

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»

Кафедра прикладной математики

«Утверждаю»
Проректор по учебно-методической
работе

_____ Ю.А. Устименко
«06» сентября 2019 г.

**Рабочая программа дисциплины
Б1.О.20 Алгебра и геометрия**

Направление подготовки: **08.03.01 Строительство**

Направленность (профиль): **Промышленное и гражданское строительство**

Форма обучения: очная

Курс – 1

Семестр –1

Всего зачетных единиц – 4, часов – 144

Форма отчетности: экзамен – 1 семестр

Программу разработала

кандидат физико-математических наук, доцент Банару Г.А.

Одобрена на заседании кафедры

«30» августа 2019 г., протокол № 1

Заведующий кафедрой

Г.С. Евдокимова

Смоленск
2019

1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Алгебра и геометрия» входит в обязательную часть Учебного плана по программе бакалавриата по направлению подготовки : 08.03.01 Строительство, направленность (профиль): Промышленное и гражданское строительство.

Дисциплина «Алгебра и геометрия» изучается на первом курсе (в первом семестре) и является предшествующей для остальных математических дисциплин. Компетенции студентов, сформированные в рамках изучения данной дисциплины, необходимы для изучения таких дисциплин, как теория вероятностей и математическая статистика, физика, теоретическая механика и др.

Требования к входным знаниям, умениям и компетенциям студента формируются на основе программы среднего (полного) общего образования по математике.

Изучение курса основано на традиционных методах отечественной высшей школы, тесной взаимосвязи со смежными курсами, а также на использовании современной учебной и методической литературы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения
ОПК-1 Способен решать задачи профессиональной деятельности на основе использования теоретических и практических основ естественных и технических наук, а также математического аппарата	Знать: основные положения естественных и технических наук, а также математический аппарат, необходимые для успешного решения задач профессиональной деятельности; Уметь: решать основные задачи профессиональной деятельности на основе теоретических и практических основ естественных и технических наук, применяя соответствующий математический аппарат; Владеть: навыками решения основных задач профессиональной деятельности на основе положений естественных и технических наук.

3. Содержание дисциплины

1. Векторы. Векторы и линейные операции над ними. Определение вектора. Сумма векторов, умножение вектора на число. Свойства операций. Координатная форма. Скалярное и векторное произведения. Определение скалярного произведения, его свойства. Координатная форма. Критерий перпендикулярности векторов. Определение векторного произведения, его свойства. Координатная форма. Критерий коллинеарности векторов.

2. Прямая и плоскость. Смешанное произведение. Определение смешанного произведения трёх векторов, его свойства. Координатная форма. Критерий компланарности трёх векторов. Уравнения плоскости и прямой. Составление уравнения плоскости по точке и нормальному вектору. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости в отрезках. Расстояние от точки до плоскости. Уравнение прямой по точке и направляющему вектору. Каноническое уравнение прямой. Параметрическое уравнение прямой. Задачи, связанные с уравнениями прямой и плоскости.

3. Кривые и поверхности второго порядка. Уравнение окружности. Уравнение эллипса. Уравнение гиперболы. Уравнение параболы. Связь между a , b , c в эллипсе, гиперболе, параболе. Теорема об отношении расстояний для кривых второго порядка. Полярные координаты. Их связь с декартовыми координатами. Уравнение эллипса, гиперболы, параболы в полярных координатах. Поверхности второго порядка.

4. Теория матриц и определителей. Матрицы и действия над ними. Свойства суммы матриц, произведения матрицы на число, произведения матриц. Перестановки. Теорема об изменении

чётности перестановки при транспозиции. Подстановка. Утверждение о сохранении чётности подстановки при различных её записях. Определение определителя. Свойства определителя. Теорема о разложении определителя по строке (столбцу). Ранг матрицы. Базисный минор. Теорема существования обратной матрицы. Утверждения о единственности матрицы, обладающей свойством единичной и о единственности обратной матрицы.

5. Системы линейных уравнений. Системы линейных уравнений. Элементарные преобразования линейной системы. Методы решения линейных систем с ненулевым главным определителем. Формулы Крамера. Теорема о существовании ненулевого решения однородной линейной системы в случае, когда количество неизвестных больше количества уравнений. Арифметическое n -мерное векторное пространство. Критерий линейной зависимости. Утверждение о линейной зависимости системы элементов (из \mathbf{R}^n), содержащей линейно зависимые элементы. Теоремы о ранге матрицы. Теорема Кронекера–Капелли.

6. Линейные пространства. Определение и свойства линейного пространства. Четыре утверждения о базисе. Теорема о невырожденности матрицы перехода. Теорема об изменении координат элемента при переходе к новому базису. Линейные подпространства. Критерий подпространства. Линейная оболочка элементов как подпространство. Пересечение подпространств как подпространство. Сумма подпространств как подпространство. Линейное пространство как прямая сумма подпространств. Линейный оператор. Нахождение координат элемента под действием на него линейного оператора. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Действия с линейными операторами.

4. Тематический план

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий				
			лекции	семинары	практические занятия	лабораторные занятия	самостоятельная работа
1	Векторы	24	6		6	6	6
2	Прямая и плоскость	24	6		6	6	6
3	Кривые и поверхности второго порядка	18	4		4	4	6
4	Теория матриц и определителей	18	6		6		6
5	Системы линейных уравнений	16	4		4		6
6	Линейные пространства	19	6		6		7
Итого		144	32	–	32	16	37+27

5. Виды образовательной деятельности

Занятия лекционного типа

Лекция №1. Векторы

Линейные действия с векторами. Свойства линейных операций.

Лекция №2. Скалярное произведение векторов.

Свойства скалярного произведения векторов. Приложения скалярного произведения.

Лекция №3. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение трёх векторов.
Свойства векторного произведения векторов. Приложения векторного произведения.
Свойства смешанного произведения трех векторов. Приложения смешанного произведения векторов.

Лекция №4. Плоскость и прямая в пространстве.

Уравнения плоскости в пространстве. Уравнения прямой в пространстве. Расстояние от точки до плоскости. Задачи, связанные с уравнениями прямой и плоскости.

Лекция №3. Прямая на плоскости. Понятие о линии второго порядка

Уравнения прямой на плоскости. Линии (кривые) второго порядка. Уравнение окружности. Уравнение эллипса. Уравнение гиперболы. Уравнение параболы.

Лекция №6. Полярные координаты

Полярные координаты. Их связь с декартовыми координатами. Уравнение эллипса, гиперболы, параболы в полярных координатах. Приложения полярных координат.

Лекция №7. Линии второго порядка

Связь между a , b , c в эллипсе, гиперболе, параболе. Теорема об отношении расстояний для кривых второго порядка..

Лекция №8. Поверхности второго порядка.

Поверхности вращения. Основные формулы. Некоторые виды поверхностей второго порядка.

Лекция №9. Матрицы

Матрицы и действия над ними.
Свойства суммы матриц, произведения матрицы на число.
Произведения матриц. Транспонирование матриц.

Лекция №10. Определители

Определение определителя.
Определители первого и второго порядков.
Определители третьего порядка.
Основные свойства определителя.

Лекция №11. Обратная матрица

Теорема о разложении определителя по строке (столбцу).
Ранг матрицы. Базисный минор.
Теорема существования обратной матрицы.

Лекция №12. Системы линейных уравнений

Элементарные преобразования линейной системы.
Методы решения линейных систем с ненулевым главным определителем.

Лекция №13. Арифметическое n -мерное векторное пространство.

Критерий линейной зависимости. Ранг матрицы.

Лекция №14. Линейное пространство

Определение и свойства линейного пространства.

Лекция №15. Линейные подпространства

Теорема о невырожденности матрицы перехода.
Теорема об изменении координат элемента при переходе к новому базису.

Линейные подпространства.

Лекция №16. Линейные операторы

Линейный оператор. Действия с линейными операторами.

Занятия семинарского типа Практические занятия

Практическое занятие № 1. Векторы.

Теоретические вопросы:

- Основные понятия.
- Линейные операции.
- Основные свойства линейных операций.

Решение задач по данной теме

Задания содержатся в учебном пособии Н.Л. Шатохин. Векторная алгебра и аналитическая геометрия. Смоленск: СмолГУ, 2010.

Практическое занятие № 2. Скалярное произведение векторов.

Теоретические вопросы:

- Определение скалярного произведения векторов.
- Основные свойства скалярного произведения.
- Приложения скалярного произведения.

Решение задач по данной теме

Задания содержатся в учебном пособии Н.Л. Шатохин. Векторная алгебра и аналитическая геометрия. Смоленск: СмолГУ, 2010.

Практическое занятие № 3. Векторное и смешанное произведения векторов.

Теоретические вопросы:

- Определения векторного и смешанного произведений векторов.
- Основные свойства векторного и смешанного произведений.
- Приложения векторного и смешанного произведений.

Решение задач по данной теме

Задания содержатся в учебном пособии Н.Л. Шатохин. Векторная алгебра и аналитическая геометрия. Смоленск: СмолГУ, 2010.

Практическое занятие № 4. Прямая и плоскость в пространстве.

Теоретические вопросы:

- Уравнение плоскости в пространстве.
- Уравнение прямой в пространстве.
- Расстояние от точки до плоскости.
- Различные задачи о прямой и плоскости в пространстве.

Решение задач по данной теме

Задания содержатся в учебном пособии Н.Л. Шатохин. Векторная алгебра и аналитическая геометрия. Смоленск: СмолГУ, 2010.

Практическое занятие № 5. Полярные координаты.

вопросы:

- Понятие о полярных координатах.
- Связь полярных координат с декартовыми координатами.
- Уравнения некоторых линий в полярных координатах.

Решение задач по данной теме

Задания содержатся в учебном пособии Н.Л. Векторная алгебра и аналитическая геометрия.

СмолГУ, 2010.

Практическое занятие № 6. Прямая на плоскости. Линии второго порядка

Теоретические вопросы:

- Уравнение прямой на плоскости.
- Кривые второго порядка.
- Окружность.
- Эллипс, гипербола и парабола.
- Канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы.

Решение задач по данной теме

Задания содержатся в учебном пособии Н.Л. Шатохин. Векторная алгебра и аналитическая геометрия. Смоленск: СмолГУ, 2010.

Практическое занятие № 7. Линии второго порядка.

Теоретические вопросы:

- Свойства основных кривых второго порядка
- Связь между a , b и c в эллипсе, гиперболе, параболе.
- Теорема об отношении расстояний для кривых второго порядка..

Решение задач по данной теме

Задания содержатся в учебном пособии Н.Л. Шатохин. Векторная алгебра и аналитическая геометрия. Смоленск: СмолГУ, 2010.

Практическое занятие № 8. Поверхности второго порядка.

Теоретические вопросы:

- Основные поверхности второго порядка.
- Свойства поверхностей второго порядка.
- Простейшие задачи о поверхностях второго порядка.

Решение задач по данной теме

Задания содержатся в учебном пособии Н.Л. Шатохин. Векторная алгебра и аналитическая геометрия. Смоленск: СмолГУ, 2010.

Практическое занятие № 9. Матрицы и действия над ними

Теоретические вопросы:

- Понятие матрицы.
- Виды матриц.
- Сложение матриц.
- Умножение числа (скаляра) на матрицу.
- Умножение матриц.
- Транспонирование матриц.

Решение задач по данной теме

Задания содержатся в задачнике-практикуме А.М.Зуев. Линейная алгебра. Задачник-практикум., Смоленск, СмолГУ, 2007.

Практическое занятие № 10. Определители.

Теоретические вопросы:

- Понятие определителя.
- Определители первого и второго порядка.
- Определители третьего порядка и методы их вычисления.
- Основные свойства определителей.
- Использование свойств определителей при их вычислении.

- Определители высоких порядков.

Решение задач по данной теме

Задания содержатся в задачнике-практикуме А.М.Зуев. Линейная алгебра. Задачник-практикум., Смоленск, СмолГУ, 2007.

Практическое занятие № 11. Ранг матрицы. Обратная матрица.

Теоретические вопросы:

- Теорема о разложении определителя по строке (столбцу).
- Ранг матрицы.
- Базисный минор.
- Обратная матрица.
- Теорема о существовании обратной матрицы.

Решение задач по данной теме

Задания содержатся в задачнике-практикуме А.М.Зуев. Линейная алгебра. Задачник-практикум., Смоленск, СмолГУ, 2007.

Практическое занятие № 12. Системы линейных уравнений..

Теоретические вопросы:

- Система линейных уравнений. Базовые понятия.
- Элементарные преобразования линейной системы.
- Методы решения линейных систем с ненулевым главным определителем.

Решение задач по данной теме

Задания содержатся в задачнике-практикуме А.М.Зуев. Линейная алгебра. Задачник-практикум., Смоленск, СмолГУ, 2007.

Практическое занятие № 13. Линейная зависимость и линейная независимость систем векторов.

Теоретические вопросы:

- Арифметическое n -мерное пространство.
- Линейная зависимость.
- Критерий линейной зависимости.

Решение задач по данной теме

Задания содержатся в задачнике-практикуме А.М.Зуев. Линейная алгебра. Задачник-практикум., Смоленск, СмолГУ, 2007.

Практическое занятие № 14. Линейное пространство.

Теоретические вопросы:

- Определение линейного пространства.
- Примеры линейных пространств.
- Основные свойства линейных пространств.

Решение задач по данной теме

Задания содержатся в задачнике-практикуме А.М.Зуев. Линейная алгебра. Задачник-практикум., Смоленск, СмолГУ, 2007.

Практическое занятие № 15. Матрица перехода.

Теоретические вопросы:

- Матрица перехода.
- Теорема о невырожденности матрицы перехода.
- Теорема об изменении координат.
- Линейные подпространства.

Решение задач по данной теме

Задания содержатся в задачнике-практикуме А.М.Зуев. Линейная алгебра. Задачник-

практикум., Смоленск, СмолГУ, 2007.

Практическое занятие № 16. Линейные операторы.

Теоретические вопросы:

- Определение линейного оператора.
- Примеры линейных операторов.
- Действия с линейными операторами.

Решение задач по данной теме

Задания содержатся в задачнике-практикуме А.М.Зуев. Линейная алгебра. Задачник-практикум., Смоленск, СмолГУ, 2007.

Лабораторные работы

Лабораторная работа № 1. Векторы на плоскости и в пространстве.

Теоретические вопросы

1. Что называется вектором на плоскости (в пространстве)?
2. Какие два вектора называются равными?
3. В чем состоит геометрический смысл линейной зависимости и линейной независимости векторов?
4. Что называется углом между векторами? Какие векторы называются ортогональными?

Задание

1. Даны три точки $A(-3; 4)$, $B(2; 1)$, $C(3; -2)$.
 - а) Найдите координаты векторов \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{AC} и их модули.
 - б) Найдите координаты точки K , лежащей на отрезке AB и делящей его в отношении $1:3$, считая от точки A .
 - в) Найдите длину медианы AM треугольника ABC .
 - г) Вычислите косинус угла BAC .
 - д) Вычислите площадь треугольника ABC и длину его высоты AH .
 - е) Найдите длину биссектрисы AN треугольника ABC .
 - ж) Докажите, что если $D(-1; -2)$, то диагонали четырехугольника $ABCD$ перпендикулярны.
2. При каком значении параметра m векторы $\vec{a}(m; -3; 2)$ и $\vec{b}(1; 2; -m)$ ортогональны?

Лабораторная работа № 2. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов

Теоретические вопросы

1. Дайте определение скалярному произведению двух векторов. Назовите его свойства.
2. Что называется векторным произведением двух векторов? Какими свойствами оно обладает?
3. Дайте определение смешанного произведения трех векторов. Какими свойствами оно обладает?

Задание

1. Даны вершины треугольной пирамиды $A(3; -1; 5)$, $B(4; 2; -5)$, $C(-4; 0; 3)$ и $D(1; 0; -2)$.
 - а) Найдите координаты векторов \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{BC} и их модули.
 - б) Вычислите площадь треугольника ABC .
 - в) Вычислите косинус угла BAC .

- г) Найдите объем пирамиды $ABCD$.
 д) Найдите длину высоты AH пирамиды $ABCD$.
2. Даны вершины треугольника $A(1; -2)$, $B(3; -1)$, $C(-1; 5)$.
 а) Найдите стороны AB , AC и BC .
 б) Найдите длину медианы AM треугольника ABC .
 в) Вычислите косинус угла BAM .
 г) Вычислите площадь треугольника ABC и длину его высоты AH .
- 23 Даны вершины треугольной пирамиды $S(0; 0; 0)$, $A(2; -1; 3)$, $B(-2; 2; 0)$, $C(-4; 2; 1)$.
 а) Найдите длины ребер SA , SB и SC .
 б) Вычислите площадь грани SAB .
 в) Найдите объем пирамиды $SABC$.
 г) Найдите длину высоты SH пирамиды $SABC$.

Лабораторная работа № 3. Уравнения прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой

Теоретические вопросы

- Какие виды уравнений прямой на плоскости Вы знаете?
- Как по общим уравнениям прямых определить, перпендикулярны ли они? Параллельны ли они? Какой угол между ними?

Задание

- Постройте прямые, заданные уравнениями: $y = 2x - 3$; $x - 3y + 5 = 0$; $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1}$;
- $2(x+2) - 3(y-1) = 0$; $\begin{cases} x = t, \\ y = -1 - 2t. \end{cases}$
- Напишите уравнения прямой:
 - проходящей через точки $A(-1; 3)$ и $B(2; 1)$;
 - проходящей через точку $C(0; -2)$ параллельно прямой $x + y - 2 = 0$;
 - проходящей через точку $D(1; -1)$ перпендикулярно прямой $y = 2x$.
- Найдите угол, образованный прямой $2x - 3y - 1 = 0$
 - с положительным направлением оси абсцисс;
 - с прямой $x + 2y - 3 = 0$.

Лабораторная работа № 4. Расстояние от точки до прямой

Теоретические вопросы

- По какой формуле можно найти расстояние от данной точки до заданной общим уравнением прямой?

Задание

- Среди прямых $3x - 2y + 17 = 0$, $6x - 4y - 9 = 0$, $6x + 4y - 5 = 0$, $2x + 3y - 16 = 0$ укажите перпендикулярные и параллельные. Найдите расстояние между параллельными прямыми.
- Найдите точку пересечения прямых $2x - 3y - 8 = 0$ и $x + 2y + 3 = 0$.
- Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-3; 4)$, $B(2; 1)$, $C(3; -2)$.
 - Напишите уравнения стороны BC , высоты AH и медианы AM .
 - Найдите координаты основания H высоты AH и ее длину.

Лабораторная работа № 5. Уравнения плоскости и прямой в пространстве.

Теоретические вопросы

1. Какие виды уравнений плоскости Вы знаете?
2. Как по общим уравнениям плоскостей определить, перпендикулярны ли они? Параллельны ли они? Какой угол между ними?

Задание

1. Напишите уравнения плоскости:
 - а) по трем точкам $A(-1; 3; -2)$, $B(2; 1; 1)$ и $C(-3; 1; 0)$;
 - б) по точке $F(1; -3; 0)$ и вектору нормали $\vec{n}(-1; 0; 1)$
 - в) проходящей через точки $M(0; -1; 1)$ и $N(3; 2; -1)$ и параллельной оси Oz ;
 - г) проходящей через точку $K(1; 1; -3)$ и параллельной плоскости Oyz .
2. Среди плоскостей $3x - 2y + z + 17 = 0$, $x + 2y + z - 9 = 0$, $6x - 4y + 2z - 5 = 0$, $x + 3y - z - 6 = 0$ укажите перпендикулярные и параллельные. Найдите расстояние между параллельными плоскостями. Найдите угол между пересекающимися плоскостями.

Лабораторные работы № 6-7. Расстояние от точки до плоскости. Угол между прямыми

Теоретические вопросы

1. Как можно найти расстояние от данной точки до заданной общим уравнением плоскости?
2. Какие виды уравнений прямой в пространстве Вы знаете?
3. Как по каноническим уравнениям прямых в пространстве определить угол между ними?

Задание

1. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $P(1; 1; -2)$ и перпендикулярную плоскостям $3x - y - z + 10 = 0$ и $x + 3y + z = 0$.
2. Напишите каноническое и параметрическое уравнения прямой:
 - а) проходящей через точки $A(-1; 0; 2)$ и $B(2; -1; 1)$;
 - б) проходящей через точку $K(1; -1; 2)$ параллельно прямой $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{3}$;
 - в) проходящей через точку $D(2; 1; 2)$ перпендикулярно плоскости $3x - y + 2z + 1 = 0$.
3. Найдите угол между прямыми $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z+4}{3}$ и $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ x - 3y + z + 2 = 0. \end{cases}$
4. Найдите точку пересечения прямой $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{2}$ с плоскостью $2x + y - z + 3 = 0$.

Лабораторные работы № 8. Кривые второго порядка на плоскости

Теоретические вопросы

1. Что называется эллипсом? Какой вид имеет его каноническое уравнение? Назовите свойства эллипса.
2. Дайте определение гиперболы. Какой вид имеет ее каноническое уравнение? Назовите свойства гиперболы.
3. Дайте определение параболы. Какой вид имеет ее каноническое уравнение? Назовите свойства параболы.

Задание

1. Напишите каноническое уравнение эллипса, проходящего через точку $A(1,25; 1)$ и имеющего эксцентриситет, равный $0,6$. Найдите сумму расстояний от точки A до фокусов эллипса. Постройте эллипс, его фокусы и директрисы.

2. Составить каноническое уравнение гиперболы, если ее асимптоты заданы уравнениями $y = \pm 0,6x$ и гипербола проходит через точку $M(10; -3\sqrt{3})$. Найдите фокусы гиперболы, директрисы и эксцентриситет.
3. Постройте параболу $y^2 = 6x$. Найдите фокус и директрису параболы. Убедитесь, что точка $N(2; 2\sqrt{3})$ принадлежит параболе и равноудалена от фокуса и директрисы.
4. Постройте кривые
 - а) $x^2 + 4y^2 - 6x + 8y = 3$;
 - б) $16x^2 - 9y^2 - 64x + 54y - 161 = 0$;
 - в) $y^2 - 8y = 4x$.

Самостоятельная работа

Текущая самостоятельная работа студента направлена на углубление и закрепление знаний студентов и развитие их практических умений. Она заключается в работе с лекционными материалами, поиске и обзоре литературы и электронных источников, информации по заданным темам курса, опережающей самостоятельной работе, в изучении тем, вынесенных на самостоятельную проработку, подготовке к лабораторным занятиям.

Самостоятельная внеаудиторная работа студентов состоит в проработке лекционного материала, составлении конспекта лекций по темам, вынесенным на самостоятельное изучение; выполнении домашних заданий.

Задания для самостоятельной работы.

1. Найти косинус угла между векторами \vec{BA} и \vec{BC} , если $A(3; -2; 3)$; $B(2; 0; 1)$; $C(-2; 3; 1)$. Сделать чертеж.
2. Найти косинус угла между векторами \vec{AB} и \vec{AC} , если $A(3; 0; 1)$; $B(5; -2; 2)$; $C(-1; -3; 1)$. Сделать чертеж.
3. Найти объем пирамиды, построенной на векторах: $\vec{a} = \{3; -1; 2\}$; $\vec{b} = \{2; 1; 0\}$; $\vec{c} = \{1; 0; 4\}$. Сделать чертеж.
4. Найти объем пирамиды, построенной на векторах: $\vec{a} = \{2; -3; 0\}$; $\vec{b} = \{1; 4; 2\}$; $\vec{c} = \{-2; 1; -1\}$. Сделать чертеж.
5. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах: $\vec{a} = \{-1; 2; 3\}$, и $\vec{b} = \{2; -1; 4\}$. Сделать чертеж.
6. Найти объем параллелепипеда, построенного на векторах: $\vec{a} = \{1; 0; -5\}$; $\vec{b} = \{2; -3; 7\}$; $\vec{c} = \{2; -1; 0\}$. Сделать чертеж.
7. Найти площадь треугольника, построенного на векторах: $\vec{a} = \{2; 0; -1\}$ и $\vec{b} = \{-3; 1; 1\}$. Сделать чертеж.
8. Прямые $2x + y - 1 = 0$ и $4x - y - 11 = 0$ являются сторонами треугольника, а точка $P(1; 2)$ – точкой пересечения третьей стороны с высотой, опущенной на нее. Составить уравнение третьей стороны. Сделать чертеж.

9. Точки $A(3; -1)$ и $B(4; 0)$ являются вершинами треугольника, а точка $D(2; 1)$ – точкой пересечения его медиан. Составить уравнение высоты, опущенной из третьей стороны. Сделать чертеж.

10. На прямой $4x+3y-6=0$ найти точку, равноудаленную от точек $A(1; 2)$ и $B(-1; -4)$. Сделать чертеж.

11. Точки $A(4; 5)$ и $C(2; -1)$ являются двумя противоположными вершинами ромба, а прямая $x-y+1=0$ – одной из его сторон. Составить уравнения остальных сторон ромба. Сделать чертеж.

12. Линия задана уравнением $r = r(\varphi)$ в полярной системе координат. Найти уравнение данной линии в декартовой прямоугольной системе координат, у которой начало совпадает с полюсом, а положительная полуось абсцисс – с полярной осью. Сделать чертеж.

а) $r = \frac{6}{2 - \cos \varphi}$. б) $r = \frac{4}{2 - 3 \cos \varphi}$. в) $r = \frac{3}{1 + \cos \varphi}$.

13. Дана матрица A . Найти матрицу A^{-1} , обратную данной. Сделать проверку, вычислив произведение $A \cdot A^{-1}$.

а) $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -6 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$. б) $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$. в) $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \end{pmatrix}$.

14. Систему линейных уравнений решить методом Гаусса (методом исключения неизвестных). Сделать проверку.

а) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20, \\ 3x_1 - x_2 - 5x_3 = 6. \end{cases}$ в) $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18. \end{cases}$

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

Контрольные работы

Образец контрольной работы №1

1. Найдите вектор x , коллинеарный вектору $a(2; -1; 2)$ и удовлетворяющий условию $(x, a) = 3$.
2. Найдите синус угла между векторами с координатами $(2; -2; 1)$ и $(2; 3; 6)$.
3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $M(2; 0; -3)$ и точку $A(0; 3; -1)$.
4. Найдите проекцию точки $P(5; 2; -1)$ на плоскость $2x - y + 3z + 23 = 0$.

Критерии оценивания контрольной работы

1. Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно реализован каждый метод решения	1 балл
2	Анализ результатов	2 балла

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
-----	--------	-------------------

1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

Образец контрольной работы №2

1. Вычислить определитель, разложив его по элементам первой строки

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ a & b & c & d \\ -1 & -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

2. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 10 & 1 \\ 4 & 8 & 18 & 7 \\ 10 & 18 & 40 & 17 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Решить матричное уравнение:

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Критерии оценивания контрольной работы

2. Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно реализован каждый метод решения	1 балл
2	Анализ результатов	2 балла

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

3. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

Вопросы для подготовки к экзамену

1. Координаты на плоскости и в пространстве. Понятие о полярных координатах.
2. Векторы на плоскости и в пространстве.
3. Операции над векторами.
4. Коллинеарные векторы. Компланарные векторы в пространстве.
5. Арифметическое n-мерное пространство.
6. Расстояние между точками. Деление отрезка в заданном отношении.

7. Уравнение линии на плоскости. Уравнение прямой на плоскости.
8. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми.
9. Взаимное расположение прямых на плоскости.
10. Окружность. Эллипс.
11. Гипербола, парабола.
12. Уравнение поверхности в пространстве. Уравнение плоскости.
13. Уравнение прямой в пространстве.
14. Расстояние от точки до плоскости. Угол между плоскостями.
15. Взаимное расположение плоскостей.
16. Поверхности вращения.
17. Матрицы и действия над ними.
18. Определители матриц.
19. Основные свойства определителей.
20. Теорема о разложении определителя по строке (столбцу).
21. Теорема существования обратной матрицы.
22. СЛУ. Основные понятия.
23. Метод Гаусса решения СЛУ.
24. Метод Крамера решения СЛУ.
25. Обратная матрица.
26. Собственные значения и собственные векторы матрицы.
27. Арифметическое n -мерное векторное пространство.
28. Теорема о ранге матрицы.
29. Определение и свойства линейного пространства.
30. Теорема о невырожденности матрицы перехода.
31. Теорема об изменении координат элемента при переходе к новому базису.
32. Линейные подпространства.
33. Линейный оператор.
34. Действия с линейными операторами

Практические задания на экзамен

Полный список задач к экзамену находится на кафедре.

Образец экзаменационного билета

1. Коллинеарные векторы. Компланарные векторы в пространстве.
2. Арифметическое n -мерное векторное пространство.
3. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 1, \\ x_1 + 4x_2 + x_3 = -7, \\ 3x_1 + 10x_2 - 4x_3 = -3 \end{cases}$$
 методом Гаусса.

Критерии оценивания ответа на экзамене

1. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть билета	Количество баллов
1	Теоретический вопрос	1 балл
2	Математическая модель	1 балл
3	Реализация решения задачи	2 балла

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

7.1. Основная литература

1. Бурмистрова, Е. Б. Линейная алгебра: учебник и практикум для академического бакалавриата / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 421 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3588-2. — Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/6A5A6F52-FA19-4717-80BF-28331B7BA668.
2. Татарников, О. В. Линейная алгебра : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В. Г. Шершнева ; под общ. ред. О. В. Татарникова. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 334 с. — (Серия : Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-9916-3568-4. — Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/254D8D3D-3B01-4649-867D-SAF39D36CA5F.
3. Привалов, И. И. Аналитическая геометрия : учебник для вузов / И. И. Привалов. — 40-е изд., стер. — М.: Издательство Юрайт, 2018. — 233 с. — (Серия : Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-01262-0. — Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/10F7DA5C-D6D9-4E7D-9650-5527BE0D2D9F.
4. Резниченко, С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Резниченко. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 302 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02936-9. — Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/538035CC-4A44-40BE-AA2C-4F4B1B04DDD7.

7.2. Дополнительная литература

1. Кострикин А.И. Основы алгебры. М., 2001..
2. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. М., 1979, 2000.
3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис Пресс, 2004. – Ч. 1
4. Общий курс высшей математики / Под редакцией В.И. Ермакова. – М.: ИНФРА-М, 2009.
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М.: ФИЗМАИЛИТ, 2004.
6. Зуев А.М.. Линейная алгебра. Задачник-практикум., Смоленск, СмолГУ, 2007
7. Шатохин Н.Л. Векторная алгебра и аналитическая геометрия. СмолГУ, 2010.
8. Сурина Н.Н., Шатохин Н.Л. Аналитическая геометрия на плоскости // Смоленск. СГПУ. 2005.
9. Борисова Н.Н., Шатохин Н.Л. Аналитическая геометрия в пространстве // Смоленск. СГПУ. 2006.

7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Электронная библиотека <https://www.biblio-online.ru>
2. Электронно-библиотечная система <http://znanium.com>
3. Математика. URL: <http://www.intuit.ru/department/mathematics/>;
4. Общероссийский математический портал MATH-NET URL: www.mathnet.ru;
5. Национальный открытый университет (intuit.ru);
6. Национальная платформа открытого образования (opened.ru).

8. Материально-техническое обеспечение

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная следующим оборудованием: стандартная учебная мебель (28 учебных посадочных мест), стол и стул для преподавателя – по 1 шт., кафедра для лектора – 1 шт., доска настенная трехэлементная – 1 шт., напольный мобильный проекционный экран DA-LITE

– 1 шт., мультимедиапроектор BenQ – 1 шт., ноутбук Lenovo – 1шт., колонки Genius – 1 шт., персональные компьютеры, объединенные в сеть с выходом в Интернет, – 16 шт.

9. Программное обеспечение

1. Microsoft Open License (Windows XP, 7, Office 2003-2016) - Лицензия 66975477 от 03.06.2016
– в составе:

- ОС Windows

2. PTC Mathcad 15.0 (Лицензия 449732)

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0
Владелец: Артеменков Михаил Николаевич
Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022