

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»

Кафедра математического анализа

«Утверждаю»
Проректор по учебно-методической работе

_____ Ю.А. Устименко

«09» сентября 2021 г.

Рабочая программа дисциплины
ФТД.01. Дополнительные главы математического анализа

Направление подготовки: **11.03.01 Радиотехника**

Направленность (профиль): **Радиоэлектронные системы и комплексы**

Форма обучения: очная

Курс – 2

Семестр – 3

Всего зачетных единиц – 2, часов – 72

Форма отчетности: зачет – 3 семестр

Программу разработал: доктор физико-математических наук, профессор К.М. Расулов

Одобрена на заседании кафедры

«02» сентября 2021 г., протокол № 1

Смоленск
2021

1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Дополнительные главы математического анализа» относится к факультативным дисциплинам основной образовательной программы по направлению подготовки 11.03.01 «Радиотехника». В рамках данной дисциплины обучающиеся знакомятся с таким разделом математического анализа, как числовые и функциональные ряды.

Данная дисциплина находится в содержательно-методической и логической взаимосвязи с дисциплиной «Математический анализ». Знания, умения и навыки, приобретенные обучающимися в ходе изучения Математического анализа, являются необходимой основой для освоения факультативной дисциплины «Дополнительные главы математического анализа».

Изучение дисциплины «Дополнительные главы математического анализа» необходимо для успешного освоения профильных дисциплин, а также написания выпускной квалификационной работы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

| Компетенция | Индикаторы |
|---|---|
| ОПК-1. Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности | Знать: фундаментальные законы природы, основные законы и методы математики. Уметь: применять законы и методы математики для решения задач теоретического и прикладного характера. Владеть: навыками использования основных теорий и методов математики при решении практических задач. |

3. Содержание дисциплины

1. Числовые ряды. Понятие числового ряда. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический и геометрический ряды. Критерий Коши сходимости числового ряда. Знакоположительные ряды. Признаки сходимости знакоположительных рядов. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Признаки Лейбница, Абеля и Дирихле. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Теорема Дирихле. Теорема Римана. Бесконечные произведения.

2. Функциональные последовательности и ряды. Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Равномерная сходимость. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей и рядов. Степенные ряды. Разложение некоторых элементарных функций в степенной ряд.

3. Ряды и интеграл Фурье. Понятие об ортонормированных системах в евклидовых пространствах. Замкнутые и полные ортонормированные системы. Замкнутость тригонометрической системы и следствия из нее. Условия равномерной сходимости и почленного дифференцирования тригонометрического ряда Фурье. Понятие об общем ряде Фурье. Преобразование Фурье. Свойства преобразования Фурье. Понятие об обратном преобразовании Фурье. Интеграл Фурье.

4. Тематический план

| № п/п | Разделы и темы | Всего часов | Формы занятий | | |
|--------------|--|-------------|---------------|----------------------|------------------------|
| | | | Лекции | Практические занятия | Самостоятельная работа |
| 1 | Числовые ряды | 26 | 6 | 12 | 8 |
| 2 | Функциональные последовательности и ряды | 28 | 6 | 14 | 8 |
| 3 | Ряды и интеграл Фурье | 18 | 4 | 6 | 8 |
| ИТОГО | | 72 | 16 | 32 | 24 |

5. Виды образовательной деятельности

Занятия лекционного типа

Лекция №1. Числовые ряды

1. Понятие числового ряда.
2. Необходимый признак сходимости числового ряда.
3. Гармонический и геометрический ряды.
4. Критерий Коши сходимости числового ряда.

Лекция №2. Числовые ряды

1. Знакоположительные ряды.
2. Признаки сходимости знакоположительных рядов.
3. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.
4. Признаки Лейбница, Абеля и Дирихле.

Лекция №3. Числовые ряды

1. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
2. Теорема Дирихле.
3. Теорема Римана.
4. Бесконечные произведения.

Лекция №4. Функциональные последовательности и ряды.

1. Понятие функциональной последовательности и функционального ряда.
2. Равномерная сходимость.

Лекция №5. Функциональные последовательности и ряды.

1. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей и рядов.

Лекция №6. Функциональные последовательности и ряды.

1. Степенные ряды.
2. Разложение некоторых элементарных функций в степенной ряд.

Лекция №7. Ряды и интеграл Фурье.

1. Понятие об ортонормированных системах в евклидовых пространствах.
2. Замкнутые и полные ортонормированные системы.
3. Замкнутость тригонометрической системы и следствия из нее.
4. Условия равномерной сходимости и почленного дифференцирования тригонометрического ряда Фурье.

Лекция №8. Ряды и интеграл Фурье.

1. Понятие об общем ряде Фурье.
2. Преобразование Фурье. Свойства преобразования Фурье.
3. Понятие об обратном преобразовании Фурье.
4. Интеграл Фурье.

Занятия семинарского типа

Практическое занятие №1,2. Сходящиеся числовые ряды и их основные свойства

Первые 10 заданий из задач №№1-2 (раздел 6) [5 доп. литература].

Практическое занятие №3,4. Признаки сходимости положительных числовых рядов

Первые 10 заданий из задач №№ 3-6 (раздел 6) [5 доп. литература].

Практическое занятие №5,6. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды

Первые 10 заданий из задач №№7-8 (раздел 6) [5 доп. литература].

Практическое занятие №7,8. Основные свойства равномерно сходящихся функциональных рядов

Первые 10 заданий из задачи №№9, 11 (раздел 6) [5 доп. литература].

Практическое занятие №9,10. Радиус и область сходимости степенных рядов

Первые 10 заданий из задач №№10, 13 (раздел 6) [5 доп. литература].

Практическое занятие №11,12. Разложения основных элементарных функций в степенные ряды

Первые 20 заданий из задачи №14 (раздел 6) [5 доп. литература].

Практическое занятие № 13. Некоторые приложения степенных рядов

Первые 10 заданий из задачи №15 (раздел 6) [5 доп. литература].

Практическое занятие №14,15. Условия сходимости тригонометрических рядов Фурье.

Задания 13.1-13.5, 16.4 из части 1 [6 доп. литература].

Практическое занятие №16. Ряды Фурье для четных и нечетных функций

Задания 14.1-14.6, 16.8 из части 1 [6 доп. литература].

Самостоятельная работа

После каждого практического занятия студентам предлагается список заданий для самостоятельной проработки теоретического материала и закрепления практических навыков решения задач (они представлены в учебном пособии [7 доп. литература]). С целью их правильного и математически грамотного решения необходимо актуализировать соответствующий теоретический материал, изложенный на лекции; проанализировать практические задания, решённые на соответствующем практическом занятии; обратиться к рекомендованным литературным источникам. Задания для самостоятельной работы оформляются в рабочих тетрадях в соответствии с образцами решения аналогичных задач на лекционных и практических занятиях.

Задания для самостоятельной работы

1. Является ли сходящимся числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-2}{kn+5}$? Ответ обосновать.

2. Пользуясь признаком сравнения докажите сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{1+k^{2n}}$.

3. Исследуйте на сходимость следующие положительные ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{n(n+1)}$; б) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{k}{n \ln^2 n}$.

4. Исследуйте на сходимость знакопеременный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^3 \sqrt{kn}}$.

5. Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln n}{kn}$.

6. Используя свойства сходящихся рядов, установите сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\cos kn}{n^2} + \frac{k^n}{n!} \right).$$

7. Какой из указанных рядов сходится:

а) $k + \left(k - \frac{8-k}{8} \right) + \left(1 - \frac{27-k}{27} \right) + \dots + \left(1 - \frac{n^3-k}{n^3} \right) + \dots$ или

6) $k + k - \frac{8-k}{8} + k - \frac{27-k}{27} + \dots + k - \frac{n^3-k}{n^3} + \dots$? Ответ обосновать.

8. Определите множество сходимости ряда $x \operatorname{tg} \frac{x}{k} + x^2 \operatorname{tg} \frac{x}{k^2} + \dots + x^n \operatorname{tg} \frac{x}{k^n} + \dots$.

9. Покажите, что ряд $\frac{1}{\sqrt{1+x}} + \frac{1}{k\sqrt{1+2x}} + \dots + \frac{1}{k^{n-1}\sqrt{1+nx}} + \dots$ равномерно сходится на $\mathbf{R}_+ = (0, +\infty)$.

10. Найдите интервал и область сходимости степенного ряда $x + \frac{x^2}{2k} + \dots + \frac{x^n}{n \cdot k^{n-1}} + \dots$

11. Найдите интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+k^n}$ и исследовать поведение ряда на концах интервала сходимости.

12. Разложите в ряд Маклорена функцию $f(x) = e^{-kx^2}$.

13. Найдите разложение в ряд по степеням x функции $y = kx \operatorname{arctg} x - \ln \sqrt{1+x^2}$.

14. Пользуясь разложением функции в ряд по степеням x , вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+kx+x^2) + \ln(1-kx+x^2)}{x(e^x-1)}$.

15. Производя соответствующие действия со степенными рядами, получите разложение в ряд по степеням x функции $y = e^{kx} \sin kx$.

16. Вычислите с точностью до 0,001 интеграл $\int_0^{0,5} \frac{\operatorname{arctg} kx}{x} dx$.

17. Пользуясь разложением функции в ряд Тейлора, найдите значение четвертой производной от функции $y = \frac{x}{1+kx^2}$ при $x = 0$.

18. Разложите функцию $f(x) = \begin{cases} -k & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ k & \text{при } 0 < x \leq \pi \end{cases}$ в тригонометрический ряд Фурье на отрезке $[-\pi, \pi]$.

19. Разложите в ряд по косинусам функцию $y = kx$ на $[0, \pi]$.

20. Разложите на отрезке $[-2, 2]$ в ряд Фурье функцию $f(x) = k|x|$.

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

Текущая аттестация осуществляется на каждом практическом занятии в процессе фронтального опроса, выполнения заданий для аудиторной работы, в процессе проверки домашней самостоятельной работы.

Контрольная работа.

Образец:

1. Пользуясь признаками сравнения, исследуйте ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ на сходимость.

2. Исследуйте ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}}{5^n}$ на сходимость, используя признак Коши.

3. Исследуйте ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+2013}}$ на абсолютную и условную сходимость.

4. Определите область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n(x+4)^n}$.

5. Задайте степенной ряд, множеством сходимости которого является $(-2; 4]$.

Критерии оценивания контрольной работы

1. Нормы оценивания работы

| № п/п | Структурная часть контрольной работы | Количество баллов (*) |
|-------|---|-----------------------|
| 1 | Правильно реализован каждый метод решения в задачах | 1 балл |

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

| п/п | Оценка | Количество баллов |
|-----|---------------------|-------------------|
| 1 | Отлично | 4,75-5 |
| 2 | Хорошо | 3,75-4,5 |
| 3 | Удовлетворительно | 3-3,5 |
| 4 | Неудовлетворительно | менее 3 |

6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

Критерии получения зачета:

Зачтено – студент имеет оценки не ниже «удовлетворительно» по результатам работы на практических занятиях, по результатам выполнения заданий для самостоятельной работы; итоговая контрольная работа написана на оценку не ниже, чем удовлетворительно.

Не зачтено - студент имеет оценки «неудовлетворительно» по результатам работы на практических занятиях или по результатам выполнения заданий для самостоятельной работы; итоговая контрольная работа написана на оценку неудовлетворительно.

7. Перечень основной и дополнительной литературы

7.1. Основная литература

1. Ильин В. А. Математический анализ в 2 ч.: учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. – М.: Издательство Юрайт, 2021. – 324 с. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/469027>.

2. Никитин А.А. Математический анализ. Углубленный курс: учебник и практикум для вузов / А. А. Никитин, В. В. Фомичев. – М. : Издательство Юрайт, 2021. – 460 с. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/469171>.

7.2. Дополнительная литература

1. Чебышёв П. Л. Математический анализ / П. Л. Чебышёв; ответственный редактор И. М. Виноградов; составитель А. О. Гельфонд. – М.: Издательство Юрайт, 2020. – 393 с. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/454547>.

2. Никитин А.А. Математический анализ. Сборник задач: учебное пособие для вузов / А.А. Никитин. – М.: Издательство Юрайт, 2021. – 353 с. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/469117>.

3. Сборник задач по математическому анализу / Л.Д. Кудрявцев [и др.]. – Т. 2. – М.: Физматлит, 2010.

4. Сборник задач по математическому анализу / Л.Д. Кудрявцев [и др.]. – Т. 3. – М.: Физматлит, 2012.

5. Болотин И.Б., Полухин А.А. Числовые и функциональные ряды: планы практических занятий для студентов 2 курса направления подготовки 010400 Прикладная математика и информатика / И.Б. Болотин, А.А. Полухин; Смол. гос. ун-т. – Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2013. – 28 с.

6. Расулов К.М. Практикум по математическому анализу. Числовые и функциональные ряды. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных: учебное пособие. – Смоленск: Изд-во СОИРО, 2014.

7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Система дистанционного обучения Смоленского государственного университета <http://cdo.smolgu.ru>

2. Электронно-библиотечная система университета <http://biblioteka.smolgu.ru>

3. Национальный открытый университет <http://www.intuit.ru>

4. Образовательный математический сайт <http://exponenta.ru>

5. Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>

8. Материально-техническое обеспечение

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная стандартной учебной мебелью, настенной доской, настенным экраном, мультимедиапроектором, ноутбуком и комплектом колонок.

Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная стандартной учебной мебелью.

Помещение для самостоятельной работы – компьютерный класс с доступом к сети «Интернет» и ЭИОС СмолГУ.

9. Программное обеспечение

Microsoft Open License (Windows XP, 7, 8, 10, Server, Office 2003-2016), лицензия 66975477 от 03.06.2016 (бессрочно).

Обучающимся обеспечен доступ к ЭБС «Юрайт», а также доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0
Владелец: Артеменков Михаил Николаевич
Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022