA-LITE – 1 шт., мультимедиапроектор BenQ – 1 шт., ноутбук Lenovo – 1шт., колонки Genius – 1 шт., персональные компьютеры, объединенные в сеть с выходом в Интернет, – 16 шт.

Помещение для самостоятельной работы аудитория №224 с выходом в Интернет оснащена следующим оборудованием: стандартная учебная мебель (15 учебных посадочных мест), стол и стул для преподавателя – по 1 шт., доска настенная – 1 шт., мультимедиапроектор BenQ – 1 шт., колонки Genius – 1 шт., персональные компьютеры, объединенные в сеть с выходом в Интернет – 15 шт.

#### 9. Программное обеспечение

1. Microsoft Open License (Windows XP, 7, Office 2003-2016) - Лицензия 66975477 от 03.06.2016 – в составе:
  - ОС Windows
2. PTC Mathcad 15.0 (Лицензия 449732)

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0  
Владелец: Артеменков Михаил Николаевич  
Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022