

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Артеменков Михаил Николаевич

Должность: Ректор

Дата подписания: 07.10.2026 12:25:58

Уникальный программный ключ:

a63b74166e8f4fc17bd1e0462725f79e39b

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»
Кафедра прикладной математики и информатики

«Утверждаю»
Проректор по учебно-
методической деятельности
_____ Ю.А. Устименко
«25» декабря 2025 г.

Рабочая программа дисциплины
Б1.О.06.05 Основные алгебраические структуры

Направление подготовки: **44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

Направленность (профиль): **Математика, Физика и информатика**

Форма обучения: очная

Курс – 2

Семестр – 3

Всего зачетных единиц – 2, часов – 72

Форма отчетности: зачет – 3 семестр

Программу разработала: кандидат физико-математических наук, доцент Г.А. Банару

Одобрена на заседании кафедры
«20» ноября 2025 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой _____ С.В. Козлов

Смоленск
2025

1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Основные алгебраические структуры» относится к дисциплинам обязательной части основной образовательной программы бакалавриата 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы: Математика, Физика и информатика. Для успешного изучения этой дисциплины студентам понадобятся компетенции, знания, умения и навыки, полученные при изучении таких дисциплин как Математический анализ, Линейная алгебра, Аналитическая геометрия и др.

Согласно учебному плану освоение данной дисциплины необходимо для дальнейшего изучения таких дисциплин как: Дискретная математика, Теория чисел, Числовые системы.

Характерной чертой курса является сочетание теоретических основ современной алгебры с практическими математическими приемами и методами.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения
ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.	Знать: объект, предмет, основные категории, принципы, закономерности, структуру педагогической науки; сущность, структуру, динамику целостного педагогического процесса; состояние и тенденции развития отечественных и международных педагогических и психологических исследований; методологию педагогического исследования; особенности, логику, закономерности, формы, методы и средства процесса обучения и воспитания; основы психологии личности, основные теоретические подходы к пониманию феномена личности; познавательные процессы, их свойства, закономерности и роль в интеллектуальной и творческой деятельности; общетеоретические основы методики преподавания предмета в объеме, необходимом для осуществления педагогической деятельности; строение и функции организма, основные закономерности развития человека; общие закономерности и возрастные особенности функционирования основных систем организма учащихся; гигиенические требования к организации образовательного процесса и гигиену учебного процесса; инструментальные средства информационных технологий. Уметь: применять теоретические знания в решении педагогических задач; планировать, проектировать и осуществлять педагогический процесс в различных типах образовательных учреждений; определять структуру и методологию проведения педагогического исследования; адекватно целям выстраивать учебный и воспитательный процесс, выбирая соответствующие формы, методы и средства его осуществления; использовать в педагогической деятельности и межличностном взаимодействии современные достижения психологической науки; учитывать возрастные физиологические особенности учащихся в педагогическом процессе; использовать информационные технологии для решения профессиональных задач. Владеть: навыками решения педагогических задач; способами планирования и осуществления образовательного процесса; способами проведения педагогического эксперимента; формами и методами осуществления учебной и воспитательной работы; приемами и методами психодиагностики личности, изучения особенностей профессиональной деятельности; навыками организации педагогической деятельности с позиций сохранения здоровья; методами профилактики нарушений физического развития и повышения адаптационных резервов организма; методами оказания первой доврачебной помощи методами

	применения информационно-коммуникационных технологий в образовательном процессе.
ПК-5. Способен использовать научные знания в предметной области (математика) в процессе формирования предметной компетенции обучающихся в рамках реализации основной общеобразовательной программы.	Знать: современное состояние и перспективы развития математики как учебной дисциплины, направления развития школьного математического образования, теоретические основы обучения математике, принципы построения методической системы обучения математике, основные линии школьного курса математики, их структуру, содержание и роль, этапы формирования математических понятий, методические подходы к изучению основных тем школьного курса математики; Уметь: анализировать и интерпретировать содержание математических понятий, теорем, задач, разрабатывать фрагменты уроков, организовывать образовательный процесс обучения математике, конструировать методику введения понятий, изучения теорем, решения задач; Владеть: основными приемами организации деятельности школьников по изучению математики, навыками разработки методики изучения частных вопросов обучения математике, исследовательскими методами в профессиональной деятельности.

3. Содержание дисциплины

1. **Множества.** Множества. Подмножества. Операции над множествами. Прямое произведение множеств. Бинарные отношения. n -арные отношения. Функциональные отношения. Бинарные отношения на множестве. Свойства бинарных отношений на множестве. Отношение эквивалентности. Разбиение множества на классы.

2. **Алгебраические системы и их основные виды.** Алгебраические и частичные операции. Бинарные алгебраические операции и их свойства. Алгебраические системы. Алгебры. Модели. Подалгебры. Основные виды алгебр с одной бинарной операцией.

3. **Группа. Подгруппа.** Группа, аддитивная и мультипликативная терминология. Абелевы группы. Группа преобразований. Простейшие свойства групп. Подгруппа. Критерий подгруппы.

4. **Гомоморфизмы групп.** Гомоморфизмы групп и их виды. Изоморфные группы. Свойства гомоморфизмов. Теорема о гомоморфном образе группы.

5. **Кольцо. Подкольцо.** Кольцо. Ассоциативные и коммутативные кольца. Кольца с единицей и без. Простейшие свойства колец. Подкольцо. Критерий подкольца.

6. **Область целостности.** Делители нуля. Область целостности.

7. **Поле. Подполе.** Поле. Простейшие свойства поля. Подполе. Критерий подполя.

8. **Гомоморфизмы колец.** Гомоморфизмы колец и их виды. Изоморфные кольца. Свойства гомоморфизмов колец. Теорема о гомоморфном образе кольца.

4. Тематический план

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий		
			лекции	практические занятия	самостоятельная работа
1	Множества. Отношения.	12	2	6	4
2	Алгебраические системы.	8	2	4	2
3	Группа. Подгруппа.	10	2	4	4
4	Гомоморфизмы групп.	8	2	4	2
5	Кольцо. Подкольцо.	10	2	4	4
6	Область целостности.	6	2	2	2

7	Поле. Подполе.	10	2	4	4
8	Гомоморфизмы колец.	8	2	4	2
	ИТОГО	72	16	32	24

5. Виды образовательной деятельности

Занятия лекционного типа

Лекция 1. Множества. Бинарные отношения. Отношение эквивалентности

Множество. Подмножество. Операции над множествами. Декартово произведение множеств.

Бинарные отношения. Функции и их виды. Бинарные отношения на множестве и их свойства.

Отношение эквивалентности. Разбиение множества на классы. Фактор-множество.

Лекция 2. Алгебраические системы.

Алгебраические системы. Модели. Алгебраические операции. Алгебры и подалгебры. Группоид. Моноид. Полугруппа.

Лекция 3. Группа. Подгруппа.

Группа. Различные примеры групп. Абелевы группы. Простейшие свойства групп.

Подгруппа. Критерий подгруппы.

Лекция 4. Гомоморфизмы групп. Теорема о гомоморфном образе группы.

Понятие гомоморфизма групп. Свойства гомоморфизмов. Теорема о гомоморфном образе группы.

Лекция 5. Кольцо.

Алгебры с двумя бинарными операциями. Кольцо. Виды колец. Простейшие свойства колец.

Подкольцо. Критерий подкольца.

Лекция 6. Область целостности.

Делители нуля. Примеры делителей нуля в матричных и функциональных кольцах.

Область целостности. Примеры областей целостности.

Лекция 7. Поле. Подполе.

Поле. Простейшие свойства поля.

Подполе. Критерий подполя. Числовые поля.

Лекция 8. Гомоморфизмы колец и полей

Понятие гомоморфизма колец.

Свойства гомоморфизмов.

Теорема о гомоморфном образе кольца.

Занятия семинарского типа

Не предусмотрены

Практические занятия

Практические занятия 1-2. Множество. Подмножество.

Вопросы для обсуждения

1. Множество. Подмножество.

2. Операции над множествами.

3. Декартово произведение множеств.

4. Бинарные отношения.

Практические задания

Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры // Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2016. 48с.

Практическое занятие 3. Бинарные отношения на множестве

Вопросы для обсуждения

1. Бинарные отношения на множестве и их свойства.
2. Отношение эквивалентности.
3. Разбиение множества на классы.

Практические задания

Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры // Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2016. 48с.

Практические занятия 4-5. Алгебраические системы.

Вопросы для обсуждения

1. Алгебраические системы. Модели.
2. Алгебраические операции.
3. Алгебры и подалгебры.
4. Группоид. Моноид. Полугруппа.

Практические задания

Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры // Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2016. 48с.

Практические занятия 6-7. Группа. Подгруппа.

Вопросы для обсуждения

1. Группа. Различные примеры групп.
2. Абелевы группы.
3. Простейшие свойства групп.
4. Подгруппа. Критерий подгруппы.

Практические задания

Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры // Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2016. 48с.

Практические занятия 8-9. Гомоморфизмы групп.

Вопросы для обсуждения

1. Понятие гомоморфизма групп.
2. Свойства гомоморфизмов.
3. Теорема о гомоморфном образе группы.

Практические задания

Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры // Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2016. 48с.

Практические занятия 10-11. Кольцо. Подкольцо.

Вопросы для обсуждения

1. Алгебры с двумя бинарными операциями.
2. Кольцо. Виды колец.
3. Простейшие свойства колец.
4. Подкольцо.

Практические задания

Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры // Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2016. 48с.

Практическое занятие 12. Область целостности.

Вопросы для обсуждения

1. Делители нуля. Примеры колец с делителями нуля среди матричных и функциональных колец.
2. Область целостности. Примеры областей целостности.

Практические задания

Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры // Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2016. 48с.

Практические занятия 13-14. Поле. Подполе.

Вопросы для обсуждения

1. Определение и свойства поля.
2. Подполе.
3. Числовые поля.

Практические задания

Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры // Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2016. 48с.

Практические занятия 15-16. Гомоморфизмы колец и полей.

Вопросы для обсуждения

Понятие гомоморфизма колец. Свойства гомоморфизмов. Теорема о гомоморфном образе кольца.

Практические задания

Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры // Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2016. 48с.

Самостоятельная работа

Самостоятельная работа студента направлена на углубление и закрепление знаний студентов и развитии практических умений. Она заключается в работе с лекционными материалами, поиске и обзоре литературы и электронных источников, информации по заданным темам курса, опережающей самостоятельной работе, в изучении тем, вынесенных на самостоятельную проработку, подготовке к лабораторным занятиям.

Самостоятельная внеаудиторная работа студентов состоит в:

- проработке лекционного материала, составлении конспекта лекций по темам, вынесенным на самостоятельное изучение;
- выполнении домашних заданий.

Темы для самостоятельного изучения

1. Бинарные отношения. n -арные отношения. Функциональные отношения.
2. Отношение эквивалентности.
3. Разбиение множества на классы.
4. Бинарные алгебраические операции и их свойства.
5. Основные виды алгебр с одной бинарной операцией.
6. Группа преобразований. Простейшие свойства групп.
7. Изоморфные группы.
8. Подкольцо. Критерий подкольца.
9. Делители нуля. Область целостности.
10. Поле. Простейшие свойства поля.
11. Изоморфные кольца. Свойства гомоморфизмов колец.

Задания для самостоятельной работы представлены к каждому практическому занятию и содержатся в пособии

Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры // Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2016. 48с.

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

1. Теоретические вопросы

1. Множества. Подмножества.
2. Операции над множествами.
3. Прямое произведение множеств.
4. Бинарные отношения. n -арные отношения.
5. Функциональные отношения.
6. Бинарные отношения на множестве.
7. Свойства бинарных отношений на множестве. Отношение эквивалентности.
8. Разбиение множества на классы.
9. Алгебраические и частичные операции.
10. Бинарные алгебраические операции и их свойства.
11. Алгебраические системы. Алгебры. Модели. Подалгебры.
12. Основные виды алгебр с одной бинарной операцией.
13. Группа, аддитивная и мультипликативная терминология.
14. Абелевы группы. Группа преобразований.
15. Простейшие свойства групп.
16. Подгруппа. Критерий подгрупп.
17. Гомоморфизмы групп и их виды.
18. Свойства гомоморфизмов групп.
19. Теорема о гомоморфном образе группы.
20. Кольцо. Ассоциативные и коммутативные кольца. Кольца с единицей и без.
21. Простейшие свойства колец.
22. Подкольцо. Критерий подкольца.
23. Делители нуля. Область целостности.
24. Поле. Простейшие свойства поля.
25. Подполе. Критерий подполя.
26. Гомоморфизмы колец и их виды.
27. Свойства гомоморфизмов колец.
28. Теорема о гомоморфном образе кольца.

Критерии оценки ответа на теоретический вопрос

Показатель	Количество баллов
1) Полнота и глубина ответа (усвоенные теории, понятия, факты и пр.)	1
2) Сознательность ответа (понимание излагаемого материала)	1
3) Логика изложения материала (умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией)	1
4) Умение приводить примеры использования описанных явлений, теорий и устройств	1
5) Использование при подготовке ответа на вопрос дополнительных источников информации	0,5
6) Наличие конспекта ответа на вопрос	0,5
Итоговая (суммарная) оценка	Max - 5

2. Задания для практических занятий

Задания по темам курса предложены к каждому практическому занятию в пособии:

Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры // Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2016. 48с.

Образец задания

1. Проверить является ли заданное множество $\langle Q, + \rangle$:
 - группой;
 - подгруппой;
 - кольцом;
 - полем?
2. Построить все разбиения $A = \{a, b, c\}$ на классы и соответствующие им отношения эквивалентности.

Критерии оценивания выполнения практических заданий и заданий для самостоятельной работы

Показатель	Количество баллов
1) Полнота и глубина изложения ответа (усвоенные теории, понятия, факты)	1
2) Логика изложения материала	1
3) Примеры использования описанных явлений, теорий и устройств на практике	1
4) Использование при подготовке ответа на вопрос дополнительных источников информации	1
5) Оформление работы	1
Итоговая (суммарная) оценка	Max - 5

6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

Зачетная работа

1. Задать U . Найти $\bar{A}$, $\bar{B}$, $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \Delta B$, если:
 - 1) $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{e, f, b, g\}$;
 - 2) $A = (0; 4)$, $B = [0; 2]$.
2. Построить все разбиения $A = \{a, b\}$ на классы и соответствующие им отношения эквивалентности.
3. Является ли данная пара группой?
 - 1) $\langle Q, - \rangle$;
 - 2) $\langle R, + \rangle$.

Критерии оценивания зачетной работы

1. Нормы оценивания:

№п/п	Структурная часть работы	Количество баллов(*)
1	Задание 1	1 балл
2	Задание 2	2 балла
3	Задание 3	2 балла

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

№ п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	Менее 3

Критерий получения зачета

Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра.

Для получения зачета студент должен:

- уметь отвечать на теоретические вопросы, рассмотренные на лекциях;
- уметь решать задачи, предложенные на практических занятиях;
- выполнить зачетную работу на оценку не ниже, чем удовлетворительно.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

7.1. Список основной литературы

1. Ларин С. В. Алгебра и теория чисел. Группы, кольца и поля : учебник для вузов / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 160 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05567-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/563870>.
2. Богомолов Н. В. Математика: учебник для вузов / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2024. — 401 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07001-9. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/488864>.
3. Журавлев Ю.И. Основы высшей алгебры: учебное пособие для вузов / Ю. И. Журавлев, Ю. А. Флеров, М. Н. Вялый. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2024. — 223 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-06277-9. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/491080>.

7.2. Список дополнительной литературы

1. Банару Г.А. Элементы математической логики. Множества. Отношения. Метод математической индукции. Смоленск. СГУ. 2008.
2. Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры // Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2016. (файл с пособием прилагается к программе).
3. Банару Г.А., Банару М.Б. Теория групп и колец. Смоленск, 2008.
4. Варпаховский Ф.Л., Солодовников А.С., Стеллецкий И.В. Алгебра. М., 2003.
5. Винберг Э.Б. Курс алгебры. М., 2002.
6. Кострикин А.И. Введение в алгебру. М.:МГУ, 2009.
7. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. М., 1979.
8. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М., СПб, 2006.
9. Курош Л.Г. Теория групп. СПб: Лань. 2005.

7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет

1. Алгебра матриц и линейные пространства. Национальный открытый университет «Интуит». URL: <http://www.intuit.ru/studies/courses/992/207/info>
2. Основные сервисы и технологии Mathcad 14. URL: <http://www.intuit.ru/studies/courses/10678/1113/info>
3. Введение в алгебру. Национальный открытый университет. URL: <http://www.intuit.ru/studies/courses/1009/197/info>
4. Общероссийский математический портал MATH-NET URL: www.mathnet.ru

8. Материально-техническое обеспечение

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная следующим оборудованием: стандартная учебная мебель (28 учебных посадочных мест), стол и стул для преподавателя – по 1 шт., кафедра для лектора – 1 шт., доска настенная трехэлементная – 1 шт., напольный мобильный проекционный экран DA-LITE – 1 шт., мультимедиапроектор BenQ – 1 шт., ноутбук Lenovo – 1шт., колонки Genius – 1 шт., персональные компьютеры, объединенные в сеть с выходом в Интернет, – 16 шт.

Помещение для самостоятельной работы – компьютерный класс с доступом к сети «Интернет» и ЭИОС СмолГУ.

9. Программное обеспечение

Microsoft Open License (Windows XP, 7, 8, 10, Server, Office 2003-2016), лицензия 66975477 от 03.06.2016 (бессрочно).

PTC Mathcad 15.0 (Лицензия 449732)

Обучающимся обеспечен доступ к ЭБС «Юрайт», доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.