Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»

Кафедра прикладной математики и информатики

«Утверждаю»
Проректор по учебно-
методической работе
______Ю.А. Устименко
«08» сентября 2021 г.

Рабочая программа дисциплины
Б1.О.15 Алгебра и геометрия

Направление подготовки: 09.03.03. Прикладная ин орматика
Направленность (профиль): ! н ормационные системы органи"аци# и предприяти#
Форма обучения: очная
Курс – 1,2
Семестр – 2,3
Всего зачетных единиц – 7, часов – 252
Форма отчетности: экзамен – 2,3 семестр

Программу разработала
кандидат физико-математических наук, доцент Банару Г.А.

Одобрена на заседании кафедры
«1» сентября 2021 г., протокол № 1

Заведующий кафедрой А.С. Винокурова

Смоленск
2021

1. $ есто дисциплины % стр&кт&ре ОП

«Алгебра и геометрия» относится дисциплинам к обязательной части учебного плана направление подготовки: 09.03.03. Прикладная информатика, направленность (профиль): Информационные системы организаций и предприятий.

Курс сочетает основные понятия и методы классической алгебры и классической геометрии, показывает их органическое взаимопроникновение и дополнение друг друга, позволяет сформировать у студентов представление об алгебре и геометрии, играющих важнейшую роль в построении математических моделей различного вида.

Дисциплина «Алгебра и геометрия» изучается на первом и втором курсах (во втором и третьем семестрах) и является предшествующей для других математических дисциплин. Компетенции студентов, сформированные в рамках изучения данной дисциплины, необходимы для изучения таких дисциплин, как теория вероятностей и математическая статистика, математическая логика, численные методы и др.

Изучение курса основано на традиционных методах отечественной высшей школы, тесной взаимосвязи со смежными курсами, а также на использовании современной учебной и методической литературы

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения
ОП'(1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	)нат*: основные законы естественнонаучных дисциплин, базовый аппарат алгебры и геометрии, необходимые для осуществления профессиональной деятельности; +мет*: применять знания в области естественнонаучных и математических дисциплин для проведения теоретических и экспериментальных исследований в профессиональной деятельности; ,ладет*: методами математического анализа и моделирования, теоретического исследования, навыками в области естественнонаучного и общеинженерного знания, позволяющими осуществлять исследования в профессиональной деятельности.

3. -одер.ание дисциплины

1. $но.ест%а и отобра.ения. Множества и операции над ними. Декартово произведение множеств. Бинарные отношения. Отображения. Композиция отображений. Бинарные отношения на множестве. Отношение эквивалентности.

/. Алгебраические операции. Алгебры. Алгебраические операции. Бинарные алгебраические операции. Алгебры. Группа. Кольцо. Поле.

3. $атрицы и определители. -истемы лине#ны0 &ра%нени#. Прямая и плоскост*. Матрицы и операции над ними. Понятие определителя. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке (столбцу). Обратная матрица. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Метод Крамера. Однородные системы линейных уравнений. Линейные уравнения как уравнения прямой на плоскости и уравнение плоскости в пространстве. Арифметическое n-мерное векторное пространство.

Линейная зависимость и линейная независимость систем векторов. Критерий линейной зависимости. Базис и ранг системы векторов. Ранг матрицы.

1. 'омплексные числа. Полярные координаты. Поле комплексных чисел. Комплексная плоскость. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Возведение в степень, извлечение корня. Комплексные числа и полярные координаты на плоскости.

5. Осно%ы теории гр&пп2 колец и поле#. Группа, подгруппа, критерий подгруппы. Гомоморфизмы групп. Кольцо, подкольцо, критерии подкольца. Гомоморфизмы колец. Поле, подполе. Числовые поля.

3. $ногочлены. Кольцо многочленов от одной переменной над числовым полем. Делимость в кольце многочленов. Алгоритм Евклида. Корни многочлена. Каноническое разложение многочлена. Многочлены с вещественными коэффициентами. Многочлены с рациональными коэффициентами.

1. **4**ематически# план

2 семестр

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий				
			лекции	семинары	практические занятия	лабораторные занятия	самостоятельная работа
1	Множества и отображения	20	8	0	8	0	4
2	Алгебраические операции. Алгебры.	8	2	0	2	0	4
3	Матрицы и определители. Системы линейных уравнений. Прямая и плоскость	37	16	0	16	0	5
4	Комплексные числа. Полярные координаты	16	6	0	6	0	4
	Итого	105	3/	0	3/	0	**167/6**

3 семестр

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий				
			лекции	семинары	практические занятия	лабораторные занятия	самостоятельная работа
1	Основы теории групп, колец и полей	78	28	0	10	0	40
2	Многочлены	39	8	0	8	0	23
	Итого	**111**	**33**	0	**15**	0	**337/6**

5. , иды обра"о%ател*но# деятел*ности

)анятия лекционного типа

8екции

/ семестр

*Лекция №*1.
Множества и операции над ними.

*Лекция №*2.
Прямое произведение множеств. Бинарные отношения. n-арные отношения.

*Лекция №*3.
Функциональные отношения. Функции. Композиция бинарных отношений.

*Лекция №*4.
Бинарные отношения на множестве. Отношения эквивалентности. Разбиение множества на классы.

*Лекция №*5.
Алгебраические операции. Алгебры.

*Лекция №*6.
Матрицы и операции над ними.

*Лекция №*7.
Понятие определителя. Свойства определителей.

*Лекция №*8.
Обратная матрица.

*Лекция №*9.
Системы линейных уравнений. Прямая и плоскость.

*Лекция №*10.
Методы Гаусса и Крамера решения систем линейных уравнений.

*Лекция №*11.
Однородные системы линейных уравнений.

*Лекция №*12.
Арифметическое n-мерное векторное пространство. Линейная зависимость и линейная независимость систем векторов.

*Лекция №*13.
Базис и ранг системы векторов. Ранг матрицы.

*Лекция №*14.
Поле комплексных чисел. Комплексная плоскость. Алгебраическая форма комплексного числа.

*Лекция №*15.
Тригонометрическая формы комплексного числа. Возведение в степень. Извлечение корней из комплексных чисел

*Лекция №*16.
Комплексные числа и полярные координаты на плоскости.

3 семестр

*Лекции №*1-2.
Группа, аддитивная и мультипликативная терминология. Абелевы группы. Группа преобразований. Простейшие свойства групп. Подгруппа. Критерий подгруппы. Разложение группы по подгруппе. Смежные классы. Нормальный делитель группы. Фактор-группа.

*Лекции №*3-4.
Гомоморфизмы групп и их виды. Ядро гомоморфизма. Изоморфные группы. Свойства гомоморфизмов. Теорема о гомоморфном образе группы. Теорема о гомоморфизмах групп.

*Лекции №*5-6.
Кольцо. Ассоциативные и коммутативные кольца. Кольца с единицей и без. Простейшие свойства колец. Подкольцо. Критерий подкольца. Делители нуля. Область целостности. Обратимые элементы кольца. Ассоциированные элементы области целостности. Простые и составные элементы области целостности.

*Лекции №*7-8.
Поле. Простейшие свойства поля. Подполе. Критерий подполя. Числовые поля.

*Лекции №*9-10
Идеалы колец. Главные идеалы. Кольца главных идеалов. Евклидовы кольца. Операции над идеалами. Делимость идеалов. НОК и НОД идеалов кольца.

Лекции 11-12.
Гомоморфизмы колец и их виды. Ядро гомоморфизма. Изоморфные кольца. Свойства гомоморфизмов колец. Теорема о гомоморфном образе кольца. Теорема о гомоморфизмах колец.

Лекции 13-14.
Факториальные кольца. НОК И НОД элементов кольца.
Поле частных области целостности. Кольцо многочленов над факториальным кольцом. Понятие о расширениях полей.

Лекции 15.
Кольцо многочленов от одной переменной над числовым полем. Делимость в кольце многочленов. Деление с остатком в кольце многочленов. Алгоритм Евклида и его применение при вычислении НОД и НОК двух многочленов.

Лекция №16.
Корни многочлена. Схема Горнера и её применения.

Лекция №17.
Разложение многочлена на неприводимые множители над полем **-**. Разложение многочлена на неприводимые множители над полем действительных чисел **9**.

Лекция №18

Многочлены с действительными коэффициентами и их корни. Разложение многочлена на неприводимые множители над полем рациональных чисел $\boldsymbol{Q}$. Критерий Эйзенштейна (без доказательства).

)анятия семинарского типа

Практические "анятия

/ семестр

)анятие : 1;/. Множества и операции над ними. Прямое произведение множеств. Бинарные отношения. n-арные отношения.

4еоретические %опросы<

1. Что такое множество?

2. Каковы основные способы задания множеств?

3. Что означает предложение: «Множество А является подмножеством множества В»?

4. В каком случае два множества называются равными?

5. Какие операции на множествах существуют?

6. Что называется упорядоченной парой элементов a и b?

7. Что такое декартово произведение множеств А и В?

8. Что называется бинарным отношением между множествами А и В?

9. Как задаются область определения и область значения бинарного отношения?

10. В каком случае два n-местных кортежа считаются равными?

Практическое занятие разработано в пособии: Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры. Смоленск: СмолГУ, 2016.

)анятие : 3;1. Функциональные отношения. Функции. Композиция бинарных отношений. Бинарные отношения на множестве. Отношения эквивалентности. Разбиение множества на классы.

4еоретические %опросы<

1. Какое отношение называется функцией?

2. Что такое инъекция?

3. Что называется сюръективным отображением?

4. В каких случаях отображение называется взаимно однозначным соответствием?

5. Что такое композиция? Перечислите ее свойства.

6. Перечислите свойства бинарных отношений.

7. Какое бинарное отношение на множестве называется отношением не/строгого порядка?

8. Что называется разбиением множества на классы?

9. Что такое фактор-множество?

Практическое занятие разработано в пособии: Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры. Смоленск: СмолГУ, 2016.

)анятие : 5;3. Алгебраические операции. Алгебры.

4еоретические %опросы<

1. Какая бинарная алгебраическая операция на множестве *A* называется коммутативной?

2. В каком случае бинарную алгебраическую операцию на заданном множестве называют ассоциативной?

3. Что такое алгебраическая система?

4.Ч то такое алгебра? Модель?

5.Ч то понимается под ограничением алгебраической операции?

6. Что такое группа?

Практическое занятие разработано в пособии: Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры. Смоленск: СмолГУ, 2016.

)анятие : 6;5. Матрицы и операции над ними.

4еоретические %опросы<

1. Что называется матрицей размера n*m?

2. Что такое сумма матриц? Перечислите свойства сложения матриц.

3. Что называется произведением матрицы А на число t? Перечислите свойства умножения матрицы на число.

4. Что такое произведение матрицы А на матрицу В? Перечислите свойства произведения матриц.

Практическое занятие разработано в пособии: Зуев А.М. Линейная алгебра. Задачник-практикум., Смоленск: СмолГУ, 2007.

)анятие : 9;10. Понятие определителя. Свойства определителей.

4еоретические %опросы<

1. Что такое определитель матрицы второго порядка?

2. Что называется транспонированием матрицы размера n*m?

3. Перечислите основные свойства определителя.

Практическое занятие разработано в пособии: Зуев А.М. Линейная алгебра. Задачник-практикум., Смоленск: СмолГУ, 2007.

)анятие : 11;1/. Обратная матрица.

4еоретические %опросы<

1. Сформулируйте определение обратной матрицы.

2. Составьте алгоритм нахождения обратной матрицы.

Практическое занятие разработано в пособии: Зуев А.М. Линейная алгебра. Задачник-практикум., Смоленск: СмолГУ, 2007.

)анятие : 13;11. Системы линейных уравнений.

4еоретические %опросы<

1. Сформулируйте определение понятия системы n линейных уравнений с m неизвестными.

2. Что называется решением системы линейных уравнений?

3. В каком случае СЛУ считается однородной/неоднородной?

4. Какая система линейных уравнений называется совместной?

5. Что такое эквивалентные СЛУ?

6. В чем заключается метод Гаусса решения систем линейных уравнений?

Практическое занятие разработано в пособии: Зуев А.М. Линейная алгебра. Задачник-практикум., Смоленск: СмолГУ, 2007.

)анятие : 15;13. Поле комплексных чисел. Комплексная плоскость. Алгебраическая форма комплексного числа.

4еоретические %опросы<

1. Что называется комплексным числом?

2. Что такое действительная и мнимая часть комплексного числа? Приведите примеры.

3. Какие комплексные числа называются сопряженными?

4. В каком случае два комплексных числа, записанных в алгебраической форме, называются равными?

5. Как определяется сумма, разность, произведение и частное комплексных чисел? Приведите примеры.

6. Что называется главным аргументом комплексного числа?

7. Как задаются все аргументы комплексного числа?

8. Какими свойствами обладает модуль комплексного числа?

9. Какая форма записи комплексного числа называется тригонометрической?

Практическое занятие разработано в пособии: Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры. Смоленск: СмолГУ, 2016.

3 семестр

)анятие : 1. Группа. Подгруппа. Критерий подгруппы.

4еоретические %опросы<

1.В каком случае группа называется аддитивной, мультипликативной?

2.Перечислите свойства групп.

3.Сформулируйте критерии подгруппы.

)адания для а&диторно# работы<

1. Является ли данная пара группой?

1) $\langle N, - \rangle$;

2) $\langle Q, - \rangle$;

3) $\langle N, + \rangle$;

4) $\langle Q, + \rangle$;

5) $\langle R_+ \cup \{0\}, + \rangle$;

6) $\langle R_+, \cdot \rangle$;

7) $\langle [1; +\infty), \cdot \rangle$;

8) $\langle Z, \ast \rangle$, где $a \ast b = a + b + 18$;

9) $\left\langle \left\{ \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{pmatrix} \middle| \, x, y \in R_+ \right\}, \cdot \right\rangle$;

10) $\langle K, + \rangle$, где K – множество геометрических векторов плоскости, «+» – обычная операция сложения векторов.

(В заданиях 1) – 7) – обычные арифметические операции, в 8) – обычное умножение матриц).

2. Составить для следующих пар таблицы Кэли. Какие из этих пар являются группами?

1) $\langle S_2, \circ \rangle$;

2) $\langle S_3, \circ \rangle$;

3) $\langle \{E, S_l\}, \circ \rangle$;

4) $\langle \{f_1, f_2, f_3, f_4\}, \circ \rangle$, где $f_1 = x$, $f_2 = \dfrac{x-1}{x+1}$, $f_3 = -\dfrac{1}{x}$, $f_4 = -\dfrac{x+1}{x-1}$.

(«$\circ$» – операция композиции, S_2 и S_3 – множества подстановок второй и третьей степени соответственно, S_l – осевая симметрия плоскости относительно заданной прямой l, E – тождественное преобразование плоскости).

3. Указать все подгруппы групп из задачи 2.

4. Доказать, что в аддитивной абелевой группе для любых ее элементов a, b и c выполняются равенства:

1) $(a+b)-c = a+(b-c)$;

2) $(a+b)-(a+c) = b-c$;

3) $(a+b)-c = a-(c-b)$;

4) $(a-b)-c = (a-c)-b$;

5) $c-(a+b)=(c-a)-b$.

(Здесь $a-b=a+(-b)$ по определению).

5.Доказать, что коммутативная полугруппа $\langle A,\ast\rangle$, в которой уравнение $a\ast x=b$ однозначно разрешимо для любых a и b, является группой.

)адания для самостоятел*но# работы<

№1. Является ли данная пара группой?

1) $\langle R,\ast\rangle$, где $a\ast b=\sqrt[3]{a^3+b^3+1}$;

2) $\left\langle \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \middle| x,y\in R \right\},+ \right\rangle$;

3) $\left\langle \left\{ (a,b) \middle| a,b\in R \,\&\, b\neq 0 \right\},\ast \right\rangle$, где $(a,b)\ast(c,d)=(ad+bc,bd)$.

№2.G $=\langle G,\ast\rangle$ – группа, e – ее нейтральный элемент. Доказать, что если для любого элемента a из G имеет место равенство $a\ast a=e$, то группа G является абелевой.

3. Доказать, что пересечение любого множества подгрупп данной группы также образует ее подгруппу.

4. Доказать, что множество невырожденных квадратных матриц второго порядка с действительными элементами образует мультипликативную группу.

5. Доказать, что множество квадратных матриц второго порядка с действительными элементами, определитель которых равен единице, образует подгруппу группы из предыдущей задачи.

)анятие : /. Гомоморфизмы групп.

4еоретические %опросы<

1.Что такое гомоморфное отображение?

2.Перечислите свойства гомоморфизмов групп.

3.Что называется ядром гомоморфизма?

)адания для а&диторно# работы<

1. Является ли f гомоморфизмом аддитивной группы матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, где $a,b\in Z$, в аддитивную группу целых чисел? Если да, найти его ядро. Является ли f мономорфизмом, эпиморфизмом, изоморфизмом?

1) $f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right)=\dfrac{a}{b}$;

2) $f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right)=|a|$;

3) $f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right)=3a$.

2. Является ли $f(x)=\cos x+i\sin x$ гомоморфизмом аддитивной группы действительных чисел в мультипликативную группу комплексных чисел, модуль каждого из которых равен единице. Если да, найти $Ker\, f$. Является ли f мономорфизмом, эпиморфизмом, изоморфизмом?

3. Доказать, что мультипликативная группа положительных рациональных чисел не изоморфна аддитивной группе рациональных чисел.

4. Доказать, что аддитивная группа матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, где $a, b \in Z$, не изоморфна аддитивной группе целых чисел.

5. Доказать, что соответствие, сопоставляющее каждой подстановке n-ой степени ее знак, является гомоморфизмом группы подстановок n-ой степени в группу $\langle \{-1,1\}, \cdot \rangle$. Найти ядро этого гомоморфизма.

6. Доказать, что не существует эпиморфизма аддитивной группы рациональных чисел в аддитивную группу целых чисел.

)адания для самостоятел*но# работы<

1. Является ли f гомоморфизмом аддитивной группы матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, где $a, b \in Z$, в аддитивную группу целых чисел? Если да, найти его ядро. Является ли f мономорфизмом, эпиморфизмом, изоморфизмом?

1) $f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right)=2a+b$;

2) $f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right)=2a+1$.

2. Доказать, что следующие группы изоморфны:

1) аддитивная группа целых чисел и аддитивная группа целых чисел, кратных данному натуральному числу n;

2) аддитивная группы матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, где $a, b \in Z$, и аддитивная группа чисел вида $k+m\sqrt{2}$, где $k, m \in Z$;

3) аддитивная группы действительных чисел и мультипликативная группа положительных действительных чисел;

4) группа симметрий правильного треугольника и группа подстановок третьей степени.

3. Доказать, что гомоморфизм, в ядре которого содержится более одного элемента, не является мономорфизмом.

4. Пусть G – абелева группа. Доказать, что соответствие, определяемое равенством $\varphi(a)=a'$, является автоморфизмом группы G.

5. Доказать, что соответствие, сопоставляющее каждой матрице значение ее определителя, является гомоморфизмом мультипликативной группы невырожденных квадратных матриц второго порядка с действительными элементами в

мультипликативную группу отличных от нуля действительных чисел. Найти ядро этого гомоморфизма.

)анятие : 3. Кольцо. Подкольцо. Критерии подкольца.

4еоретические %опросы<

1.Что называется кольцом?

2.Перечислите основные свойства кольца.

3.Что такое подкольцо кольца К?

4.Сформулируйте два критерия подкольца.

)адания для а&диторно# работы<

1. Образует ли данное множество кольцо по указанным операциям? Если да, то какими свойствами кольцо обладает? (В случае, когда операции не указаны, подразумеваются арифметические сложение и умножение чисел.)

1) Множество целых чисел.
2) Множество рациональных чисел.
3) Множество иррациональных чисел.
4) Множество чисел вида $a+b\sqrt{3}$ с рациональными a и b.
5) Множество комплексных чисел вида $a+bi$ с целыми a и b.
6) Множество квадратных матриц третьего порядка с целыми элементами относительно операций сложения и умножения матриц.
7) Множество комплексных чисел вида $a+bi$ с целыми нечетными a и b.
8) Множество многочленов от одной переменной с целыми коэффициентами относительно обычных операций сложения и умножения многочленов.
9) Множество многочленов от двух переменных x и y с действительными коэффициентами относительно обычных операций сложения и умножения многочленов.
10) Множество вещественнозначных функций, определенных и непрерывных на данном отрезке $\left[a,b\right]$, относительно обычных операций сложения и умножения функций.
11) Множество геометрических векторов трехмерного пространства относительно операций сложения векторов и векторного умножения.

2. Привести пример:

1) не ассоциативного кольца;
2) не коммутативного кольца;
3) кольца без единицы.

3. Доказать, что в кольце, состоящем из n элементов, для каждого элемента a выполняется равенство $na=0$.

4. Доказать, что если элемент a кольца перестановочен с элементами b и c, то он перестановочен также с элементами $b+c$ и $b\cdot c$.

5. Привести пять примеров числовых колец.

6. Образуют ли данные множества числовые кольца?

1) $\left\{ a+b\sqrt{7} \,\middle|\, a,b\in Z \right\}$;
2) $\left\{ a+b\sqrt{7} \,\middle|\, a,b\in Q \right\}$;

3) $\left\{ a+b\sqrt{2}+c\sqrt{3} \mid a,b,c\in Q \right\}$;

4) $\left\{ a+bi\sqrt{2} \mid a,b\in Z \right\}$.

)адания для самостоятел*но# работы<

1. Образует ли данное множество кольцо по указанным операциям? Если да, то какими свойствами кольцо обладает?

1) Множество чисел вида $a+b\sqrt{3}$ с целыми a и b относительно обычных операций сложения и умножения чисел.

2) Множество матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$, где $a,b,c\in Q$, относительно сложения и умножения матриц.

3) Множество матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ 3b & a \end{pmatrix}$, где $a,b\in R$, относительно сложения и умножения матриц.

4) Множество квадратных матриц второго порядка с действительными элементами относительно обычной операции сложения матриц и операции $\otimes$, если

$$A\otimes B = A\cdot B + B\cdot A.$$

5) Множество R^2 по операциям $\oplus$ и $\otimes$, если

$$(a,b)\oplus(c,d)=(a+c,b+d);$$

$$(a,b)\otimes(c,d)=(a\cdot c,b\cdot d).$$

(В правых частях равенств – обычные арифметические операции.)

2. Может ли:

1) у ассоциативного кольца быть не ассоциативное подкольцо;
2) у коммутативного кольца быть не коммутативное подкольцо;
3) у кольца с единицей быть подкольцо без единицы;
4) у не ассоциативного кольца быть ассоциативное подкольцо;
5) у не коммутативного кольца быть коммутативное подкольцо;
6) у кольца без единицы быть подкольцо с единицей?

3. Привести по три примера нетривиальных подколец колец Z[i] и R[x].

)анятие : 1. Поле. Числовые поля.

4еоретические %опросы<

1.Что такое поле?

2.Перечислите основные свойства поля.

3.Что называется подполем поля P?

4.Сформулируйте три критерия подполя.

Задания для аудиторной работы:

1.Доказать, что множество матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ -2b & a \end{pmatrix}$, где $a,b\in R$, образует поле по обычным матричным операциям.

2. Доказать, что множество чисел вида $a+bi\sqrt{5}$, где $a,b\in Q$, образует числовое поле.

3. Доказать, что поле рациональных чисел не имеет подполей, отличных от себя.

4. Доказать, что всякое числовое поле содержит в качестве подполя поле рациональных чисел.

5. Доказать, что поле из чисел вида $a+b\sqrt{2}$, где $a,b\in Q$, имеет только два подполя – себя и =.

)адания для самостоятел*но# работы<

1. Является ли полем тройка $\langle \{0,1\},\oplus,\otimes \rangle$, если операции $\oplus$ и $\otimes$ заданы следующими таблицами Кэли?

$\otimes$	0	1
0	0	0
1	0	1

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

2. Привести три примера числовых полей, «лежащих между» Q и R.

)анятие : 5. Гомоморфизмы колец и полей.

4еоретические %опросы<

1.Что называется гомоморфизмом кольца?

2.Перечислите основные свойства, связанные с гомоморфизмом колец/полей.

Задания для аудиторной работы:

1.Является ли f гомоморфизмом кольца матриц вида $\begin{pmatrix} a & b & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & d \end{pmatrix}$, где $a, b, c, d \in R$, в кольцо матриц вида $\begin{pmatrix} x & y \\ 0 & z \end{pmatrix}$, где $x, y, z \in R$, если:

1) $f\left(\begin{pmatrix} a & b & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & d \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & d \end{pmatrix}$;

2) $f\left(\begin{pmatrix} a & b & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & d \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$?

Является ли f мономорфизмом, эпиморфизмом, изоморфизмом?

2. Доказать, что множество матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$, где $a, b \in R$, образует поле по обычным матричным операциям, причем это поле изоморфно полю комплексных чисел.

3. Доказать, что поле рациональных чисел допускает только один автоморфизм – тождественный.

4. Может ли при каком-либо автоморфизме поля действительных чисел число $\sqrt[3]{2}$ отобразиться в число $\sqrt[3]{5}$?

5. Доказать, что отображение $f: z \to \bar{z}$ является автоморфизмом поля комплексных чисел.

6. Доказать, что поля = >$\sqrt{3}$? и = >$\sqrt{7}$] изоморфны.

7. Пусть φ – некоторый ненулевой гомоморфизм поля @ в поле **A**. Доказать, что образ @ при φ образует подполе поля **A**.

8. Найти все автоморфизмы поля комплексных чисел, переводящие каждое действительное число в себя.

9. ' = $\langle K, +, \cdot \rangle$ – кольцо с единицей e. Доказать, что соответствие φ, определяемое равенством $\varphi(n) = ne$, является гомоморфизмом кольца целых чисел в кольцо '.

)адания для самостоятел*но# работы<

1. Доказать, что f является эпиморфизмом кольца матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$, где $a,b,c \in R$, в кольцо действительных чисел, если $f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}\right) = a$.

Является ли f изоморфизмом?

2. Является ли f гомоморфизмом кольца матриц вида $\begin{pmatrix} a & 5b \\ b & a \end{pmatrix}$, где $a,b \in Q$, в кольцо = > $\sqrt{5}$?, если $f\left(\begin{pmatrix} a & 5b \\ b & a \end{pmatrix}\right) = a + (a+b)\sqrt{5}$?

Изоморфны ли эти кольца?

3. Может ли кольцо матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$, где $a,b,c \in R$, быть изоморфно какому-либо числовому кольцу?

4. Задать два различных гомоморфизма кольца **B**>C? в кольцо целых чисел.

)анятие : 3. Кольцо многочленов от одной переменной над числовым полем. Делимость в кольце многочленов. Деление с остатком в кольце многочленов. Алгоритм Евклида и его применение при вычислении НОД и НОК двух многочленов.

4еоретические %опросы<

1.Что называется многочленом от одной переменной над кольцом K?

2.Сформулируйте определение делимости в кольце многочленов.

3.Что такое НОД и НОК двух многочленов?

4.Как реализуется алгоритм Евклида?

)адания для а&диторно# работы<

№1.Выполнить деление с остатком:

а) $2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5x + 6$ на $x^2 - 3x + 1$;

б) $x^3 - 3x^2 - x - 1$ на $3x^2 - 2x + 1$.

№2.При каком условии полином $x^3 + px + q$ делится на полином вида $x^2 + mx - 1$?

№3.Определите наибольший общий делитель для полиномов:

а) и $x^3 + x^2 - x - 1$;

б) $x^5 + x^4 - x^3 - 2x - 1$ и $3x^4 + 2x^3 + x^2 + 2x - 2$;

в) $x^6 - 7x^4 + 8x^3 - 7x + 7$ и $3x^5 - 7x^3 + 3x^2 - 7$.

№4.Определите наименьшее общее кратное для полиномов:

а) $x^4 - x^3 + 2x - 2$ и $x^3 - 3$;

б) $x^5 + x^4 + 1$ и $x^4 + 1$;

в) $3x^3 - 2x^2 + x + 2$ и $x^2 - x + 1$.

)адания для самостоятел*но# работы<

№1.Выполнить деление с остатком:

а) $x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8$ на $x - 1$;

б) $4x^3 + x^2$ на $x + 1 + i$.

№2.При каком условии полином $x^4 + px^2 + q$ делится на полином вида $x^2 + mx + 1$?

№3.Определите наибольший общий делитель для полиномов:

а) $x^5 - 2x^4 + x^3 - 7x^2 - 12x + 10$ и $3x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 2x - 2$;

б) $x^6 + 2x^5 - 4x^3 - 3x^2 + 8x - 5$ и $x^3 + x^2 - x + 1$;

в) $x^5 + 3x^4 - 12x^3 - 52x^2 - 52x - 12$ и $x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 22x - 12$.

№4.Определите наименьшее общее кратное для полиномов:

а) $x^5 - 5x^4 - 2x^3 + 12x^2 - 2x + 12$ и $x^2 + 1$;

б) $2x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 5x + 2$ и $x^2 - 5x + 1$;

в) $3x^6 - 3x^4 + 7x^3 - 6x + 2$ и $x^4 - 2x^2 + 4$.

)анятие : 6. Корни многочлена. Схема Горнера и её применения.

4еоретические %опросы<

№1.Что называется корнем многочлена?

№2.Сформулируйте основную теорему алгебры.

№3.В чем суть метода (построения схемы) Горнера?

)адания для а&диторно# работы<

№1.Показать, что $x = 0, x = -1$ являются корнями многочлена $f(x) = x^3 + 2x^2 + x$, и определить их кратность.

№2.Пользуясь схемой Горнера, вычислить $f(x_0)$:

а) $f(x) = x^5 - 4x^3 + 6x^2 - 8x + 10, x_0 = 2$;

б) $f(x) = x^4 - 3ix^3 - 4x^2 + 5ix - 1, x_0 = 1 + 2i$.

№3.Пользуясь схемой Горнера, разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - x_0$:

а) $f(x) = x^4 + 2ix^3 - (1+i)x^2 - 3x + 7 + i, x_0 = -i$;

б) $f(x) = x^4 + (3 - 8i)x^3 - (21 + 18i)x^2 - (33 - 20i)x + 7 + 18i, x_0 = -1 + 2i$.

№4.Посредством схемы Горнера разложить по степеням x:

$f(x) = (x-2)^4 + 4(x-2)^3 + 6(x-2)^2 + 10(x-2) + 20$.

)адания для самостоятел*но# работы<

№1.Пользуясь схемой Горнера, вычислить $f(x_0)$:

а) $f(x) = x^5 - 4x^3 + 6x^2 - 8x + 10, x_0 = 2$;

б) $f(x) = x^4 - 3ix^3 - 4x^2 + 5ix - 1, x_0 = 1 + 2i$.

№2.Пользуясь схемой Горнера, разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - x_0$:

а) $f(x) = x^4 + 2ix^3 - (1+i)x^2 - 3x + 7 + i, x_0 = -i;$

б) $f(x) = x^4 + (3-8i)x^3 - (21+18i)x^2 - (33-20i)x + 7 + 18i, x_0 = -1+2i.$

№3.Посредством схемы Горнера разложить по степеням x:

$f(x) = (x-2)^4 + 4(x-2)^3 + 6(x-2)^2 + 10(x-2) + 20.$

)анятие : 5. Разложение многочлена на неприводимые множители над полем С. Разложение многочлена на неприводимые множители над полем действительных чисел R.

4еоретические %опросы<

1.В каком случае многочлен неприводим над полем С?

2.В каком случае многочлен не разлагается на множители над полем R?

)адания для а&диторно# работы<

№1.Разложить на неприводимые множители над полем С следующие многочлены:

а) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$;

б) $x^4 + 4$;

в) $x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 1.$

№2.Разложить на неприводимые множители над полем R следующие многочлены:

А) $x^4 + 4$;

Б) $x^6 + 27$;

В) $x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 1.$

№3.Построить многочлены наименьшей степени над полем С под данным корням:

А)корень 1 кратности 2 и корни 2, 3, 1+I кратности 1;

Б)корень кратности 3 и корни 3, 4 кратности 1.

№4.Найти условия для натуральных чисел m, n, p, при которых многочлен $x^{3m} - x^{3n+1} + x^{3p+2}$ делится на $x^2 - x + 1$.

)адания для самостоятел*но# работы<

№1.Разложить на неприводимые множители над полем C следующие многочлены:

а) $2x^3 - 3x^2 + 12x - 5$;

б) $x^4 + 16$;

в) $x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 1.$

№2.Разложить на неприводимые множители над полем R следующие многочлены:

А) $x^4 + 5$;

Б) $x^6 + 1$;

В) $x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 1.$

№3.Построить многочлены наименьшей степени над полем C под данным корням: корень i кратности 2 и корень $-1-i$ кратности 1.

№4.Найти условия для натуральных чисел m, n, p, при которых многочлен $x^{3m} + x^{3n+1} + x^{3p+2}$ делится на $x^4 + x^2 + 1$.

)анятие : 9. Многочлены с действительными коэффициентами и их корни. Разложение многочлена на неприводимые множители над полем рациональных чисел Q. Критерий Эйзенштейна (без доказательства).

4еоретические %опросы<

1.Сформулируйте теорему корнях многочлена с действительными коэффициентами.

2.Сформулируйте критерий Эйзенштейна.

)адания для а&диторно# работы<

№1. Доказать неприводимость над полем Q следующих многочленов:

А) $x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 6x + 2$;

Б) $x^5 - 12x^3 + 36 - 12$.

: /. Докажите, что многочлен $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ неприводим над полем Q.

№3.Разложить на действительные множители 1-й и 2-й степени следующие многочлены:

А) $x^5 - 1$;

Б) $x^6 - 1$;

В) $x^6 + 1$;

DE $x^8 - 1$.

)адания для самостоятел*но# работы<

№1. Разложить на действительные множители 1-й и 2-й степени следующие многочлены:

А) $x^4 + 1$;

Б) $x^4 + x^2 + 1$;

В) $x^4 + 3x^2 + 1$.

№2. Доказать неприводимость над полем Q следующих многочленов:

А) $x^4 - x^3 + 2x + 1$;

Б) $x^3 + 2x^2 - x + 3$.

№3.Доказать, что многочлен $f(x)$ с целочисленными коэффициентами, для которого $f(0)$ и $f(1)$ - нечетные числа, не имеет целочисленных корней.

- амостоятел*ная работа

Текущая самостоятельная работа студента направлена на углубление и закрепление знаний студентов и развитие их практических умений. Она заключается в работе с лекционными материалами, поиске и обзоре литературы и электронных источников, информации по заданным темам курса, опережающей самостоятельной работе, в изучении тем, вынесенных на самостоятельную проработку, подготовке к лабораторным занятиям.

Самостоятельная внеаудиторная работа студентов состоит в проработке лекционного материала, составлении конспекта лекций по темам, вынесенным на самостоятельное изучение; выполнении домашних заданий.

Задания для самостоятельной работы

Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры. Смоленск: СмолГУ, 2016.

№№ 1,2,3,4,6 (стр.9); №№ 2,3,4.5 (стр.14); №№ 2,3,4.5 (стр.18); №№ 1,2,3,4.6 (стр.24); №№ 1,2,3 (стр.27); №№ 1,2,3 (стр.31); №№ 4.5 (стр.32); №№ 1,2,3,4.5 (стр.34); №№ 1,2,3 (стр.41); №№ 1,2,3,4(стр.44).

№1.Выполнить деление с остатком:

а) $x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8$ на $x - 1$;

б) $4x^3 + x^2$ на $x + 1 + i$.

№2.При каком условии полином $x^4 + px^2 + q$ делится на полином вида $x^2 + mx + 1$?

№3.Определите наибольший общий делитель для полиномов:

а) $x^5 - 2x^4 + x^3 - 7x^2 - 12x + 10$ и $3x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 2x - 2$;

б) $x^6 + 2x^5 - 4x^3 - 3x^2 + 8x - 5$ и $x^3 + x^2 - x + 1$;

в) $x^5 + 3x^4 - 12x^3 - 52x^2 - 52x - 12$ и $x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 22x - 12$.

№4.Определите наименьшее общее кратное для полиномов:

а) $x^5 - 5x^4 - 2x^3 + 12x^2 - 2x + 12$ и $x^2 + 1$;

б) $2x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 5x + 2$ и $x^2 - 5x + 1$;

в) $3x^6 - 3x^4 + 7x^3 - 6x + 2$ и $x^4 - 2x^2 + 4$.

№5.Пользуясь схемой Горнера, вычислить $f(x_0)$:

а) $f(x) = x^5 - 4x^3 + 6x^2 - 8x + 10, x_0 = 2$;

б) $f(x) = x^4 - 3ix^3 - 4x^2 + 5ix - 1, x_0 = 1 + 2i$.

№6.Пользуясь схемой Горнера, разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - x_0$:

а) $f(x) = x^4 + 2ix^3 - (1+i)x^2 - 3x + 7 + i, x_0 = -i$;

б) $f(x) = x^4 + (3 - 8i)x^3 - (21 + 18i)x^2 - (33 - 20i)x + 7 + 18i, x_0 = -1 + 2i$.

№7.Посредством схемы Горнера разложить по степеням x:

$f(x) = (x-2)^4 + 4(x-2)^3 + 6(x-2)^2 + 10(x-2) + 20$.

№8.Разложить на неприводимые множители над полем C следующие многочлены:

а) $2x^3 - 3x^2 + 12x - 5$;

б) $x^4 + 16$;

в) $x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 1$.

№9.Разложить на неприводимые множители над полем R следующие многочлены:

А) $x^4 + 5$;

Б) $x^6 + 1$;

В) $x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 1$.

№10. Разложить на действительные множители 1-й и 2-й степени следующие многочлены:

А) $x^4 + 1$;

Б) $x^4 + x^2 + 1$;

В) $x^4 + 3x^2 + 1$.

№11. Доказать неприводимость над полем Q следующих многочленов:

А) $x^4 - x^3 + 2x + 1$;

Б) $x^3 + 2x^2 - x + 3$.

3. ' ритерии оцени%ания ре"&л*тато% ос%оения дисциплины Fмод&ляE

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

(Должны быть указаны формы текущего контроля, примеры оценочных средств и критерии оценивания)

' онтрол*ные работы

/ семестр

Образец контрольной работы №1

1. Задать U. Найти $\overline{A}$, $\overline{B}$, $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \Delta B$, если: $A = \{1,2,3,4,5\}$, $B = \{2,4,6\}$.

2. ρ – бинарное отношение между множествами A и B. Построить его матрицу и граф. Найти область определения и область значений ρ. Построить отношение ρ^{-1}, если $A = \{1,2,3,4,5\}$, $B = \{a,b,c,d\}$, $\rho = \{(1,a),(2,b),(3,c),(4,a),(5,b)\}$.

3. Является ли отношение ρ из задачи 2 функциональным отношением, функцией, инъекцией, сюръекцией, биекцией?

4. Доказать, что ρ – отношение эквивалентности. Построить фактор-множество. $\rho = \{(x,y) |\ x, y \in Z \ \& \ |x| = |y|\}$.

5. Доказать, что множество целых чисел, кратных трем, образует абелеву группу по обычной арифметической операции сложения.

' ритерии оцени%ания контрол*но# работы

1. Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно реализован каждый метод решения	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

Образец контрольной работы №2

1. Сформулируйте основные свойства определителей и приведите доказательство одного из них.

2. Решите двумя способами (методом Гаусса и методом Крамера) систему уравнений $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 3 \\ x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 7 \end{cases}$

3. Является ли система векторов $A_1 = (1; 2; 3)$, $A_2 = (0; 3; -2)$, $A_3 = (1; -1; 1)$ линейно зависимой или линейно независимой?

4. Найдите A^{-1}, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

5. Решите матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

' ритерии оцени%ания контрол*но# работы

1. Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно реализован каждый метод решения	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

3 семестр

Образец контрольной работы №1

1. Является ли данная пара группой?

1) $\langle N, - \rangle$;

2) $\langle N, + \rangle$;

3) $\langle Z, * \rangle$, где $a * b = a + b + 18$.

2. Докажите, что множество чисел вида $a + b\sqrt{7}$, где a и b – рациональные числа, образует кольцо по обычным арифметическим операциям сложения и умножения. Какими свойствами это кольцо обладает? Является ли оно полем?

3. Докажите, что всякая группа, содержащая четыре элемента является абелевой.

4. Доказать, что изоморфны аддитивная группа целых чисел и аддитивная группа целых чисел, кратных данному натуральному числу n.

5. Образует ли множество квадратных матриц третьего порядка с целыми элементами относительно операций сложения и умножения матриц кольцо? Если да, то какими свойствами кольцо обладает?

' ритерии оцени%ания контрол*но# работы

3. Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно реализован каждый метод решения	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

4. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

Образец контрольной работы №2

1. Доказать, что множество чисел вида $\sqrt{}$

16. Системы линейных уравнений и задачи о взаимном расположение прямых и плоскостей.
17. Однородные системы линейных уравнений.
18. Арифметическое n-мерное векторное пространство.
19. Линейная зависимость и линейная независимость систем векторов. Критерий линейной зависимости.
20. Базис и ранг системы векторов. Ранг матрицы.
21. Поле комплексных чисел. Комплексная плоскость.
22. Алгебраическая форма комплексного числа.
23. Тригонометрическая формы комплексного числа.
24. Возведение в степень комплексных чисел, извлечение корней.
25. Полярные координаты на плоскости.

Практические "адания на Gк"амен

Полный список задач к экзамену находится на кафедре.

Образец экзаменационного билета

1. Бинарные отношения на множестве. Отношение эквивалентности.
2. Базис и ранг системы векторов. Ранг матрицы.
3. Задать U. Найти $\overline{A}$, $\overline{B}$, $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \Delta B$, если: $A = (0;4)$, $B = [0;2]$.
4. Решите систему линейных уравнений методом Гаусса: $\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2. \end{cases}$
5. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 5 & 1 & 2 & 7 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$.

' ритерии оцени%ания от%ета на Gк"амене

1. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть билета	Количество баллов
1	Теоретический вопрос	1 балл
2	Реализация решения задачи	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

3 семестр

, опросы для подгото%ки к Gк"амен&

1. Группа, аддитивная и мультипликативная терминология. Абелевы группы.
2.Группа преобразований. Простейшие свойства групп.
3. Подгруппа. Критерий подгруппы.

4. Разложение группы по подгруппе. Смежные классы. Нормальный делитель группы. Фактор-группа.
5. Гомоморфизмы групп и их виды. Ядро гомоморфизма.
6. Изоморфные группы. Свойства гомоморфизмов.
7. Теорема о гомоморфном образе группы.
8. Теорема о гомоморфизмах групп.
9. Кольцо. Ассоциативные и коммутативные кольца. Кольца с единицей и без. Простейшие свойства колец.
10. Подкольцо. Критерий подкольца.
11. Делители нуля. Область целостности.
12. Обратимые элементы кольца. Ассоциированные элементы области целостности.
13. Простые и составные элементы области целостности.
14. Поле. Простейшие свойства поля.
15. Подполе. Критерий подполя. Числовые поля.
16. Идеалы колец.
17. Главные идеалы. Кольца главных идеалов.
18. Евклидовы кольца. Операции над идеалами.
19. Делимость идеалов. НОК и НОД идеалов кольца.
20. Гомоморфизмы колец и их виды. Ядро гомоморфизма.
21. Изоморфные кольца. Свойства гомоморфизмов колец.
22. Теорема о гомоморфном образе кольца.
23. Теорема о гомоморфизмах колец.
24. Факториальные кольца. НОК И НОД элементов кольца.
25. Поле частных области целостности.
26. Кольцо многочленов от одной переменной над числовым полем.
27. Делимость в кольце многочленов. Деление с остатком в кольце многочленов.
28. Алгоритм Евклида и его применение при вычислении НОД и НОК двух многочленов.
29. Корни многочлена. Схема Горнера и её применения.
30. Разложение многочлена на неприводимые множители над полем **-**.
31. Разложение многочлена на неприводимые множители над полем действительных чисел **9**.
32. Многочлены с действительными коэффициентами и их корни.
33. Разложение многочлена на неприводимые множители над полем рациональных чисел ***Q***.

Практические "адания на Gк"амен

Полный список задач к экзамену находится на кафедре.

Образец экзаменационного билета

1. Гомоморфизмы групп и их виды. Ядро гомоморфизма.
2. Алгоритм Евклида и его применение при вычислении НОД и НОК двух многочленов.
3. Доказать, что множество невырожденных квадратных матриц второго порядка с действительными элементами образует мультипликативную группу
4. Является ли f гомоморфизмом аддитивной группы матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, где $a, b \in Z$, в аддитивную группу целых чисел? Если да, найти его ядро. Является ли f мономорфизмом, эпиморфизмом, изоморфизмом?

$$f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right) = 3a.$$

5. Разложите полином $f(x)= x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 1$ по степеням двучлена $x + 1$ с помощью схемы Горнера.

' ритерии оцени%ания от%ета на Gк"амене

1. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть билета	Количество баллов
1	Теоретический вопрос	1 балл
2	Реализация решения задачи	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

6. Перечен* осно%но# и дополнител*но# &чебно# литерат&ры

6.1. Осно%ная литерат&ра

1. Орлова, И. В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия для экономистов : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / И. В. Орлова, В. В. Угрозов, Е. С. Филонова. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 370 с. — (Серия : Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-9916-9556-5. — Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/2EE55374-4DF0-4CF3-99E9-2ED2709C5C66.
2. Татарников, О. В. Линейная алгебра : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В. Г. Шершнев ; под общ. ред. О. В. Татарникова. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 334 с. — (Серия : Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-9916-3568-4. — Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/254D8D3D-3B01-4649-867D-CAF39D36CA5F.

6./. Hополнител*ная литерат&ра

1. Кострикин А.И.. Основы алгебры. М., 2001..
2. Куликов Л.Я.. Алгебра и теория чисел. М., 1979, 2000.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г.. Аналитическая геометрия. М.: Физматлит, 2004.
4. Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры // Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2016.

- писок &чебно;методически0 ра"работок для ст&дента

1. Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры. Смоленск: СмолГУ, 2016.
2. Банару Г.А., Банару М.Б. Теория групп и колец. Смоленск: Универсум, 2008.
3. Зуев А.М. Линейная алгебра. Задачник-практикум., Смоленск: СмолГУ, 2007.
4. Сурина Н.Н., Шатохин Н.Л. Аналитическая геометрия на плоскости // Смоленск. СГПУ. 2005.
5. Борисова Н.Н., Шатохин Н.Л. Аналитическая геометрия в пространстве // Смоленск. СГПУ. 2006.

6.3. Перечен* рес&рсо% ин ормационно;телекомм&никационно# сети I ! нтернетJ

1. Электронная библиотека https://www.biblio-online.ru
2. Электронно-библиотечная система http://znanium.com
3. Математика. URL: http://www.intuit.ru/department/mathematics/;
4. Общероссийский математический портал MATH-NET URL: www.mathnet.ru:
5. Национальный открытый университет (intuit.ru);
6. Национальная платформа открытого образования (opened.ru).

5. $ атериал*но;те0ническое обеспечение

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная следующим оборудованием: стандартная учебная мебель (28 учебных посадочных мест), стол и стул для преподавателя – по 1 шт., кафедра для лектора – 1 шт., доска настенная трехэлементная – 1 шт., напольный мобильный проекционный экран DA-LITE – 1 шт., мультимедиапроектор BenQ – 1 шт., ноутбук Lenovo – 1шт., колонки Genius – 1 шт., персональные компьютеры, объединенные в сеть с выходом в Интернет, – 16 шт.

9. Программное обеспечение

1. Microsoft Open License (Windows XP, 7, Office 2003-2016) - Лицензия 66975477 от 03.06.2016 – в составе:
   - ОС Windows
2. PTC Mathcad 15.0 (Лицензия 449732)

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 03B6A3C600B7ADA9B742A1E041DE7D81B0
Владелец: Артеменков Михаил Николаевич
Действителен: с 04.10.2021 до 07.10.2022