Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Артеменков Михаил Николаевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 09.11.2026 18:40:57
Уникальный программный ключ:
a63b74166e8f4fc17bd1e0462725f79e393bfdf9

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»

Кафедра математического анализа

«Утверждаю»
Проректор по учебно-
методической деятельности
_____Ю. А. Устименко.
«25» декабря 2025 г.

Рабочая программа дисциплины

Б1.В.ДВ.03.01 Информационная сложность и задачи высокой размерности

Направление подготовки**01.04.02 Прикладная математика и информатика**
Направленность (профиль) **Математическое и программное обеспечение цифровых радиотехнических систем и комплексов**

Форма обучения - очная
Курс – 1
Семестр – 2
Всего зачетных единиц – 2, часов – 72

Форма отчетности: зачет – 2 семестр

Программу разработал: кандидат физико-математических наук Хартов А.А.

Одобрена на заседании кафедры
«24» ноября 2025 г., протокол № 4

Заведующий кафедрой _____ К.М. Расулов

Смоленск
2025

1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Информационная сложность и задачи высокой размерности» является дисциплиной по выбору части, формируемой участниками образовательных отношений, образовательной программы по направлению подготовки01.04.02 Прикладная математика и информатика (направленность (профиль) – Математическое и программное обеспечение цифровых радиотехнических систем и комплексов).

Для успешного освоения данной дисциплины необходимы компетенции студентов, сформированные при изучении таких курсов, как: математический анализ, функциональный анализ, численные методы, теория вероятностей и математическая статистика, случайные процессы уровня бакалавриата

Основными целями освоения дисциплины являются 1) приобретение навыков работы с многопараметрическими объектами и связанными с ними актуальными детерминированными и стохастическими задачами, 2) овладение оптимальными методами решения этих задач, 3) формирование навыков их теоретического анализа и компьютерного моделирования.

Изучение курса основано на традиционных методах высшей школы, тесной взаимосвязи со смежными курсами, а также на использовании современной учебной, методической литературы, информационных и образовательных технологий.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения
ПК-1. Способен к проведению научных исследований, включая постановку задачи исследования, моделирование объектов и процессов в целях оптимизации их параметров, проведение экспериментальных исследований и подготовку отчетов и публикаций	**Знает**: принципы подготовки и проведения научных исследований, математические и информационные модели, методы моделирования сигналов, процессов и явлений, лежащих в основе принципов действия радиотехнических систем и комплексов, методы разработки эффективных алгоритмов решения научно-исследовательских задач, способы организации и проведения экспериментальных исследований. **Умеет**: планировать порядок проведения научных исследований, формулировать и решать задачи, использовать математический аппарат и численные методы для анализа, синтеза и моделирования радиотехнических систем и комплексов, применять алгоритмы решения исследовательских задач с использованием современных языков программирования, самостоятельно проводить экспериментальные исследования. **Владеет**: навыками выбора теоретических и экспериментальных методов исследования, математическим аппаратом для решения задач теоретической и прикладной радиотехники, методами исследования и моделирования объектов радиотехники, навыками разработки стратегии и методологии исследования радиотехнических систем и комплексов, навыками проведения исследования с применением современных средств и методов.

3. Содержание дисциплины

1. **Элементы функционального анализа и теории случайных функций.**

Линейные пространства. Нормированные пространства. Банахово пространство. Евклидовы пространства. Гильбертово пространство. Ортогональные системы. Тензорное произведение пространств. Линейные функционалы и операторы. Сопряженное пространство. Мера и интеграл по мере. Случайные величины и векторы, их распределения и числовые характеристики. Гауссовские случайные величины и векторы. Случайные функции: последовательности, процессы, поля, меры. Характеристики случайных функций. Гауссовские случайные функции и их свойства.

2. **Теория информационной сложности.**

Оператор решения. Общая постановка задачи. Понятие информационной сложности. Типы информации, алгоритмов и ошибок. Постановки: наихудшего случая, в среднем, по вероятности, рандомизированная. Линейные задачи. Оптимальные алгоритмы линейных задач в различных постановках. Стохастическая интерпретация линейных задач в постановках в среднем и по вероятности. Важнейшие примеры линейных задач.

3. **Задачи высокой размерности.**

Задачи высокой размерности и информационная сложность. Трактабильность и ее типы. Общие и тензорные линейные задачи. Интегрирование функций из различных классов по сильно многомерным областям и дискрепанс (discrepancy), QMC-алгоритмы, MC-алгоритмы, SparseGrid-алгоритмы и их сложность в различных постановках. Аппроксимации функций, зависящих от большого числа переменных, ANOVA-разложение. Аппроксимация гауссовских случайных полей высокой параметрической размерности в постановках в среднем и по вероятности, разложение Кархунена-Лоэва и связь с методом главных компонент.

4. Тематический план

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий				
			лекции	семинары	практические занятия	лабораторные занятия	самостоятельная работа
1	Элементы функционального анализа и теории случайных функций		4	-	4	-	6
2	Теория информационной сложности		6	-	4	-	12
3	Задачи высокой размерности		6	-	8	-	22
	Итого	72	16	-	16	-	40

5. Виды образовательной деятельности

Занятия лекционного типа

Лекции 1-2. «Элементы функционального анализа и теории случайных функций».Линейные пространства. Нормированные пространства. Банахово пространство. Евклидовы пространства. Гильбертово пространство. Ортогональные системы. Тензорное произведение пространств. Линейные функционалы и операторы. Сопряженное пространство. Мера и интеграл по мере. Случайные величины и векторы, их распределения и числовые характеристики. Гауссовские случайные величины и векторы. Случайные функции: последовательности, процессы, поля, меры. Характеристики случайных функций. Гауссовские случайные функции и их свойства.

Лекции 3-5. «Теория информационной сложности». Оператор решения. Общая постановка задачи. Понятие информационной сложности. Типы информации, алгоритмов и ошибок. Постановки: наихудшего случая, в среднем, по вероятности, рандомизированная. Линейные задачи. Оптимальные алгоритмы линейных задач в различных постановках. Стохастическая интерпретация линейных задач в постановках в среднем и по вероятности. Важнейшие примеры линейных задач.

Лекции 6-8. «Задачи высокой размерности». Задачи высокой размерности и информационная сложность. Трактабильность и ее типы. Общие и тензорные линейные задачи. Интегрирование функций из различных классов по сильно многомерным областям и дискрепанс (discrepancy), QMC-алгоритмы, MC-алгоритмы, SparseGrid-алгоритмы и их сложность в различных постановках. Аппроксимации функций, зависящих от большого числа переменных, ANOVA-разложение. Аппроксимация гауссовских случайных полей высокой параметрической размерности в постановках в среднем и по вероятности, разложение Кархунена-Лоэва и связь с методом главных компонент.

Занятия семинарского типа
Практические занятия

Практические занятия 1-2 «Элементы функционального анализа и теории случайных функций».

Задания

1) Вычислить интеграл Лебега-Стилтьеса:

$$\int_{-2}^{2} (x^3+1)\,dG(x), \quad \text{где} \quad G(x)=\begin{cases} x+2, & x\in[-2,-1], \\ 2, & x\in(-1,0) \\ x^2+3, & x\in[0,2]. \end{cases}$$

2) Покажите, что если последовательность функций сходится по норме в $L_2(X,\mu)$, то она сходится по норме в $L_1(X,\mu)$.

3) Доказать, что всякие два ортонормированных базиса в гильбертовом пространстве равномощны.

4) Пусть случайные величины $X\sim$ U[0,1], $Y\sim\Pi(2)$, $Z\sim N(0,1)$ независимы. Найти **D**$(X-2Y+3Z-4)$.

5) Найти м.о. и ковариацию случайного процесса $Y(t)=X_1 f_1(t)+...+ X_n f_n(t)$, где $X_1, ..., X_n$ - некоррелированные случайные величины с м.о. $a_1,..., a_n$ и дисперсиями $d_1,..., d_n$, а $f_1,..., f_n$ - неслучайные функции.

6) Пусть $W(t)$, $t>0$, --- это винеровский процесс. Покажите, что процесс $e^{-t/2}\,W(e^t)$, $t>0$, является гауссовским, найдите его м. о. и ковариационную функцию.

7) Найдите плотность любого конечномерного распределения винеровского процесса.

8) Пусть $X_1, ..., X_n$ независимые процессы с нулевыми математическими ожиданиями. Найти м.о. и ковариационную функцию случайных полей: а) $Y(t_1,..., t_n)=X_1(t_1)+...+ X_n(t_n)$, б) $Y(t_1,..., t_n)=X_1(t_1)...X_n(t_n)$.

Практическое занятие 3 «Сложность аппроксимации детерминированных функций одной переменной»

Задание

Задано семейство детерминированных функций (в явном виде). Для данного семейства: 1) получить аналитические представления сложности аппроксимации в постановке наихудшего случая, 2) получить верхние и нижние оценки для этой величины, 3) реализовать алгоритм вычисления сложности аппроксимации в постановке наихудшего случая по заданному порогу ошибки, построить соответствующий график зависимости, 4) с помощью величины сложности

в постановке наихудшего случая построить на компьютере приближение функций данного семейства с заданной точностью.

Практическое занятие 4 «Сложность аппроксимации случайных процессов».

Задание

Задан гауссовский случайный процесс (винеровский процесс, броуновский мост, процесс Орнштейна-Уленбека и т.д.). Для данного процесса: 1) получить аналитические представления сложности аппроксимации в среднем и по вероятности, 2) получить верхние и нижние оценки для этих величин, 3) реализовать алгоритм вычисления сложности аппроксимации в среднем по заданному порогу ошибки, построить соответствующий график зависимости, 4)реализовать алгоритм вычисления сложности аппроксимации по вероятности по заданным значениям порога ошибки и уровня значимости, построить соответствующий график зависимости. 5) с помощью величин сложности в среднем и по вероятности смоделировать на компьютере данный случайный процесс с любой заданной точностью.

Практические занятия 5-6 «Сложность аппроксимации в среднем случайных полей».

Задание

Задано гауссовское случайное поле (броуновский лист, броуновская «подушка» и т.д.) с данной параметрической размерностью. Для данного случайного поля: 1)получить аналитическое представление сложности аппроксимации в среднем, 2) получить оценки для этих величин на основе имеющихся теоретических результатов и построить соответствующие графики зависимости, 3) реализовать алгоритм вычисления сложности аппроксимации в среднем по заданному порогу ошибки, построить соответствующий график зависимости, 4) провести сравнительный анализ результатов вычислений и соответствующих теоретических результатов. 5) с помощью величины сложности в среднем смоделировать на компьютере данное случайное поле с любой заданной точностью.

Практические занятия 7-8 «Сложность алгоритмов интегрирования функций по многомерным областям».

Задание

Задано семейство детерминированных функций (в явном виде), зависящих от заданного числа переменных. Для данного семейства: 1) получить аналитические представления сложности интегрирования в постановке наихудшего случая и в рандомизированной постановке с применением QMC-, MC- и SparseGrid-алгоритмов, 2) получить оценки для этих величин на основе имеющихся теоретических результатов и построить соответствующие графики зависимости, 3) реализовать алгоритмы вычисления сложности интегрирования в постановке наихудшего случая и в рандомизированной постановке по заданному порогу ошибки, построить соответствующие графики зависимости, 4) провести сравнительный анализ результатов вычислений и соответствующих теоретических результатов. 5) с помощью полученных величин сложности смоделировать на компьютере численное интегрирование функций данного класса с любой заданной точностью.

Самостоятельная работа

Примеры заданий по теме 1. «Элементы функционального анализа и теории случайных функций»

1) Найти собственные числа и функции для интегрального оператора с ядром $K(t,s)=\min\{t,s\}$.

2) Найти м.о. и ковариацию случайного поля $Y(t)=X_1(t_1)+...+X_n(t_n)$, где $X_1, ..., X_n$ - некоррелированные случайные процессы с нулевыми м.о. и ковариациями $K_1,..., K_n$.

3) Найти м.о. и ковариацию случайного поля $Y(t)=X_1(t_1)...X_n(t_n)$, где $X_1, ..., X_n$ - независимые случайные процессы с нулевыми м.о. и ковариациями $K_1,..., K_n$.

4) Пусть $W(t)$, $t>0$, --- это винеровский процесс. Покажите, что процесс $W(t)-tW(1)$, $t> 0$, является гауссовским, найдите его м. о. и ковариационную функцию.

Примеры заданий по теме 2. «Теория информационной сложности»

1) Найти представление для сложности аппроксимации наихудшего случая в пространстве Коробова с параметрами $b_1= b_2=1$.

2) Найти сложность аппроксимации в среднем для стандартного винеровского процесса при любом пороге ошибки из (0,1).

3) Найти представление для сложности аппроксимации по вероятности для броуновского моста при любом пороге ошибки из (0,1) и доверительном уровне из (0,1).

4) Записать разложение Кархунена-Лоэва для стационарного процесса Орнштейна-Уленбека.

Примеры заданий по теме 3. «Задачи высокой размерности»

1) Получить представление информационной сложности интегрирования в постановке наихудшего случая для тригонометрического полинома степени 1 по каждой переменной.

2) Получить аналитическое представление сложности аппроксимации в среднем для d-тензорной степени винеровского процесса для заданного порога ошибки.

3) Получить аналитическое представление сложности аппроксимации по вероятности для d-тензорной степени броуновского моста для заданного порога ошибки и доверительного уровня из (0,1).

4) Построить график зависимости сложности аппроксимации в среднем для 2-тензорной степени стационарного процесса Орнштейна-Уленбека от порога ошибки.

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

Текущая аттестация осуществляется за счет проведения и проверки практических работ, которые выполняются в аудиторное и внеаудиторное время. Также текущая аттестация осуществляется посредством защиты каждым обучающимся каждой выполненной им практической работы путем ответа на вопросы как теоретического характера в рамках темы практической работы, так и непосредственно по полученным в данной работе результатам.

Задания и темы практических работ приводятся выше.

Критерии оценивания заданий для практической работы и самостоятельной работы

Показатель	Количество баллов
1) Приведена краткая форма условия задачи	1
2) Проведен анализ условия задачи, включающий указание основных тем курса, законов и явлений, о которых идет речь в задаче	1
3) Приведены формулировки и математические уравнения основных законов, положенных в основу решения задачи	1
4) Записана система математических уравнений, используемых при решении задачи	1
5) Приведено решение системы математических в общем виде уравнений	1
6) Решение содержит все необходимые графические зависимости	1
7) Проведено компьютерное моделирование, соответствующее условию задачи	1

8) Получен правильный численный ответ на вопрос задачи	1
9) Проведен анализ полученного результата	1
10) Работа выполнена студентов самостоятельно	1
Итоговая (суммарная) оценка	Max - 10

Оценка «зачтено» - 5 баллов и более; оценка «не зачтено» - менее 5 баллов.

6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

Форма промежуточной аттестации – **зачет**

Для определения уровня сформированности компетенций применяется процедура независимой оценки. Независимая оценка уровня сформированности компетенций осуществляется комиссией (с возможностью привлечения внешних экспертов со стороны работодателей). В состав комиссии входят 3 преподавателя: заведующий кафедрой – председатель комиссии и независимый эксперт, преподаватель, ведущий практические занятия по дисциплине «Информационная сложность и задачи высокой размерности», преподаватель кафедры – независимый эксперт. Зачет проходит в форме просмотра портфолио.

Требования к структуре и содержанию портфолио

Портфолио студента включает в себя следующие виды деятельности и их оценки:

№ п/п	Вид деятельности	Количество заданий	Пороговая оценка	Максимальная оценка
1.	Решения задач для самостоятельной работы	10 задач	50	100
2.	Выполнение заданий для практической работы	5 практических работ	25	50

Критерии и показатели оценивания портфолио по уровням

Уровень	Критерии и показатели оценивания
10 баллов	По результатам оценки портфолио набрано 93-100% от максимально возможного количества баллов, при этом по всем видам деятельности достигнуты пороговые значения
9 баллов	По результатам оценки портфолио набрано 86-92% от максимально возможного количества баллов, при этом по всем видам деятельности достигнуты пороговые значения
8 баллов	По результатам оценки портфолио набрано 79-85% от максимально возможного количества баллов, при этом по всем видам деятельности достигнуты пороговые значения
7 баллов	По результатам оценки портфолио набрано 71-78% от максимально возможного количества баллов, при этом по всем видам деятельности достигнуты пороговые значения
6 баллов	По результатам оценки портфолио набрано 64-70% от максимально возможного количества баллов, при этом по всем видам деятельности достигнуты пороговые значения
5 баллов	По результатам оценки портфолио набрано 57-63% от максимально возможного количества баллов, при этом по всем видам деятельности

	достигнуты пороговые значения
4 балла	По результатам оценки портфолио набрано 50-56% от максимально возможного количества баллов, при этом по всем видам деятельности достигнуты пороговые значения
3 балла	По результатам оценки портфолио набрано 36-49% от максимально возможного количества баллов и/или хотя бы по одному из видов деятельности не достигнуто пороговое значение
2 балла	По результатам оценки портфолио набрано 21-45% от максимально возможного количества баллов и/или хотя бы по одному из видов деятельности не достигнуто пороговое значение
1 балл	По результатам оценки портфолио набрано менее 21% от максимально возможного количества баллов и/или хотя бы по одному из видов деятельности не достигнуто пороговое значение

Таблица перевода оценок из 10-ти бальной системы в бинарную систему

Оценка по 10-ти бальной системе	Оценка по бинарной системе
10, 9, 8, 7,6,5,4	зачтено
3, 2, 1	не зачтено

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

7.1. Основная литература

1. Кожевникова И.А. Стохастическое моделирование процессов: учебник для вузов / И.А. Кожевникова, И.Г. Журбенко. – М.: Издательство Юрайт, 2025. – 148 с. – URL: https://urait.ru/bcode/563642

2. Крупский В.Н. Теория алгоритмов. Введение в сложность вычислений: учебник для вузов – М.: Издательство Юрайт, 2025. – 91 с. – URL: https://urait.ru/bcode/563580

3. Пригарин С.М. Статистическое моделирование многомерных гауссовских распределений: учебник для вузов – М.: Издательство Юрайт, 2025. – 83 с. – URL: https://urait.ru/bcode/565367

7.2. Дополнительная литература

1. Лифшиц М. А., Гауссовские случайные функции, ТВиМС, Киев, 1995.
2. Лифшиц М. А., Лекции по гауссовским процессам, Лань, СПб., 2016.
3. Adler R. J., Taylor J., Random Fields and Geometry, Springer, New York, 2007.
4. Novak E., Wozniakowski H., Tractability of Multivariate Problems. Volume I: LinearInformation, EMS TractsMath. 6, EMS, Zurich, 2008.
5. Novak E., Wozniakowski H., Tractability of Multivariate Problems. Volume II: Standard Information for Functionals, EMS Tracts Math. 12, EMS, Zurich, 2010.
6. Novak E., Wozniakowski H., Tractability of Multivariate Problems. Volume III: Standard Information for Operators, EMS Tracts Math. 18, EMS, Zurich, 2012.
7. Ritter R., Average-case Analysis of Numerical Problems, Lecture Notes in Math. No 1733, Springer, Berlin, 2000.
8. Traub J. F., Wasilkowski G. W., Wozniakowski H., Information, Uncertainty, Complexity, Addison-Wasley, Reading MA, 1983.
9. Traub J. F., Wasilkowski G. W., Wozniakowski H., Information-Based Complexity, Academic Press, New York, 1988.
10. Traub J. F., Wozniakowski H., A general theory of optimal algorithms, Academic Press, NewYork, 1980.
11. Traub J. F., Werschulz A. G., Complexity and Information, Camb. Univ. Press, Cambridge, 1998.

7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

- Тематический ресурс http://www.cs.columbia.edu/~agw/ibc/
- Тематический научный журнал https://www.journals.elsevier.com/journal-of-complexity
- Система дистанционного обучения Смоленского государственного университета http://cdo.smolgu.ru
- Электронно-библиотечная система университета http://biblioteka.smolgu.ru
- Национальный открытый университет http://www.intuit.ru
- Общероссийский математический портал http://www.mathnet.ru

8. Материально-техническое обеспечение

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная стандартной учебной мебелью, мультимедиапроектором, ноутбуком, колонками.

Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная стандартной учебной мебелью.

Помещение для самостоятельной работы – компьютерный класс с доступом к сети «Интернет» и ЭИОС СмолГУ.

9.Программное обеспечение

KasperskyEndpointSecurity для бизнеса Стандартный АО «Лаборатория Касперского», лицензия 1FB6-161215-133553-1-6231.

MicrosoftOpen License, лицензия 49463448 всоставе:

1. MicrosoftWindows Professional 7 Russian
2. Microsoft Office 2010 Russian

Поисковые системы сети Интернет.