Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Артеменков Михаил Николаевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 09.11.2026 18:37:51
Уникальный программный ключ:
a63b74166e8f4fc17bd1e0462725f79e393bfdf9

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»

Кафедра математического анализа

«Утверждаю»
Проректор по учебно-
методической работе
_____ Ю.А. Устименко
«1» сентября 2020 г.

Рабочая программа дисциплины
Б1.О.09Непрерывные математические модели

Направление подготовки:**01.04.02 Прикладная математика и информатика**
Направленность (профиль): **Прикладные Интернет-технологии**

Форма обучения – очная
Курс – 1
Семестр – 2
Всего зачётных единиц – 3, часов – 108

Форма отчетности: зачёт–2 семестр

Программу разработал:
доктор физико-математических наук, доцент А.В. Борисов

Одобрена на заседании кафедры
«26» августа 2020 г., протокол № 1

Смоленск
2020

1. Место дисциплины в структуре ООП

Курс «Непрерывные математические модели» относится к обязательным для изучения дисциплинам учебного плана направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика. Он изучается во2 семестре.

Для успешного освоения данной дисциплины необходимы компетенции студентов, сформированные при изучении таких дисциплин, как «Математическом анализ», «Дифференциальные уравнения», «Уравнениях математической физики» (уровень бакалавриата).

При подготовке магистров по данному направлению умение строить математические модели и знание способов решения прикладных задач в разных областях науки и техники имеют большое значение, поскольку выбранная ими сфера будущей деятельности, как правило, связана с необходимостью изучения моделей непрерывных физических процессов, экономических, биологических и социальных систем. Курс построен так, чтобы углубить и расширить объем знаний по разделам, связанным с основными вопросами математическогомоделирования. Освоение данной дисциплины необходимо для изучения таких дисциплин, как «Математические модели параллельной и распределенной обработки данных» и др.

Изучение курса основано на традиционных методах высшей школы, тесной взаимосвязи со смежными курсами, на использовании современной учебной и методической литературы, а также на применении современных математических пакетов для моделирования непрерывных процессов.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

Компетенция	Индикаторы достижения
ОПК-1.Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	**Знает:** современный аппарат математики и базовые методики и алгоритмы его применения для решения актуальных задач фундаментальной и прикладной математики. **Умеет:** выбирать необходимые методы решения и решать задачи фундаментальной и прикладной математики. **Владеет:** навыками решения базовых задач фундаментальной и прикладной математики.

3. Содержание дисциплины

1. Введение в теорию непрерывных математических моделей.Методы построения непрерывных математических моделей. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Линейные и нелинейные обыкновенные дифференциальные уравнения и системы. Уравнения в частных производных.

2. Математическое моделирование физических процессов. Уравнения распространения звуковых колебаний. Описание распространения тепла. Волновое уравнение. Уравнение Пуассона, Лапласа, Гельмгольца.

3. Математическое моделирование динамических, экономических, биологических и социальных систем.Экономика как динамическая система. Модель Солоу. Модель Эванса.Модель развития популяций. Модель войны Ланкастера.Модель Мальтуса. Многоуровневая социальная модель.Кривая Джинни.

4. Тематический план

№ п/п	Разделы итемы	Всего часов	Формы занятий		
			Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа
1.	Введение в теорию непрерывных математических моделей	30	4	4	22
2.	Математическое моделирование физических процессов	38	6	6	26
3.	Математическое моделирование динамических экономических, биологических и социальных систем	40	6	6	28
	Всего за семестр	108	16	16	76

5. Виды учебной деятельности

Занятия лекционного типа

Лекция 1.Понятие о математическом моделировании. Особенности непрерывного математического моделирования. Основной аппарат. Понятие «жесткой» и «мягкой» модели. Простейшая модель борьбы - модель Ланкастера. «Смягчение» модели. Простейшая модель роста - модель Мальтуса. Логистическая модель.

Лекция 2.Дифференциальные уравнения и их системы, как основной элемент построения непрерывной математической модели. Устойчивость модели, как один из основных вопросов исследования. Понятие устойчивости решения дифференциального уравнения и системы дифференциальных уравнений. Условия устойчивости линейных систем. Исследование устойчивости по первому приближению. Устойчивость при постоянно действующих возмущениях.

Лекция 3.Дифференциальные уравнения в частных производных. Примеры моделей, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных. Методы расчета таких моделей. Пример: распространение волн в ограниченном и неограниченном объеме.

Лекция 4.Описание процессов переноса. Распространение тепла в стержне. Остывание круглого стержня. Использование специальных функций. Физический анализ явлений.

Лекция 5.Физические модели, описываемые эллиптическими уравнениями. Задачи Дирихле и Неймана. Различные подходы к решению. Метод разделения переменных.Элементы теории потенциала. Метод функции Грина.

Лекция 6.Уравнение Гельмгольца, как другой тип эллиптического уравнения. Физический смысл его решений в зависимости от знака λ. Приведение произвольного эллиптического уравнения 2-го порядка к уравнению Гельмгольца. Условия излучения.

Лекция 7.Математические модели в экономике. Кривая Джинни. Модель Эванса установления равновесной цены. Базовая модель Солоу. «Золотое правило» экономического роста.

Лекция 8.Математические модели в биологических и социальных системах. Модель развития популяций. Модель войны Ланкастера. Модель Мальтуса. Многоуровневая социальная модель.

Занятия семинарского типа

Практическое занятие № 1.Типы математических моделей. Основные требования к модели.

Содержание занятия:

1.Классификация математических моделей;

2. Принцип единства и множественности моделей;

3. Основные требования к модели;

4. Математическая адекватность модели;

5. Основные этапы построения математической модели.

Практическое занятие №2. Качественный анализ систем дифференциальных уравнений.

Содержание занятия:

1. Фазовый портрет системы дифференциальных уравнений.

2. Устойчивость линейной системы.

3. Анализ простейших моделей.

4. Модель Лотка - Вольтерра.

Практическое занятие №3.Модели с использованием уравнений в частных производных.

Содержание занятия:

1. Дифференциальные уравнения в частных производных. Общие понятия.

2. Примеры модельных задач.

3. Решение волнового уравнения. Электронна прямой.

4. Уравнение Шредингера.

Практическое занятие №4.Модель переноса излучения. Численные методы решения уравнения переноса.

Содержание занятия:

1. Обсуждение теоретического материала.

2. Обсуждение темы «Интегро-дифференциальное уравнение переноса и методы его решения», предложенной для самостоятельного изучения. По данной теме готовятся доклады с презентациями. Примерные темы докладов:

«Вывод уравнения переноса и области его применения»;

«Численные методы решения уравнения переноса»;

«Приближенные методы решения уравнения переноса».

3. Обсуждение материалов докладов.

Практическое занятие №5. Модели с использованием эллиптических уравнений.

Содержание занятия:

1. Эллиптические уравнения.

2. Решение задачи Дирихле для плоских и пространственных областей.

3. Физическая трактовка.

4. Различные методы решения.

Практическое занятие №6. Модели с использованием уравнения Гельмгольца.

Содержание занятия:

1. Уравнение Гельмгольца. Решение уравнения Гельмгольца.

2. Приведение эллиптического уравнения 2-го порядка к уравнению Гельмгольца.
3. Условия излучения.

Практическое занятие №7.Непрерывные математические модели в экономике.
Содержание занятия:
1. Тема «Математические модели в экономике» предлагается для самостоятельного изучения. По данной теме готовятся доклады с презентациями. Примерные темы докладов:
«Модели конкуренции»;
«Система «ресурс-потребитель» с независимым ресурсом»;
«Взаимоотношения в системе «хищник-жертва»»;
«Эволюционная оптимальность выживших видов»;
2. Обсуждение материалов докладов.

Практическоезанятие№8. Жесткие и мягкие математические модели. Модели соперничества.
Содержание занятия:
1. Тема «Жесткие» и «мягкие» математические модели» предлагается для самостоятельного изучения. По данной теме готовятся доклады с презентациями. Примерные темы докладов:
«Модель войны или сражения»;
«Оптимизация как путь к катастрофе»;
«Жесткая модель как путь к ошибочным предсказаниям»;
«Опасность многоступенчатого управления и математическая модель перестройки».
2. Обсуждение материалов докладов.
3. Обсуждение моделей:
Гонка вооружений между двумя странами;
Боевые действия двух армий.
4. Решение задач;
5. Подведение итогов изучения курса.

Самостоятельная работа

Перечень тем для самостоятельного изучения.
1. Интегро-дифференциальное уравнение переноса и методы его решения.
2. «Жесткие» и «мягкие» математические модели.
3. Экономика как динамическая система.
4. Модель Солоу.
5. Модель Эванса.
6. Модель развития популяций.
7. Модель войны Ланкастера.
8. Модель Мальтуса.
9. Многоуровневая социальная модель.
10. Кривая Джинни.

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

I.Контрольные вопросы для проверки теоретической подготовки к практическому занятию

1. Классификация математических моделей.
2. Принцип единства и множественности моделей.
3. Основные требования к модели.
4. Математическая адекватность модели.
5. Основные этапы построения математической модели.
6. Фазовый портрет системы дифференциальных уравнений.
7. Устойчивость линейной системы.
8. Анализ простейших моделей.
9. Модель Лотка - Вольтерра.
10. Дифференциальные уравнения в частных производных. Общие понятия.
11. Примеры модельных задач.
12. Решение волнового уравнения. Электрон на прямой.
13. Уравнение Шредингера.
14. Вывод уравнения переноса и области его применения.
15. Численные методы решения уравнения переноса.
16. Приближенные методы решения уравнения переноса.
17. Эллиптические уравнения.
18. Решение задачи Дирихле для плоских и пространственных областей.
19. Различные методы решения задачи Дирихле.
20. Уравнение Гельмгольца. Решение уравнения Гельмгольца.
21. Приведение эллиптического уравнения 2-го порядка к уравнению Гельмгольца.
22. Условия излучения.
23. Жесткие и мягкие математические модели.
24. Модели соперничества.
25. Экономика как динамическая система.
26. Модель Солоу.
27. Модель Эванса.
28. Модель развития популяций.
29. Модель войны Ланкастера.
30. Модель Мальтуса.
31. Многоуровневая социальная модель.
32. Кривая Джинни.

Критерии оценки устного ответа

При оценке ответа учитывается:

- полнота и правильность ответа;
- степень осознанности и понимания изученного;
- уровень оформления ответа.

«Отлично» ставится, если студент:	- обстоятельно и достаточно полно излагает материал; - обнаруживает полное понимание материала, может обосновать свои суждения, привести примеры; - строит ответ последовательно
«Хорошо» ставится, если студент обнаруживает знание и понимание материала, однако:	- допускает единичные ошибки, но исправляет их самостоятельно после замечаний преподавателя; - не всегда может убедительно обосновать свое суждение; - допускает отдельные погрешности
«Удовлетворительно» ставится, если студент обнаруживает знание и понимание основных	- излагает материал недостаточно полно; - не может обосновать свои суждения и привести необходимые примеры; нарушает последовательность в изложении материала

теоретических положений темы, но:	
«Неудовлетворительно» ставится, если студент:	- обнаружил незнание большей части темы (раздела, вопроса); - при ответе на вопрос искажает его смысл; - излагает материал беспорядочно и неуверенно

II.Доклады

Список тем для докладов

1. Вывод уравнения переноса и области его применения;
2. Численные методы решения уравнения переноса;
3. Приближенные методы решения уравнения переноса;
4. Модель войны или сражения;
5. Оптимизация как путь к катастрофе;
6. Жесткая модель как путь к ошибочным предсказаниям;
7. Опасность многоступенчатого управления и математическая модель перестройки.

Критерии оценки доклада:

Критерий	Требования	Максимальное количествобаллов
Знаниеи пониманиетеоретического материала	-рассматриваемыепонятия определяются четко и полно, приводятся соответствующиепримеры,-используемые понятия строго соответствуют теме,-самостоятельность выполнения работы	1
Анализ и оценка информации	-грамотно применяется категория анализа,-умело используются приемы сравнения и обобщения для анализа взаимосвязипонятий иявлений, -объясняются альтернативные взгляды на рассматриваемуюпроблему,-обоснованно интерпретируетсятекстоваяинформация,даетс я личная оценка проблеме	1
Построениесуждений	- изложение ясное и четкое, -приводимыедоказательствалогичны-выдвинутые тезисы сопровождаются грамотнойаргументацией,-приводятся различные точки зрения и их личная оценка, -общая форма изложения полученных результатов и их интерпретации соответствует жанру проблемной научной статьи	1

Шкала перевода баллов в оценку

1 балл	удовлетворительно
2 балла	хорошо
3 балла	отлично

III. Контрольная работа

Образец контрольной работы:

1. Привести уравнение к канонической форме в каждой из областей, где сохраняется его тип $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$.

2. Найти закон колебания бесконечной струны, определяемый уравнением $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, если начальное отклонение задано условием

$$u(x,0) = \begin{cases} 0, & \text{при } |x| \geq l \\ l - x, & \text{при } 0 \leq x \leq l \end{cases}$$

где *l* - заданный отрезок.

Начальная скорость и внешняя возмущающая сила равны 0. Построить профиль струны в моменты времени *t=0, t = l/2a, t= l/a.*

Критерии оценивания контрольной работы:

Нормы оценивания ответов на теоретические вопросы

№ п/п	Теоретический вопрос	Количество баллов (*)
1	Дан краткий ответ на поставленный вопрос	1 балл
2	Дан развернутый ответ на вопрос с анализом результатов	2 балла

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

Шкала оценивания. Оценка «зачтено» за ответы на теоретические вопросы выставляется, если набрано не менее 3 баллов при ответе на три вопроса, в противном случае выставляется «не зачтено».

6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

Образец зачётного задания

1.Классификация математических моделей

2. Эллиптические уравнения.

3.Найти прямое и обратное преобразование Фурье для функции

$$f(x) = \begin{cases} e^x, & \text{при } x \leq 0 \end{cases}.$$

4. Внутри круга 0 <r<*1* найти гармоническую функцию *U(r,⍬),* принимающую на границе Г данного круга значения $U|_u = \sin 2\phi, \ -\pi \leq \phi \leq \pi$.

Критерии оценивания ответа на зачёте

Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть билета	Количество баллов
1	Правильный ответ на вопрос	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25, 0,5 и 0,75 балла.

Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Зачтено	2-4

2	Незачтено	менее 2

7. Перечень основной и дополнительной литературы

7.1. Основная литература

1. Бордовский Г. А. Физические основы математического моделирования: учебник и практикум для вузов / Г. А. Бордовский, А. С. Кондратьев, А. Чоудери. – М.: Издательство Юрайт, 2020. – 319 с. – Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: https://urait.ru/bcode/452264.

2. Гармаш А. Н. Экономико-математические методы и прикладные модели: учебник для бакалавриата и магистратуры / А. Н. Гармаш, И. В. Орлова, В. В. Федосеев; под редакцией В. В. Федосеева. – М.: Издательство Юрайт, 2019. – 328 с. – Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: https://urait.ru/bcode/406453.

3. Дубина И. Н. Основы математического моделирования социально-экономических процессов: учебник и практикум для вузов / И. Н. Дубина. – М.: Издательство Юрайт, 2020. – 349 с. – Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: https://urait.ru/bcode/450960.

4. Ефремов Ю. С. Методы математической физики в пакете символьной математики Maple: учебное пособие для вузов / Ю. С. Ефремов, М. Д. Петропавловский. – М.: Издательство Юрайт, 2020. – 302 с. – Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: https://urait.ru/bcode/454021.

5. Зайцев В. Ф. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка: учебное пособие для вузов / В. Ф. Зайцев, А. Д. Полянин. – М.: Издательство Юрайт, 2020. – 416 с. – Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: https://urait.ru/bcode/452276.

6. Стеклов В. А. Основы теории интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие для вузов / В. А. Стеклов. – М.: Издательство Юрайт, 2020. – 427 с. – Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: https://urait.ru/bcode/453659.

7. Уравнения математической физики. Нелинейные интегрируемые уравнения : учебное пособие для вузов / А. В. Жибер, Р. Д. Муртазина, И. Т. Хабибуллин, А. Б. Шабат. – М.: Издательство Юрайт, 2020. – 375 с. – Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: https://urait.ru/bcode/452775.

8. Шевалдина О. Я. Математика в экономике: учебное пособие для вузов / О. Я. Шевалдина; под научной редакцией В. Т. Шевалдина. – М.: Издательство Юрайт, 2020. – 192 с. – Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: https://urait.ru/bcode/453747.

7.2. Дополнительная литература

1. Андронов, А. А. Теория колебаний / А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин. - М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1981.

2. Бабаков, И. М. Теория колебаний / И. М. Бабаков. - М.: Дрофа, 2004.

3. Баутин, Н. Н. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости / Н. Н. Баутин, Е. А. Леонтович. - М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1990.

4. Колемаев, В. А. Экономико-математическое моделирование. Моделирование макроэкономических процессов и систем / В. А. Колемаев. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005.

5. Краснощеков, П. С. Принципы построения моделей / П. С. Краснощеков, А. А. Петров. - М.: Изд-во МГУ, 1983.

6. Левин, М. И. Математические модели экономического взаимодействия / М. И. Левин, В. Л. Макаров, А. М. Рубинов. - М.: Наука, 1993.

7. Макаров, В. Л. Математическая теория экономической динамики и равновесия / В. Л. Макаров, А. М. Рубинов. - М.: Наука, 1979.

8. Малыхин, В. И. Математическое моделирование экономики / В. И. Малыхин. - М.: Изд-во УРАО, 1998.

9. Мигулин, В. В. Основы теории колебаний / В. В. Мигулин, В. И. Медведев, Е. Р. Мустель, В. Н. Парыгин. - М.: Наука, 1988
10. Мышкис А.Д. Элементы теории математических моделей. − М.: Книжный дом «Либроком», 2011. – 192 с.
11. Орехов, Н. А. Математические методы и модели в экономике / Н. А. Орехов, А. Г. Левин, Е. А. Горбунов. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004.
12. Самарский, А. А. Математическое моделирование / А. А. Самарский, А. П. Михайлов. - М.: Физматлит, 2001.
13. Самуэльсон, П. Экономика. Тома I, II / П. Самуэльсон. - М.: Прогресс, 1992.
14. Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. - М.: Наука, 1972.
15. Арнольд В.И.“Жесткие” и “мягкие” математические модели / 3-е изд., стереотип. – М.: МЦНМО, 2011. – 32 с.
16. Шапкин А.С., Мазаева Н. П. Математические методы и модели исследования операций: Учебник для вузов/ 4-е изд. – М.: Дашков и К°, 2007. − 395 с.
17. Васильев А.В., Тихонов Н.А. Интегральные уравнения. ─ Санкт-Петербург: Лань, 2009. − 336 с.
18. Юдович В.И. Математические модели естественных наук: учебное пособие. − Санкт-Петербург, Лань, 2011. − 336 с.
19. Кориков А.М., Павлов С.Н. Теория систем и системный анализ: Учебное пособие. – Томск.: ТУСУР, 2008. – 264 с.

7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Система дистанционного обучения Смоленского государственного университета http://moodle.smolgu.ru
2. Электронно-библиотечная система университета http://biblioteka.smolgu.ru
3. Национальный открытый университет http://www.intuit.ru
4. Образовательный математический сайт http://exponenta.ru
5. Общероссийский математический портал http://www.mathnet.ru
6. Кафедральная электронная библиотека
7. Электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета - www.lib.mexmat.ru/books/41.
8. Новая электронная библиотека - www.newlibrary.ru.
9. Российское образование (федеральный портал) - www.edu.ru.
10. Математическое бюро: решение задач по высшей математике - www.matburo.ru.
11. Нехудожественная библиотека - www.nehudlit.ru.

8. Материально-техническое обеспечение

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная стандартной учебной мебелью, мультимедиапроектором, ноутбуком, колонками.

Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная стандартной учебной мебелью.

Помещение для самостоятельной работы – компьютерный класс с доступом к сети «Интернет» и ЭИОС СмолГУ.

9.Программное обеспечение

KasperskyEndpointSecurity для бизнеса Стандартный АО «Лаборатория Касперского», лицензия 1FB6-161215-133553-1-6231.

Microsoft Open License, лицензия 49463448 всоставе:

1. MicrosoftWindows Professional 7 Russian
2. Microsoft Office 2010 Russian

Поисковые системы сети Интернет.