

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»
Кафедра прикладной математики и информатики

«Утверждаю»
Проректор по учебно-
методической работе
_____ Ю.А. Устименко
«23» июня 2022 г.

Рабочая программа дисциплины
Б1.О.28 Дифференциальная геометрия и топология

Направление подготовки: **44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

Направленность (профиль): **Математика, Информатика**

Форма обучения: очная

Курс – 2

Семестр – 4

Всего зачетных единиц – 3, часов – 108

Форма отчетности: экзамен – 4 семестр

Программу разработал
Доцент Усачев В.И.

Одобрена на заседании кафедры
«16» июня 2022 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой _____ С.В. Козлов

Смоленск
2022

1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Дифференциальная геометрия и топология» относится к дисциплинам обязательной части. Она изучается в 4 семестре и является одной из основных дисциплин цикла, так как т.к., в основном, завершает геометрическую часть математического блока подготовки по программированию бакалавра по направлению «Педагогическое образование» (профиль «Математика, Информатика»).

При изучении данной дисциплины необходимы компетенции студентов, сформированные при изучении таких дисциплин, как: «Математический анализ», «Аналитическая геометрия», «Линейная алгебра» и др.

Изучение курса основано на традиционных методах высшей школы, а также тесной взаимосвязи со смежными курсами.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения
ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	Знать: объект, предмет, основные категории, принципы, закономерности, структуру педагогической науки; сущность, структуру, динамику целостного педагогического процесса; состояние и тенденции развития отечественных и международных педагогических и психологических исследований; методологию педагогического исследования; особенности, логику, закономерности, формы, методы и средства процесса обучения и воспитания; основы психологии личности, основные теоретические подходы к пониманию феномена личности; познавательные процессы, их свойства, закономерности и роль в интеллектуальной и творческой деятельности; общетеоретические основы методики преподавания предмета в объеме, необходимом для осуществления педагогической деятельности; строение и функции организма, основные закономерности развития человека; общие закономерности и возрастные особенности функционирования основных систем организма учащихся; гигиенические требования к организации образовательного процесса и гигиену учебного процесса; инструментальные средства информационных технологий. Уметь: применять теоретические знания в решении педагогических задач; планировать, проектировать и осуществлять педагогический процесс в различных типах образовательных учреждений; определять структуру и методологию проведения педагогического исследования; адекватно целям выстраивать учебный и воспитательный процесс, выбирая соответствующие формы, методы и средства его осуществления; использовать в педагогической деятельности и межличностном взаимодействии современные достижения психологической науки; учитывать возрастные физиологические особенности учащихся в педагогическом процессе; использовать информационные технологии для решения профессиональных задач. Владеть: категориальным аппаратом педагогической науки; навыками решения педагогических задач;

	<p>способами планирования и осуществления образовательного процесса; способами проведения педагогического эксперимента; формами и методами осуществления учебной и воспитательной работы; приемами и методами психодиагностики личности, изучения особенностей профессиональной деятельности; навыками организации педагогической деятельности с позиций сохранения здоровья; методами профилактики нарушений физического развития и повышения адаптационных резервов организма; методами оказания первой доврачебной помощи; методами применения информационно-коммуникационных технологий в образовательном процессе.</p>
<p>ПК-5.Способен использовать научные знания в предметной области (математика) в процессе формирования предметной компетенции обучающихся в рамках реализации основной общеобразовательной программы</p>	<p>Знать: современное состояние и перспективы развития математики как учебной дисциплины, направления развития школьного математического образования, теоретические основы обучения математике, принципы построения методической системы обучения математике, основные линии школьного курса математики, их структуру, содержание и роль, этапы формирования математических понятий, методические подходы к изучению основных тем школьного курса математики; Уметь: анализировать и интерпретировать содержание математических понятий, теорем, задач, разрабатывать фрагменты уроков, организовывать образовательный процесс обучения математике, конструировать методику введения понятий, изучения теорем, решения задач; Владеть: основными приемами организации деятельности школьников по изучению математики, навыками разработки методики изучения частных вопросов обучения математике, исследовательскими методами в профессиональной деятельности.</p>
<p>ПК-7 Способен математически корректно ставить естественнонаучные задачи и классические задачи математики, строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</p>	<p>Знать: базовые принципы постановки естественнонаучных задач и классических задач математики, определения основных понятий и доказательства теорем по основным разделам математики; Уметь: решать основные типы математических задач, доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть его следствия; Владеть: первичными навыками применения математического аппарата к решению конкретных задач из различных областей прикладной математики и информатики.</p>

3. Содержание дисциплины

1. **Топологическое пространство.** Определение топологического пространства. Примеры. Тривиальная и дискретная топологии. Метрические пространства.
2. **Классификация точек, связанных с произвольным множеством топологического пространства.** Внутренние, внешние, граничные точки. Точки прикосновения. Базис топологического пространства. Связность, отделимость, компактность.
3. **Отображения топологических пространств.** Непрерывные отображения. Критерий непрерывности. Изоморфизм и гомеоморфизм.

4. **Понятия линии, обыкновенной и особой точки линии.** Векторная функция скалярного аргумента и их свойства. Простейшие и элементарные линии. Гладкие линии.
5. **Элементы сопровождающего трехгранника Френе. Формулы Френе.** Касательная к кривой. Шесть элементов сопровождающего трехгранника Френе. Формулы Френе.
6. **Кривизны и кручения при произвольной параметризации линии.** Естественная параметризация. Вектор кривизны. Радиус кривизны. Понятие о кручении.
7. **Понятия поверхности. Криволинейные координаты на поверхности.** Простейшая и элементарная поверхности. Обыкновенные и особые точки поверхности.
8. **Касательная плоскость и нормаль к поверхности.** Уравнения касательной плоскости и нормали к некоторым поверхности. Примеры.
9. **Первая квадратичная форма поверхности.** Определение первой квадратичной формы поверхности. Метрические задачи.
10. **Вторая квадратичная форма поверхности.** Понятие о второй квадратичной форме поверхности. Нормальная кривизна. Индикатриса кривизны поверхности. Понятие об эллиптической, параболической и гиперболической точках. Главные направления поверхности в точке. Теорема Родрига. Средняя и гауссова кривизна.
11. **Внутренняя геометрия поверхности. Теорема Гаусса.** Изометрические поверхности. Изгибание поверхности. Геодезические линии. Теорема Гаусса – Бонне.

4. Тематический план

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий			
			лекции	практические занятия	лабораторные занятия	самостоятельная работа
1	Топологическое пространство.	14	4	6	–	4
2	Классификация точек, связанных с произвольным множеством топологического пространства.	14	4	6	–	4
3	Отображения топологических пространств.	16	6	6	–	4
4	Понятия линии, обыкновенной и особой точки линии.	8	2	2	–	4
5	Элементы сопровождающего трехгранника Френе. Формулы Френе.	10	4	2	–	4
6	Кривизны и кручения при произвольной параметризации линии.	8	2	2	–	4
7	Понятия поверхности. Криволинейные координаты на поверхности.	8	2	2	–	4
8	Касательная плоскость и нормаль к поверхности.	8	2	2	–	4
9	Первая квадратичная	8	2	2	–	4

	форма поверхности.					
10	Вторая квадратичная форма поверхности.	8	2	2	–	4
11	Внутренняя геометрия поверхности. Теорема Гаусса.	6	2	–	–	4
ИТОГО		108	32	32	–	17+27

5. Виды образовательной деятельности

Занятия лекционного типа

1-2. Топологические и метрические пространства. Определение топологического пространства. Примеры. Тривиальная и дискретная топологии. Метрические пространства. Топология, индуцированная метрикой. Замкнутые множества. Свойства замкнутых множеств.

3-4. Классификация точек, связанных с произвольным множеством топологического пространства. Понятия базиса топологического пространства. Внутренние, внешние, граничные точки. Примеры в различных топологиях. Точка прикосновения. Понятие о замыкании. Базис топологического пространства. Примеры базисов в различных топологиях. Связность, отделимость, компактность. Теорема о получении связных множеств.

5-7. Отображения топологических пространств. Непрерывные отображения. Критерий непрерывности. Гомеоморфизм. Примеры. Контрпримеры. Предмет топологии.

8. Понятия линии, обыкновенной и особой точки линии. Гладкие линии. Векторная функция скалярного аргумента (непрерывность и дифференцируемость в точке, необходимое и достаточное условие дифференцируемости, правила дифференцирования). Простейшие и элементарные линии. Понятие о линии (кривой). Примеры. Понятие об обыкновенной и особой точках линии. Гладкие линии. Примеры.

9-10. Элементы сопровождающего трехгранника Френе. Формулы Френе. Теорема о существовании касательной к кривой. Уравнения касательной для различных способов задания кривой. Длина дуги. Естественная параметризация. Вектор кривизны. Кривизна линии. Радиус кривизны. Необходимое и достаточное условие линии быть простейшей. Элементы сопровождающего трехгранника Френе. Понятие о кручении линии. Формулы Френе.

11. Кривизны и кручения при произвольной параметризации линии. Плоская кривая. Вычисление кривизны и кручения в произвольной параметризации. Винтовая линия. Кривизна и кручение винтовой линии.

12. Понятия поверхности. Криволинейные координаты на поверхности. Векторная функция двух скалярных аргументов (обзор). Простейшая и элементарная поверхность. Понятие об обыкновенной и особой точках поверхности. Понятие о простой поверхности. Гладкие поверхности. Система криволинейных координат на поверхности. Примеры.

13. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Уравнения касательной плоскости и нормали к некоторым поверхностям.

14. Первая квадратичная форма поверхности. Определение первой квадратичной формы поверхности. Примеры. Метрические задачи: 1) вычисление длины дуги гладкой линии, лежащей на поверхности; 2) вычисление угла между двумя гладкими линиями, лежащими на поверхности и имеющими общую точку; 3) вычисление площади гладкой компактной поверхности.

15. Вторая квадратичная форма поверхности. Понятие о второй квадратичной форме поверхности. Нормальная кривизна, нормальное сечение поверхности. Индикатриса кривизны поверхности. Понятие об эллиптической, параболической, гиперболической точках. Главные направления поверхности в точке. Теорема Родрига. Главные кривизны поверхности. Понятие о линии кривизны. Средняя и гауссова кривизны поверхности. Примеры поверхностей

вращения постоянной полной кривизны. Частные случаи (сфера, псевдосфера). Прямой геликоид.

16. Внутренняя геометрия поверхности. Теорема Гаусса. Геодезическая кривизна на поверхности. Внутренняя геометрия поверхности. Деривационные формулы. Теорема Гаусса (гауссова кривизна как объект внутренней геометрии). Изометрические поверхности. Основная теорема в геометрии изометрических поверхностей. Примеры изометрических поверхностей. Понятие о изгибании поверхности. Пример изгибания поверхности. Геодезическая кривизна на поверхности. Геодезические линии. Теорема Гаусса - Бонне.

Занятия семинарского типа

Не предусмотрены.

Лабораторные занятия

Не предусмотрены.

Практические занятия

Практическое занятие № 1-3. Топологическое пространство.

Необходимо знать определение топологического пространства, уметь приводить примеры (тривиальная, дискретная, естественная, концентрическая топологии).

Практическое занятие № 4-6. Основные понятия топологического пространства.

Необходимо знать определения внутренней, внешней, граничной точек, внутренности, внешности, границы множества. Уметь приводить примеры в различных топологиях.

Практическое занятие № 7-9. Непрерывность и гомеоморфизм.

Необходимо знать определение непрерывного отображения, гомеоморфизма, уметь приводить примеры и контрпримеры. Знать доказательство необходимого и достаточного признака непрерывности отображения в точке.

Практическое занятие № 10. Векторная функция одного и двух скалярных аргументов.

Необходимо знать определения векторной функция одного и двух скалярных аргументов (непрерывность и дифференцируемость в точке, необходимое и достаточное условие дифференцируемости, правила дифференцирования и т.п.).

Практическое занятие № 11-12. Элементы сопровождающего трехгранника Френе и их уравнения.

Необходимо знать определение всех элементов сопровождающего трехгранника Френе и их уравнения.

Практическое занятие № 13. Кривизна и кручение кривой.

Необходимо знать определение кривизны и кручения, вывод формулы для вычисления кривизны и кручения в естественной и произвольной параметризации. Понимать геометрический смысл кривизны, кручения. Формулы Френе.

Практическое занятие № 14. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

Вычисление коэффициентов первой квадратичной формы поверхности.

Необходимо знать определение поверхности, способы задания. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности. Знать определение первой квадратичной формы поверхности, формулы для вычисления коэффициентов первой квадратичной формы.

Практическое занятие № 15. Приложение первой квадратичной формы поверхности к решению задач.

Необходимо знать три задачи: 1) вычисление длины дуги на поверхности, 2) нахождение угла между кривыми на поверхности, 3) вычисление площади области поверхности.

Практическое занятие № 16. Кривизны поверхности в данной точке и их вычисление.

Необходимо знать правила вычисления кривизны и их связь с коэффициентами первой квадратичной формы поверхности.

Самостоятельная работа

Текущая самостоятельная работа направлена на углубление и закрепление знаний студентов и развитие их практических умений. Она заключается в работе с лекционными материалами, поиске и обзоре литературы и электронных источников, информации по заданным темам курса, опережающей самостоятельной работе, в изучении тем, вынесенных на самостоятельную проработку, подготовке к лабораторным занятиям.

Самостоятельная внеаудиторная работа студентов состоит в:

- проработке лекционного материала, составлении конспекта лекций по темам, вынесенным на самостоятельное изучение;
- выполнении домашних заданий.

Темы для самостоятельного изучения

1. Метрические пространства.
2. Связность, отделимость, компактность.
3. Изоморфизм и гомеоморфизм.
4. Гладкие линии.
5. Формулы Френе.
6. Понятие о кручении.
7. Обыкновенные и особые точки поверхности
8. Метрические задачи.
9. Индикатриса кривизны поверхности.
10. Средняя и гауссова кривизна.
11. Геодезические линии.

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

Контрольная работа

1. Найти элементы сопровождающего трехгранника, кривизну и кручение кривой:

$$\begin{cases} x = \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t, \\ z = \cos 2t. \end{cases}, \quad t_0 = \pi/4,$$

2. Найти уравнение касательной плоскости и нормали в точке $M_0(u = 0, v = 0)$, I и II квадратичные формы, гауссову и среднюю кривизны поверхности

$$\begin{cases} x = (a + b \cos u) \cos v, \\ y = (a + b \cos u) \sin v, \\ z = b \sin u. \end{cases}$$

Критерии оценивания контрольной работы

1. Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно реализован каждый метод	1 балл

	решения	
2	Анализ результатов	2 балла

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену

1. Определение топологического пространства. Примеры. Метрические пространства. Топология, индуцированная метрикой.
2. Замкнутые множества. Свойства замкнутых множеств.
3. Внутренние, внешние, граничные точки. Примеры в различных топологиях. Точки прикосновения. Понятие о замыканиях.
4. Базис топологического пространства.
5. Связность. Теорема о получении связных множеств.
6. Отделимость, компактность.
7. Непрерывные отображения. Гомеоморфизм. Примеры. Контрпримеры. Предмет топологии.
8. Простейшие элементарные линии. Понятие о линии (кривой). Примеры. Понятие об обыкновенной и особой точках линии. Гладкие линии. Примеры.
9. Теорема о существовании касательной. Уравнения касательной для различных способов задания кривой.
10. Длина дуги. Естественная параметризация.
11. Кривизна кривой. Трехгранник Френе.
12. Кручение кривой (определение, вычисление в естественной параметризации). Формулы Френе.
13. Плоская линия.
14. Вычисление кривизны и кручения в произвольной параметризации.
15. Винтовая линия. Кривизна и кручение винтовой линии.
16. Векторная функция двух скалярных аргументов (обзор). Простейшая и элементарная поверхности. Понятие об обыкновенной и особой точках поверхности. Понятие о простой поверхности. Гладкие поверхности. Система криволинейных координат на поверхности. Примеры.
17. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Уравнения касательной плоскости и нормали к некоторым поверхностям.
18. Определение первой квадратичной формы поверхности. Примеры. Вычисление длины дуги гладкой линии, лежащей на поверхности.
19. Вычисление угла между двумя гладкими линиями, лежащими на поверхности и имеющими общую точку. Вычисление площади гладкой компактной поверхности.
20. Вторая квадратичная форма поверхности. Нормальная кривизна, нормальное сечение поверхности. Индикатриса кривизны поверхности. Понятие об эллиптической, параболической, гиперболической точках.
21. Главные направления поверхности в точке. Теорема Родрига.
22. Главные кривизны поверхности. Понятие о линии кривизны. Средняя и гауссова кривизны поверхности.

Образец экзаменационного билета

1. Определение топологического пространства. Основные свойства топологии. Примеры.

2. Трехгранник Френе. Формулы Френе.
3. Задача. Найдите элементы сопровождающего трехгранника, кривизну и кручение кривой

$$x = \cos t$$

$$y = 2 \sin t$$

Критерии оценивания ответа на экзамене

1. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть билета	Количество баллов
1	Теоретический вопрос	2 балла
2	Математическая модель	1 балл
3	Реализация решения задачи	2 балла

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

7.1. Основная литература

1. Богомолов Н. В. Математика : учебник для вузов / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. – 5-е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 401 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-07001-9. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/488864> (дата обращения: 23.05.2022).
2. Бугров Я. С. Высшая математика в 3 т. Т. 2. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии: учебник для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. – 7-е изд., стер. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 281 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-03009-9. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/488877> (дата обращения: 23.05.2022).
3. Бурмистрова Е. Б. Линейная алгебра: учебник и практикум для академического бакалавриата / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 421 с. – (Бакалавр. Академический курс). – ISBN 978-5-9916-3588-2. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/508147> (дата обращения: 23.05.2022).
4. Журавлев Ю. И. Дискретный анализ. Основы высшей алгебры: учебное пособие для вузов / Ю. И. Журавлев, Ю. А. Флеров, М. Н. Вялый. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 223 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-06277-9. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/491080> (дата обращения: 23.05.2022).
5. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебник и практикум для вузов / Е. Г. Плотникова, А. П. Иванов, В. В. Логинова, А. В. Морозова ; под редакцией Е. Г. Плотниковой. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 340 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-01179-1. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/489170> (дата обращения: 23.05.2022).
6. Лубягина Е. Н. Линейная алгебра : учебное пособие для вузов / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. – 2-е изд. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 150 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-10594-0. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/495162> (дата обращения: 23.05.2022).
7. Пахомова Е. Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Сборник заданий: учебное пособие для вузов / Е. Г. Пахомова, С. В. Рожкова. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 110 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-08428-3. – Текст: электронный //

- Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/490366> (дата обращения: 23.05.2022).
8. Перельман Я. И. Занимательная геометрия / Я. И. Перельман. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 264 с. – (Открытая наука). – ISBN 978-5-534-12883-3. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/492353> (дата обращения: 23.05.2022).
 9. Попов В. Л. Аналитическая геометрия: учебник и практикум для вузов / В. Л. Попов, Г. В. Сухоцкий. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 232 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-03003-7. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/490156> (дата обращения: 23.05.2022).
 10. Потапов А. П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / А. П. Потапов. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 309 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-01232-3. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/489949> (дата обращения: 23.05.2022).
 11. Привалов И. И. Аналитическая геометрия: учебник для вузов / И. И. Привалов. – 40-е изд., стер. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 233 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-01262-0. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/490111> (дата обращения: 23.05.2022).
 12. Резниченко С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 1: учебник и практикум для вузов / С. В. Резниченко. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 302 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-02936-9. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/491081> (дата обращения: 23.05.2022).
 13. Резниченко С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 2: учебник и практикум для вузов / С. В. Резниченко. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 288 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-02938-3. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/497744> (дата обращения: 23.05.2022).
 14. Сабитов И. Х. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие для вузов / И. Х. Сабитов, А. А. Михалев. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 258 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-08941-7. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/493221> (дата обращения: 23.05.2022).
 15. Сандракова Е. В. Дифференциальные формы на гладких многообразиях: учебное пособие для вузов / Е. В. Сандракова, Е. В. Сумин. – 2-е изд. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 138 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-10988-7. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/495023> (дата обращения: 23.05.2022).
 16. Сборник задач по высшей математике в 4 ч. Часть 1: учебное пособие для вузов / А. С. Поспелов [и др.]; под редакцией А. С. Поспелова. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 355 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-02075-5. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/490873> (дата обращения: 23.05.2022).
 17. Стеклов В. А. Основы теории интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие для вузов / В. А. Стеклов. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 427 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-02124-0. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/497752> (дата обращения: 23.05.2022).

7.2. Дополнительная литература

1. Александров А.Д., Нецветаев Н.Ю. Геометрия.–М.:Наука,1990.
2. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Ч. II. – М.: Просвещение, 1987.
3. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. и др. Сборник задач по геометрии.–М.:Просвещение,1980.

4. Атанасян Л.С., Гуревич Г. Б. Геометрия Ч.2.–М.:Просвещение,1985.
5. Атанасян, С.Л. Геометрия 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие для вузов / С.Л. Атанасян, В.Г. Покровский ; под ред. С.Л. Атанасяна. – Эл. изд. – Электрон. текстовые дан. (1 файл pdf : 334 с.). – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014.–Систем. требования: Adobe Reader XI ; экран 10". - ISBN 978-5-9963-2371-5
6. Бакельман И.Я. Высшая геометрия. –М.: Просвещение,1967.
7. Бляшке Дифференциальная геометрия.
8. Вернер А. Л., Кантор Б.Е., Франгулов С.А. Геометрия. –Ч.2 СПб.: Спецлит,1997.
9. Геометрия 2 [Электронный ресурс] : учеб. пособие для вузов / С.Л. Атанасян, В.Г. Покровский, А.В. Ушаков ; под ред. С.Л. Атанасяна.–М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. –547 с.– ISBN 978-5-9963-2876-5/
10. Геометрия 2 [Электронный ресурс] : учеб. пособие для вузов / С.Л. Атанасян, В.Г. Покровский, А.В. Ушаков ; под ред. С.Л. Атанасяна.–М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. –547 с.– ISBN 978-5-9963-2876-5 Высшая геометрия / Н.В. Ефимов, - 7-е изд. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 584 с. ISBN 5-9221-0267-2
11. Геометрия: Учебник / А.П. Киселев; Под ред. Н.А. Глаголева. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. - 328 с.: 60x90 1/16. - (Библиотека физико-математической литературы для школьников и учителей). (переплет) ISBN 978-5-9221-0367-1, 1500 экз.
12. Гильберт Д. Основания геометрии. –М.: Наука, 1964.
13. Гусева Н.И. Сборник задач по геометрии: в 2 ч. – Ч. II: учебное пособие / Н.И. Гусева. Н.С. Денисова. О.Ю. Тесля. – Москва: КНОРУС, 2021. – 528 с. ISBN 978-5-406-05200-6
14. Ефимов Н.В. Высшая геометрия. – М.:Наука,1993.
15. Жафяров А.Ж. Геометрия Ч 2.–Новосибирск. Сибирское университетское издательство. – 2003.
16. Клайн М Математика. Поиск истины.–М.:Мир,1988.
17. Комацу М. Многообразие геометрии.
18. Петрова В.Т.Лекции по алгебре и геометрии. – Ч 2.М.: Владос, –1999.
19. Погорелов А.В.Дифференциальная геометрия.–М.:Наука,–1968.
20. Розендорн, Э. Р. Задачи по дифференциальной геометрии[Электронный ресурс] / Э. Р. Розендорн. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 144 с. - ISBN 978-5-9221-0821-8.

7.3.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Электронная библиотека <https://www.biblio-online.ru>.
2. Каталог образовательных Internet-ресурсов <http://window.edu.ru>.
3. Электронно-библиотечная система <http://znanium.com>.
4. Математическое бюро: решение задач по высшей математике <http://www.matburo.ru>.
5. Сайт материалов по математическим пакетам <http://www.exponenta.ru/>.

8. Материально-техническое обеспечение

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная следующим оборудованием: стандартная учебная мебель (28 учебных посадочных мест), стол и стул для преподавателя – по 1 шт., кафедра для лектора – 1 шт., доска настенная трехэлементная – 1 шт., напольный мобильный проекционный экран DA-LITE – 1 шт., мультимедиапроектор BenQ – 1 шт., ноутбук Lenovo – 1шт., колонки Genius – 1 шт.

9. Программное обеспечение

1. MicrosoftOpenLicense(WindowsXP, 7, Office 2003-2016) - Лицензия 66975477 от 03.06.2016 – в составе:

- ОС Windows

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0
Владелец: Артеменков Михаил Николаевич
Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022