

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Артеменков Михаил Николаевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 07.10.2026 11:21:22
Уникальный программный ключ:
a63b74166e8f4fc17bd1e0462725f79e393b6c9

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»
Кафедра прикладной математики и информатики

«Утверждаю»
Проректор по учебно-
методической работе
Ю.А. Устименко
«14» июня 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины
Б1.О.12.01 Аналитическая геометрия**

Направление подготовки: **44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

Направленность (профиль): **Физика, Математика**

Форма обучения: очная

Курс – 1

Семестр – 1,2

Всего зачетных единиц – 7, часов – 252

Форма отчетности: экзамен – 1, 2 семестры

Программу разработала
кандидат физико-математических наук, доцент Г.А. Банару

Одобрена на заседании кафедры
«7» июня 2023 г., протокол № 12

Заведующий кафедрой _____ С.В. Козлов

Смоленск
2023

1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Аналитическая геометрия» входит в обязательную часть Учебного плана по программе бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование, направленность (профиль) Физика. Математика.

Требования к входным знаниям, умениям и компетенциям студента формируются на основе программы среднего (полного) общего образования по математике.

Дисциплина «Аналитическая геометрия» является предшествующей практически для всех математических дисциплин. Приобретенные в результате изучения дисциплины знания, умения и навыки используются практически во всех без исключения математических дисциплинах, модулях и практиках, например, таких как «Дифференциальная геометрия и топология», «Основания геометрии», «Элементарная математика» и др.

Отметим, что геометрические методы исследования находят широчайшее применение практически во всех естественных науках, а также в различных областях техники, в экономических исследованиях и др. Вот почему курс аналитической геометрии занимает важное место в предметной подготовке по основной образовательной программе направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование, профиль «Математика. Информатика».

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения
ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	Знать: объект, предмет, основные категории, принципы, закономерности, структуру педагогической науки; сущность, структуру, динамику целостного педагогического процесса; состояние и тенденции развития отечественных и международных педагогических и психологических исследований; методологию педагогического исследования; особенности, логику, закономерности, формы, методы и средства процесса обучения и воспитания; основы психологии личности, основные теоретические подходы к пониманию феномена личности; познавательные процессы, их свойства, закономерности и роль в интеллектуальной и творческой деятельности; общетеоретические основы методики преподавания предмета в объеме, необходимом для осуществления педагогической деятельности; строение и функции организма, основные закономерности развития человека; общие закономерности и возрастные особенности функционирования основных систем организма учащихся; гигиенические требования к организации образовательного процесса и гигиену учебного процесса; инструментальные средства информационных технологий. Уметь: применять теоретические знания в решении педагогических задач; планировать, проектировать и осуществлять педагогический процесс в различных типах образовательных учреждений; определять структуру и методологию проведения педагогического

	исследования; адекватно целям выстраивать учебный и воспитательный процесс, выбирая соответствующие формы, методы и средства его осуществления; использовать в педагогической деятельности и межличностном взаимодействии современные достижения психологической науки; учитывать возрастные физиологические особенности учащихся в педагогическом процессе; использовать информационные технологии для решения профессиональных задач. Владеть: категориальным аппаратом педагогической науки; навыками решения педагогических задач; способами планирования и осуществления образовательного процесса; способами проведения педагогического эксперимента; формами и методами осуществления учебной и воспитательной работы; приемами и методами психодиагностики личности, изучения особенностей профессиональной деятельности; навыками организации педагогической деятельности с позиций сохранения здоровья; методами профилактики нарушений физического развития и повышения адаптационных резервов организма; методами оказания первой доврачебной помощи; методами применения информационно-коммуникационных в образовательном процессе.
ПК-5. Способен использовать научные знания в предметной области (математика) в процессе формирования предметной компетенции обучающихся в рамках реализации основной общеобразовательной программы	Знать: современное состояние и перспективы развития математики как учебной дисциплины, направления развития школьного математического образования, теоретические основы обучения математике, принципы построения методической системы обучения математике, основные линии школьного курса математики, их структуру, содержание и роль, этапы формирования математических понятий, методические подходы к изучению основных тем школьного курса математики; Уметь: анализировать и интерпретировать содержание математических понятий, теорем, задач, разрабатывать фрагменты уроков, организовывать образовательный процесс обучения математике, конструировать методику введения понятий, изучения теорем, решения задач; Владеть: основными приемами организации деятельности школьников по изучению математики, навыками разработки методики изучения частных вопросов обучения математике, исследовательскими методами в

	профессиональной деятельности.
ПК-7. Способен математически корректно ставить естественнонаучные задачи и классические задачи математики, строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	Знать: базовые принципы постановки естественнонаучных задач и классических задач математики, определения основных понятий и доказательства теорем по основным разделам математики; Уметь: решать основные типы математических задач, доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть его следствия; Владеть: первичными навыками применения математического аппарата к решению конкретных задач из различных областей прикладной математики и информатики.

3. Содержание дисциплины

Координаты на плоскости и в пространстве. Прямоугольная декартова система координат на плоскости и в пространстве. Координаты точки. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в заданном отношении. Уравнение линии, поверхности. Полярные координаты на плоскости.

Параллельный перенос. Векторы. Параллельный перенос и его свойства. Понятие вектора. Модуль вектора. Сонаправленные и противоположно направленные векторы. Равные векторы и их свойства. Координаты вектора. Операции сложения векторов и умножения вектора на действительное число и их свойства. Скалярное произведение векторов и его свойства. Компланарные и некомпланарные векторы. Критерий компланарности трех векторов. Теорема об однозначной разложимости произвольного вектора пространства по трем некомпланарным векторам. Орты. Векторное и смешанное произведение векторов.

Аффинная система координат. Аффинная (общая) система координат на плоскости и в пространстве. Правая и левая системы координат на плоскости и в пространстве. Ориентация пары векторов на плоскости и тройки векторов в пространстве. Преобразование координат.

Прямая на плоскости. Различные виды уравнения прямой на плоскости. Геометрическое истолкование уравнения $ax+by+c=0$. Расположение прямой относительно системы координат. Взаимное расположение двух прямых. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми (на плоскости).

Плоскость в пространстве. Различные виды уравнения плоскости. Геометрическое истолкование уравнения $ax+by+cz+d=0$. Расстояние от точки до плоскости. Расположение плоскости относительно системы координат. Взаимное расположение двух плоскостей. Угол между двумя плоскостями.

Прямая в пространстве. Различные виды уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых; угол между двумя прямыми; угол между прямой и плоскостью.

Линии второго порядка. Определения, канонические уравнения и свойства эллипса, гиперболы и параболы. Эксцентриситет эллипса и гиперболы. Построение точек эллипса, гиперболы и параболы с помощью циркуля и линейки. Унифицированное уравнение для эллипса, гиперболы и параболы. Уравнение и линия второго порядка. Приведение уравнения второго порядка к каноническому виду. Классификация линий второго порядка.

Поверхности второго порядка. Цилиндрические и конические поверхности. Поверхности вращения. Поверхности второго порядка. Пересечение поверхности второго порядка с плоскостью. Классификация поверхностей второго порядка. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.

Преобразования плоскости и пространства. Понятие преобразования плоскости. Инвариантные точки преобразования. Инвариантные свойства. Группа преобразований плоскости. Аффинные преобразования плоскости. Род аффинного преобразования.

Перспективно-аффинные преобразования плоскости. Движения плоскости. Преобразования подобия и гомотетии плоскости. Преобразования пространства.

Аффинные и евклидовы n-мерные пространства. Аффинные и евклидовы n-мерные пространства. k- мерные плоскости. Гиперплоскости.

Квадратичные формы и квадратики. Квадратичные формы. Ранг квадратичной формы. Нормальные квадратичные формы. Индекс. Квадрики. Центр. Центральная квадрика. Цилиндрическая квадрика. Коническая квадрика. Нормальные уравнения квадрики

4. Тематический план

1 семестр

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий			
			лекции	практические занятия	лабораторные занятия	самостоятельная работа
1	Координаты на плоскости и в пространстве	24	8	8	—	8
2	Параллельный перенос. Векторы	24	8	8	—	8
3	Аффинная система координат	18	4	6	—	8
4	Прямая на плоскости	17	4	4	—	9
5	Плоскость в пространстве	18	4	4	—	10
6	Прямая в пространстве	16	4	2	—	10
7	Экзамен	27	—	—	—	27
ИТОГО		144	32	32	—	53+27

2 семестр

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий			
			лекции	практические занятия	лабораторные занятия	самостоятельная работа
1	Линии второго порядка	20	8	8	—	4
2	Поверхности второго порядка	20	8	8	—	4
3	Преобразования плоскости и пространства	20	8	8	—	4
4	Аффинные и евклидовы n-мерные пространства	12	4	4	—	4
5	Квадратичные формы и квадратики	9	4	4	—	1
6	Экзамен	27	—	—	—	27
ИТОГО		108	32	32	—	17+27

5. Виды образовательной деятельности

Лекции

1 семестр

1-2. Прямоугольная декартова система координат на плоскости и в пространстве

Прямоугольная декартова система координат на плоскости и в пространстве. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в заданном отношении.

3-4. Уравнения линии и поверхности. Уравнение линии на плоскости. Уравнение поверхности в пространстве. Полярная система координат на плоскости. Связь полярной системы координат с декартовой. Уравнения некоторых линий в полярной системе координат.

5-6. Параллельный перенос. Определение параллельного переноса плоскости и пространства. Основные геометрические свойства параллельного переноса. Основные алгебраические свойства параллельного переноса.

7-8. Векторы. Понятие вектора. Длина вектора. Коллинеарные векторы. Координаты вектора. Операции над векторами. Компланарные и некомпланарные векторы. Орты. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов.

9-10. Аффинная (общая) система координат. Аффинная система координат на плоскости и в пространстве. Задача о двух аффинных системах координат. Матрица преобразования.

11-12. Прямая на плоскости. Различные виды уравнения прямой на плоскости. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой.

13-14. Плоскость в пространстве. Различные виды уравнения плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Угол между двумя плоскостями.

15-16. Прямая в пространстве. Различные виды уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между двумя прямыми. Угол между прямой и плоскостью.

2 семестр

1-2. Эллипс. Определение эллипса. Свойства эллипса. Фокусы, вершины, полуоси. Эксцентриситет. Гипербола. Определение гиперболы. Свойства гиперболы. Фокусы, вершины, полуоси. Асимптоты. Эксцентриситет. Равносторонняя гипербола.

3-4. Парабола. Линии второго порядка. Определение параболы. Свойства параболы. Фокус, вершина. Унифицированное уравнение для эллипса, гиперболы и параболы. Линии второго порядка.

5-6. Цилиндрические и конические поверхности. Поверхности вращения. Цилиндрические поверхности. Частные случаи. Конические поверхности. Частные случаи. Поверхности вращения. Поверхности, образованные вращением линий второго порядка.

7-8. Поверхности второго порядка. Определение поверхности второго порядка. Цилиндрические поверхности второго порядка. Конические поверхности второго порядка. Эллипсоиды. Параболоиды. Гиперболоиды.

9-10. Преобразования плоскости. Преобразования плоскости. Отображения. Композиция отображений. Группа преобразований. Аффинные преобразования плоскости. Перспективно-аффинные преобразования плоскости. Движения. Движения I и II рода. Группа движений. Подобие. Гомотетия.

11-12. Преобразования пространства. Преобразования пространства. Аффинные преобразования пространства. Движения пространства. Классификация движений.

13-14. Аффинные и евклидовы n-мерные пространства. Аффинное n-мерное пространство. Свойства аффинного n-мерного пространства. Плоскости в аффинном n-мерном пространстве. Гиперплоскости. Гиперповерхности. Евклидовы n-мерные пространства

15-16. Квадратичные формы и квадрики. Квадратичные формы. Ранг квадратичной формы. Нормальные квадратичные формы. Индекс. Квадрики. Центр. Центральная квадрика. Цилиндрическая квадрика. Коническая квадрика. Нормальное уравнения квадрики.

Занятия семинарского типа

Не предусмотрены

Практические занятия

1 семестр

1-2. Прямоугольная декартова система координат на плоскости и в пространстве.

Прямоугольная декартова система координат на плоскости и в пространстве. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в заданном отношении.

3-4. Уравнения линии и поверхности.

Уравнение линии на плоскости. Уравнение поверхности в пространстве. Полярные координаты. Связь полярной системы координат с декартовой. Уравнения некоторых линий в полярной системе координат.

5-6. Параллельный перенос.

Определение параллельного переноса плоскости и пространства. Основные геометрические свойства параллельного переноса. Основные алгебраические свойства параллельного переноса.

7-8. Векторы.

Понятие вектора. Длина вектора. Коллинеарные векторы. Координаты вектора. Операции над векторами. Компланарные и некомпланарные векторы. Орты. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов.

9-10. Аффинная (общая) система координат.

Аффинная система координат на плоскости и в пространстве. Задача о двух аффинных системах координат. Частные случаи преобразования координат. Матрица преобразования.

11-12. Прямая на плоскости.

Различные виды уравнения прямой на плоскости. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой.

13-14. Плоскость в пространстве.

Различные виды уравнения плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Угол между двумя плоскостями.

15-16. Прямая в пространстве.

Различные виды уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между двумя прямыми. Угол между прямой и плоскостью.

2 семестр

1-2. Эллипс. Эксцентриситет эллипса.

Определение эллипса. Свойства эллипса. Фокусы, вершины, полуоси. Эксцентриситет.

3. Гипербола. Асимптоты гиперболы.

Определение гиперболы. Свойства гиперболы. Фокусы, вершины, полуоси. Асимптоты. Эксцентриситет. Равносторонняя гипербола.

4. Парабола. Линии второго порядка.

Определение параболы. Свойства параболы. Фокус, вершина. Унифицированное уравнение для эллипса, гиперболы и параболы. Линии второго порядка.

5-6. Цилиндрические и конические поверхности. Поверхности вращения.

Цилиндрические поверхности. Частные случаи. Конические поверхности. Частные случаи. Поверхности вращения. Примеры.

7-8. Поверхности второго порядка. Поверхности вращения.

Определение поверхности второго порядка. Цилиндрические поверхности второго порядка. Конические поверхности второго порядка. Эллипсоиды. Параболоиды. Гиперболоиды.

9-10. Преобразования плоскости. Движения.

Преобразования плоскости. Отображения. Композиция отображений. Группа преобразований. Аффинные преобразования плоскости. Перспективно-аффинные преобразования плоскости. Движения I и II рода. Группа движений. Подобие. Гомотетия.

11-12. Преобразования пространства. Движения пространства.

Преобразования пространства. Аффинные преобразования пространства. Движения пространства. Классификация движений. Подобия.

13-14. Аффинные и евклидовы n -мерные пространства. Евклидовы n -мерные пространства.

Аффинное n -мерное пространство. Свойства аффинного n -мерного пространства. Плоскости в аффинном n -мерном пространстве. Гиперплоскости. Гиперповерхности. Определение евклидова пространства. Свойства евклидова пространства.

15-16. Квадратичные формы и квадрики.

Квадратичные формы. Ранг квадратичной формы. Нормальные квадратичные формы. Индекс. Квадрики. Центр. Центральная квадрика. Цилиндрическая квадрика. Коническая квадрика. Нормальные уравнения квадрики

Практические занятия разработаны в пособиях:

1. Сурина Н.Н., Шатохин Н.Л. – Аналитическая геометрия на плоскости. Смоленск. СГПУ. 2005.
2. Борисова Н.Н., Шатохин Н.Л. – Аналитическая геометрия в пространстве. Смоленск. СГПУ. 2006.

Самостоятельная работа

Текущая самостоятельная работа направлена на углубление и закрепление знаний студентов и развитие их практических умений. Она заключается в работе с лекционными материалами, поиске и обзоре литературы и электронных источников, информации по заданным темам курса, опережающей самостоятельной работе, в изучении тем, вынесенных на самостоятельную проработку, подготовке к лабораторным занятиям.

Самостоятельная внеаудиторная работа студентов состоит в: проработке лекционного материала, составлении конспекта лекций по темам, вынесенным на самостоятельное изучение; выполнении домашних заданий.

Задания для самостоятельной работы

1. Найти угол между векторами $\vec{BA}$ и $\vec{BC}$, если $A(5;2;1)$; $B(2;4;2)$; $C(1;0;7)$. Сделать чертеж.
2. Найти угол между векторами $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$, если $A(2;-1;3)$; $B(1;2;3)$; $C(1;-3;3)$. Сделать чертеж.
3. Найти объем пирамиды, построенной на векторах: $\vec{a}=\{3;-1;2\}$; $\vec{b}=\{2;1;0\}$; $\vec{c}=\{1;0;4\}$. Сделать чертеж.
4. Найти площадь треугольника, построенного на векторах: $\vec{a}=\{3;-2;1\}$ и $\vec{b}=\{2;-4;1\}$. Сделать чертеж.
5. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах: $\vec{a}=\{-1;2;3\}$, и $\vec{b}=\{2;-1;4\}$. Сделать чертеж.
6. Найти объем параллелепипеда, построенного на векторах: $\vec{a}=\{1;0;-5\}$; $\vec{b}=\{2;-3;7\}$; $\vec{c}=\{2;-1;0\}$. Сделать чертеж.
7. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах: $\vec{a}=\{5;0;1\}$, и $\vec{b}=\{-2;1;-1\}$. Сделать чертеж.
8. Прямые $2x+y-1=0$ и $4x-y-11=0$ являются сторонами треугольника, а точка $P(1; 2)$ – точкой пересечения третьей стороны с высотой, опущенной на нее. Составить уравнение третьей стороны. Сделать чертеж.
9. Прямая $5x-3y+4=0$ является одной из сторон треугольника, а прямые $4x-3y+2=0$ и $7x+2y-13=0$ его высотами. Составить уравнения двух других сторон треугольника. Сделать чертеж.
10. Точки $A(3; -1)$ и $B(4; 0)$ являются вершинами треугольника, а точка $D(2; 1)$ – точкой пересечения его медиан. Составить уравнение высоты, опущенной из третьей стороны. Сделать чертеж.
11. Прямые $5x-3y+14=0$ и $5x-3y-20=0$ являются сторонами ромба, а прямая $x-4y-4=0$ – его диагональю. Составить уравнения двух других сторон ромба. Сделать чертеж.
12. На прямой $4x+3y-6=0$ найти точку, равноудаленную от точек $A(1; 2)$ и $B(-1; -4)$. Сделать чертеж.
13. Найти координаты точки, симметричной точке $A(5; 2)$ относительно прямой $x+3y-1=0$. Сделать чертеж.
14. Прямые $x-3y+3=0$ и $3x+5y+9=0$ являются сторонами параллелограмма, а точка $P(3; -1)$ – точкой пересечения его диагоналей. Составить уравнения двух других сторон параллелограмм. Сделать чертеж.

15. Точки $A(4; 5)$ и $C(2; -1)$ являются двумя противоположными вершинами ромба, а прямая $x - y + 1 = 0$ – одной из его сторон. Составить уравнения остальных сторон ромба. Сделать чертеж.
16. Линия задана уравнением $r = r(\varphi)$ в полярной системе координат. Найти уравнение данной линии в декартовой прямоугольной системе координат, у которой начало совпадает с полюсом, а положительная полуось абсцисс – с полярной осью. Сделать чертеж.

а) $r = \frac{1}{1 + \cos \varphi}$. б) $r = \frac{4}{1 - \cos \varphi}$. в) $r = \frac{10}{2 + \cos \varphi}$.

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

1 семестр

Образец контрольной работы

1. Составить уравнение множества всех точек плоскости, равноудалённых от точек $A(1; 2)$ и $B(0; -1)$. Что представляет собой это множество?
2. Найти векторным способом площадь треугольника ABC и объём пирамиды $OABC$ (O – начало координат), если $A(1; 2; 3)$, $B(-2, 1, 0)$, $C(-1; 3; 1)$.
3. Найти угол между прямыми $3x - 2y + 5 = 0$ и $x + 5y - 1 = 0$ на плоскости.
4. Составить формулы перехода от аффинной системы координат $A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ к аффинной системе координат $C, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}$, если ABC – произвольный треугольник.

2 семестр

Образец контрольной работы

1. Привести уравнение линии к каноническому виду. Определить вид линии.
 $4x^2 + y^2 + 8x - 2y - 11 = 0$.
2. Определить вид поверхности второго порядка
 $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2xy - 2yz + 2xz - 1 = 0$.
3. Составить формулу аффинного преобразования, переводящего точки A и B в точки A_1 и B_1 соответственно, если известно, что точка C является инвариантной относительно этого преобразования.

$$A(1; 1), B(2; -1), A_1(7; 2), B_1(1; 1), C(0; \frac{1}{4}).$$

4. Охарактеризовать преобразование $\begin{cases} x' = 2x + 1 \\ y' = 2y - 1 \end{cases}$.

Критерии оценивания контрольной работы

1. Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно реализован каждый метод решения	1 балл
2	Анализ результатов	2 балла

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

Образцы практических заданий

1 семестр

Практическое занятие 1-2. Векторы на плоскости и в пространстве

Теоретические вопросы

1. Что называется вектором на плоскости (в пространстве)?
2. Какие два вектора называются равными?
3. В чем состоит геометрический смысл линейной зависимости и линейной независимости векторов?
4. Что называется углом между векторами? Какие векторы называются ортогональными?

Задание

1. Даны три точки $A(-3; 4)$, $B(2; 1)$, $C(3; -2)$.
 - а) Найдите координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$ и их модули.
 - б) Найдите координаты точки K , лежащей на отрезке AB и делящей его в отношении $1:3$, считая от точки A .
 - в) Найдите длину медианы AM треугольника ABC .
 - г) Вычислите косинус угла BAC .
 - д) Вычислите площадь треугольника ABC и длину его высоты AH .
 - е) Найдите длину биссектрисы AN треугольника ABC .
 - ж) Докажите, что если $D(-1; -2)$, то диагонали четырехугольника $ABCD$ перпендикулярны.
2. При каком значении параметра m векторы $\vec{a}(m; -3; 2)$ и $\vec{b}(1; 2; -m)$ ортогональны?

Практическое занятие 3-4. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов

Теоретические вопросы

1. Дайте определение скалярному произведению двух векторов. Назовите его свойства.
2. Что называется векторным произведением двух векторов? Какими свойствами оно обладает?
3. Дайте определение смешанного произведения трех векторов. Какими свойствами оно обладает?

Задание

1. Даны вершины треугольной пирамиды $A(3; -1; 5)$, $B(4; 2; -5)$, $C(-4; 0; 3)$ и $D(1; 0; -2)$.
 - а) Найдите координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$ и их модули.
 - б) Вычислите площадь треугольника ABC .
 - в) Вычислите косинус угла BAC .
 - г) Найдите объем пирамиды $ABCD$.
 - д) Найдите длину высоты AH пирамиды $ABCD$.
2. Даны вершины треугольника $A(1; -2)$, $B(3; -1)$, $C(-1; 5)$.
 - а) Найдите стороны AB , AC и BC .
 - б) Найдите длину медианы AM треугольника ABC .

- в) Вычислите косинус угла BAM .
 г) Вычислите площадь треугольника ABC и длину его высоты AH .
 23 Даны вершины треугольной пирамиды $S(0; 0; 0)$, $A(2; -1; 3)$, $B(-2; 2; 0)$, $C(-4; 2; 1)$.
 а) Найдите длины ребер SA , SB и SC .
 б) Вычислите площадь грани SAB .
 в) Найдите объем пирамиды $SABC$.
 г) Найдите длину высоты SH пирамиды $SABC$.

Практическое занятие 5-6. Уравнения прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой

Теоретические вопросы

- Какие виды уравнений прямой на плоскости Вы знаете?
- Как по общим уравнениям прямых определить, перпендикулярны ли они? Параллельны ли они? Какой угол между ними?

Задание

- Постройте прямые, заданные уравнениями: $y = 2x - 3$; $x - 3y + 5 = 0$; $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1}$;
 $2(x+2) - 3(y-1) = 0$; $\begin{cases} x = t, \\ y = -1 - 2t. \end{cases}$
- Напишите уравнения прямой:
 - проходящей через точки $A(-1; 3)$ и $B(2; 1)$;
 - проходящей через точку $C(0; -2)$ параллельно прямой $x + y - 2 = 0$;
 - проходящей через точку $D(1; -1)$ перпендикулярно прямой $y = 2x$.
- Найдите угол, образованный прямой $2x - 3y - 1 = 0$
 - с положительным направлением оси абсцисс;
 - с прямой $x + 2y - 3 = 0$.

Практическое занятие 7-8. Расстояние от точки до прямой

Теоретические вопросы

- По какой формуле можно найти расстояние от данной точки до заданной общим уравнением прямой?

Задание

- Среди прямых $3x - 2y + 17 = 0$, $6x - 4y - 9 = 0$, $6x + 4y - 5 = 0$, $2x + 3y - 16 = 0$ укажите перпендикулярные и параллельные. Найдите расстояние между параллельными прямыми.
- Найдите точку пересечения прямых $2x - 3y - 8 = 0$ и $x + 2y + 3 = 0$.
- Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-3; 4)$, $B(2; 1)$, $C(3; -2)$.
 - Напишите уравнения стороны BC , высоты AH и медианы AM .
 - Найдите координаты основания H высоты AH и ее длину.

Практическое занятие 9-10. Уравнения плоскости и прямой в пространстве

Теоретические вопросы

1. Какие виды уравнений плоскости Вы знаете?
2. Как по общим уравнениям плоскостей определить, перпендикулярны ли они? Параллельны ли они? Какой угол между ними?

Задание

1. Напишите уравнения плоскости:
 - а) по трем точкам $A(-1; 3; -2)$, $B(2; 1; 1)$ и $C(-3; 1; 0)$;
 - б) по точке $F(1; -3; 0)$ и вектору нормали $\vec{n}(-1; 0; 1)$
 - в) проходящей через точки $M(0; -1; 1)$ и $N(3; 2; -1)$ и параллельной оси Oz ;
 - г) проходящей через точку $K(1; 1; -3)$ и параллельной плоскости Oyz .
2. Среди плоскостей $3x - 2y + z + 17 = 0$, $x + 2y + z - 9 = 0$, $6x - 4y + 2z - 5 = 0$, $x + 3y - z - 6 = 0$ укажите перпендикулярные и параллельные. Найдите расстояние между параллельными плоскостями. Найдите угол между пересекающимися плоскостями.

Практическое занятие 11-14. Расстояние от точки до плоскости. Угол между прямыми

Теоретические вопросы

1. Как можно найти расстояние от данной точки до заданной общим уравнением плоскости?
2. Какие виды уравнений прямой в пространстве Вы знаете?
3. Как по каноническим уравнениям прямых в пространстве определить угол между ними?

Задание

1. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $P(1; 1; -2)$ и перпендикулярную плоскостям $3x - y - z + 10 = 0$ и $x + 3y + z = 0$.
2. Напишите каноническое и параметрическое уравнения прямой:
 - а) проходящей через точки $A(-1; 0; 2)$ и $B(2; -1; 1)$;
 - б) проходящей через точку $K(1; -1; 2)$ параллельно прямой $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{3}$;
 - в) проходящей через точку $D(2; 1; 2)$ перпендикулярно плоскости $3x - y + 2z + 1 = 0$.
3. Найдите угол между прямыми $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z+4}{3}$ и $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ x - 3y + z + 2 = 0. \end{cases}$
4. Найдите точку пересечения прямой $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{2}$ с плоскостью $2x + y - z + 3 = 0$.

Практическое занятие 15-16. Кривые второго порядка на плоскости

Теоретические вопросы

1. Что называется эллипсом? Какой вид имеет его каноническое уравнение? Назовите свойства эллипса.

2. Дайте определение гиперболы. Какой вид имеет ее каноническое уравнение? Назовите свойства гиперболы.
3. Дайте определение параболы. Какой вид имеет ее каноническое уравнение? Назовите свойства параболы.

Задание

1. Напишите каноническое уравнение эллипса, проходящего через точку $A(1,25;1)$ и имеющего эксцентриситет, равный $0,6$. Найдите сумму расстояний от точки A до фокусов эллипса. Постройте эллипс, его фокусы и директрисы.
2. Составить каноническое уравнение гиперболы, если ее асимптоты заданы уравнениями $y = \pm 0,6x$ и гипербола проходит через точку $M(10; -3\sqrt{3})$. Найдите фокусы гиперболы, директрисы и эксцентриситет.
3. Постройте параболу $y^2 = 6x$. Найдите фокус и директрису параболы. Убедитесь, что точка $N(2; 2\sqrt{3})$ принадлежит параболе и равноудалена от фокуса и директрисы.
4. Постройте кривые
 - а) $x^2 + 4y^2 - 6x + 8y = 3$;
 - б) $16x^2 - 9y^2 - 64x + 54y - 161 = 0$;
 - в) $y^2 - 8y = 4x$.

Критерии оценивания выполнения практических заданий

1. Нормы оценивания каждой лабораторной работы:

№п/п	Структурная часть работы	Количество баллов (*)
1	Ответ на теоретические вопросы по теме лабораторной работы	1 балл
2	Демонстрация выполнения конкретного задания, предложенного для самостоятельного решения к лабораторной работе	2 балла

(*) с возможностью градации до 0,25 балла.

2. Шкала оценивания. Оценка «зачтено» за лабораторную работу выставляется, если набрано не менее 2 баллов, в противном случае за работу выставляется «не зачтено».

6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

1 семестр

Вопросы для подготовки к экзамену

1. Деление отрезка в заданном отношении.
2. Различные виды уравнения линии на плоскости и поверхности в пространстве.
3. Связь между полярными и прямоугольными декартовыми координатами на плоскости.
4. Алгебраические свойства параллельного переноса.
5. Свойства операции сложения векторов.
6. Свойства скалярного умножения векторов.
7. Критерий компланарности векторов.
7. Свойства векторного произведения векторов.
8. Свойства смешанного произведения векторов.

9. Свойства ориентации пары неколлинеарных векторов на плоскости и тройки некопланарных векторов в пространстве.
10. Прямоугольная декартова система координат как частный случай аффинной.
11. Преобразование прямоугольных декартовых систем координат.
12. Геометрическое истолкование уравнения $ax + by + c = 0$.
13. Угол между прямыми на плоскости.
14. Геометрическое истолкование уравнения $ax + by + cz + d = 0$.
15. Взаимное расположение двух плоскостей.
16. Угол между двумя прямыми в пространстве.

Образец экзаменационного билета

1. Определение и свойства смешанного произведения векторов.
2. Геометрическое истолкование уравнения $ax + by + cz + d = 0$.
3. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(1; 2)$ и
 - а) параллельной,
 - б) перпендикулярной
 прямой $3x - y + 7 = 0$.
4. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1; 2; 3)$ и перпендикулярной прямой $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = z-3$.

Критерии оценивания ответа на экзамене

1. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть билета	Количество баллов
1	Теоретический вопрос	2 балла
2	Математическая модель	1 балл
3	Реализация решения задачи	2 балла

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

2 семестр

Вопросы для подготовки к экзамену

1. Определения, канонические уравнения и свойства эллипса, гиперболы и параболы.
2. Эксцентриситет эллипса и гиперболы.
3. Унифицированное уравнение эллипса, гиперболы и параболы.
4. Уравнение и линия второго порядка. Приведение уравнения второго порядка к каноническому виду.
5. Классификация линий второго порядка.
6. Цилиндрические и конические поверхности. Поверхности вращения.
7. Поверхности второго порядка. Пересечение поверхности второго порядка с плоскостью.
8. Классификация поверхностей второго порядка.
9. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.
10. Понятие преобразования плоскости. Инвариантные точки преобразования.
11. Группа преобразований плоскости.
12. Аффинные преобразования плоскости. Род аффинного преобразования.
13. Перспективно-аффинные преобразования плоскости.

14. Движения плоскости.
15. Преобразования подобия и гомотетии плоскости.
16. Преобразования пространства.
17. Аффинные и евклидовы n-мерные пространства. k- мерные плоскости. Гиперплоскости.
18. Квадратичные формы и квадратики.

Образец экзаменационного билета

1. Классификация линий второго порядка.
2. Группа преобразований плоскости.
3. Привести уравнение линии к каноническому виду. Определить вид линии
 $4x^2 + y^2 - 8x + 2y - 15 = 0$.
4. . Охарактеризовать преобразование $\begin{cases} x' = 3x - 1 \\ y' = 3y + 1 \end{cases}$.

Критерии оценивания ответа на экзамене

1. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть билета	Количество баллов
1	Теоретический вопрос	2 балла
2	Математическая модель	1 балл
3	Реализация решения задачи	2 балла

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

7.1. Основная литература

1. Попов В. Л. Аналитическая геометрия: учебник и практикум для академического бакалавриата / В. Л. Попов, Г. В. Сухоцкий. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2022. – 232 с. – (Серия : Бакалавр. Академический курс). – ISBN 978-5-534-03003-7. – Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/5DE8BF32-7795-4199-9C4A-7DA0853CCAF2.
2. Привалов И. И. Аналитическая геометрия: учебник для вузов / И. И. Привалов. – 40-е изд., стер. – М.: Издательство Юрайт, 2022. – 233 с. – (Серия : Бакалавр и специалист). – ISBN 978-5-534-01262-0. – Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/10F7DA5C-D6D9-4E7D-9650-5527BE0D2D9F.
3. Резниченко С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 1: учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Резниченко. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2022. – 302 с. – (Серия : Бакалавр. Академический курс). – ISBN 978-5-534-02936-9. – Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/538035CC-4A44-40BE-AA2C-4F4B1B04DDD7.
4. Резниченко С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 2: учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Резниченко. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2022. – 288 с. – (Серия: Бакалавр. Академический курс). – ISBN 978-5-534-02938-3. – Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/A6C6EDBD-F0A0-4939-8A99-24745744BE6D.

7.2. Дополнительная литература

1. Аргунов Б.И., Балк М.Б. Элементарная геометрия // М. Просвещение. 2001.

2. Погорелов А.В. Геометрия // М.: Наука. 1983.
3. Моденов П.С., Пархоменко А.С. // Сборник задач по аналитической геометрии // М.: Наука. 1975.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия // М.: Физматлит. 2004.

7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Электронная библиотека <https://www.biblio-online.ru>
2. Электронно-библиотечная система <http://znanium.com>
3. Математика. URL: <http://www.intuit.ru/departament/mathematics/>;
4. Общероссийский математический портал MATH-NET URL: www.mathnet.ru;
5. Национальный открытый университет (intuit.ru);
6. Национальная платформа открытого образования (opened.ru).

8. Материально-техническое обеспечение

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная следующим оборудованием: стандартная учебная мебель (28 учебных посадочных мест), стол и стул для преподавателя – по 1 шт., кафедра для лектора – 1 шт., доска настенная трехэлементная – 1 шт., напольный мобильный проекционный экран DA-LITE – 1 шт., мультимедиапроектор BenQ – 1 шт., ноутбук Lenovo – 1шт., колонки Genius – 1 шт., персональные компьютеры, объединенные в сеть с выходом в Интернет, – 16 шт.

9. Программное обеспечение

1. Microsoft Open License (Windows XP, 7, Office 2003-2016) - Лицензия 66975477 от 03.06.2016 – в составе:
 - ОС Windows
2. PTC Mathcad 15.0 (Лицензия 449732)