Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Артеменков Михаил Николаевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 16.11.2026 11:57:59
Уникальный программный ключ:
a63b74166e8f4fc17bd1e0462725f79e393bfdf9

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»

Кафедра математического анализа

«Утверждаю»
Проректор по учебно-
методической деятельности
_____Ю.А. Устименко
«10» сентября 2026 г.

Рабочая программа дисциплины
Б1.О.10.04 Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки: 25.03.01 Техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей
Направленность (профиль): Конструкция, технология эксплуатации и ремонта авиационной техники

Форма обучения: очная
Курс – 2
Семестр – 3
Всего зачетных единиц – 3; часов – 108
Форма аттестации – зачет с оценкой

Смоленск
2026

1. Место дисциплины в структуре ОП

«Теория вероятностей и математическая статистика» относится к дисциплинам обязательной части учебного плана данного направления подготовки. Обучение проходит в течение третьего семестра.

Изучение теории вероятностей и математической статистики позволяет создать условия, необходимые для формирования у студентов современного естественнонаучного мировоззрения и целостной научной картины мира, в которой органично сочетаются знания из различных областей науки.

Для освоения курса необходимы знания и навыки, приобретенные в результате предварительного обучения дисциплинам: «Математический анализ», «Алгебра и геометрия» и др.

Изучение курса основано на традиционных методах высшей школы, тесной взаимосвязи со смежными курсами, а также на использовании современной учебной и методической литературы.

Характерной чертой курса является сочетание теоретических основ современной теория вероятностей и математической статистики с практическими математическими приемами и методами, применяемыми при моделировании реальных процессов.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенции	Индикаторы достижения
ОПК –1 Способен использовать основные законы математики, единицы измерения, фундаментальные принципы и теоретические основы физики, теоретической механики, гидравлики, имеющие отношение к техническому обслуживанию воздушных судов	Знать: основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики; основные алгоритмы решения расчетных и оптимизационных задач, используемых для исследования физических и математических моделей Уметь: применять аппарат теории вероятностей и математической статистики для решения прикладных задач Владеть: основными навыками решения задач теории вероятностей и математической статистики; основными алгоритмами и методами решения типовых задач исследования физических и математических моделей
ОПК – 7 Способен проводить измерения и инструментальный контроль при эксплуатации авиационной техники, проводить обработку результатов и оценивать погрешности	Знать: методы математической статистики, применяемые для обработки результатов многократных измерений параметров авиационной техники (включая расчет случайных и систематических погрешностей) Уметь: рассчитывать абсолютную, относительную и приведенную погрешности прямых и косвенных измерений, оценивать достоверность полученных результатов Владеть: технологиями компьютерной и аналитической обработки массивов измерительной информации, в том числе данных средств объективного контроля (бортовых самописцев) и встроенных систем контроля

3. Содержание дисциплины

1. **Введение.** История возникновения теории вероятностей и математической статистики. Предмет и цель теории вероятностей и математической статистики. Связь теории вероятностей и математической статистики с другими математическими науками.

2. **Случайные события.** Случайные события, их классификация. Действия над событиями. Алгебра событий. (Теоретико-множественная трактовка). Свойство статистической устойчивости относительной частоты события. Статистическое

определение вероятности. Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. Примеры вычисления вероятностей. Геометрическое определение вероятности. Аксиоматическое определение вероятности. Свойства вероятностей. Конечное вероятностное пространство. Условные вероятности. Вероятность произведения событий. Независимость событий. Вероятность суммы событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса (теорема гипотез). Последовательность независимых испытаний. Независимые испытания. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли. Локальная предельная теорема. Интегральная предельная теорема. Теорема Пуассона. Иллюстрация схемы независимых испытаний. Полиномиальная схема.

3. **Случайные величины**. Понятие случайной величины. Закон распределения случайной величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Многоугольник распределения. Функция распределения и ее свойства. Функция распределения дискретной случайной величины. Плотность распределения и ее свойства. Числовые характеристики случайных величин; математическое ожидание, дисперсия, начальные и центральные моменты. Статистическое истолкование математического ожидания. Механическая интерпретация математического ожидания и дисперсии. Теоремы о математическом ожидании и дисперсии. Основные законы распределения случайных величин. Примеры законов распределения: биномиальный закон, гипергеометрический закон, нормальное распределение, равномерное распределение, гамма–распределение.

4. **Системы случайных величин**. Понятие о системе случайных величин и законе ее распределения. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства. Зависимость и независимость двух случайных величин. Условные законы распределения. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия. Корреляционный момент, коэффициент корреляции. Двумерное нормальное распределение. Условное математическое ожидание и условное распределение относительно σ-алгебры. Свойства условных математических ожиданий. Аналог формулы полной вероятности для условных математических ожиданий. Условная плотность распределения. Формула Байеса для плотностей. Регрессия. Теорема о нормальной корреляции. Многомерная (n-мерная) случайная величина (общие сведения).

5. **Функции случайных величин**. Функция одного случайного аргумента. Функции двух случайных аргументов. Распределение функций нормальных случайных величин.

6. **Закон больших чисел.** Массовые явления и закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел в форме Чебышева. Теорема Бернулли. Необходимые и достаточные условия для закона больших чисел. Лемма Бореля-Кантелли. Закон «0 или 1» Колмогорова. Различные виды сходимости случайных величин. Усиленный закон больших чисел.

7. **Производящие функции.** Целочисленные случайные величины и их производящие функции. Примеры производящих функций распределений некоторых целочисленных случайных величин. Факториальные моменты. Многомерные производящие функции. Мультипликативное свойство. Сумма случайного числа случайных величин.

8. **Характеристические функции.** Определение и простейшие свойства характеристических функций. Вычисление характеристических функций некоторых законов распределения: биномиального, пуассоновского, геометрического, вырожденного, нормального. Формулы обращения для характеристических функций. Теорема о непрерывном соответствии между множеством характеристических функций и множеством функций распределения.

9. **Центральная предельная теорема.** Центральная предельная теорема для одинаково распределенных независимых слагаемых. Теорема Ляпунова. Применение центральной предельной теоремы.

10. **Многомерные характеристические функции**. Определение и простейшие свойства. Формула обращения. Предельные теоремы для характеристических функций. Многомерное нормальное распределение и связанные с ним распределения. Сферическое нормальное распределение. ^{2}– распределение, распределение Стьюдента, *F*– распределение

11. **Выборки и их характеристики.** Основные понятия: выборка, статистическая модель, выборочные характеристики (статистики). Статистические решения. Представление о статистических решениях с наименьшим риском ошибки. Основные типы статистических решений: точечные оценки, интервальные оценки, выбор одной из двух статистических гипотез. Вариационный ряд выборки. Порядковые статистики и их распределения. Эмпирическая функция распределения, ее свойства как функции распределения и как случайного элемента. Сходимость эмпирической функции распределения к истинной функции распределения. Теорема Гливенко-Кантелли. Теорема Колмогорова. Доказательства независимости статистики Колмогорова от вида непрерывной функции распределения. Критерий Колмогорова для проверки гипотезы о данном непрерывном распределении.

12. **Элементы теории оценок.** Статистические оценки. Свойства оценок параметров в параметрической статистической модели: состоятельность, несмещенность, эффективность. Теорема Колмогорова-Блекуэла-Рао об улучшении оценок с помощью достаточных статистик. Полные достаточные статистики и их использование для нахождения несмещенных оценок с минимальной дисперсией. Эффективные оценки в регулярном случае. Неравенство информации (Крамера-Рао). Информация Фишера и ее свойства. Экспоненциальное семейство распределений и эффективные оценки. Асимптотические свойства статистических оценок: состоятельность и асимптотическая нормальность. Состоятельность и асимптотическая нормальность эмпирических моментов и функций от них. Методы оценивания параметров. Метод моментов, теорема о состоятельности оценок. Метод максимального правдоподобия, теорема об асимптотической нормальности оценок. Оценки метода моментов и максимального правдоподобия для параметров нормального биномиального и других распределений. Байесовский подход к задачам статистического оценивания. Теорема о байесовской оценке при квадратичной функции риска. Понятия априорного и апостериорного риска, априорного и апостериорного распределений. Построение байесовских оценок для параметров биномиального и нормального распределений, сравнение их с оценками максимального правдоподобия. Минимаксные оценки. Нормальное распределение в R^n. Эквивалентность различных определений и основные свойства. Распределение линейных и квадратичных форм от независимых нормально распределенных случайных величин. Лемма о независимости среднего арифметического и среднего квадратического для независимых нормальных случайных величин. Распределения хи-квадрат, Стьюдента и Фишера – Снедекора как распределения статистик в выборках из нормального распределения. Квантили распределения. Интервальное оценивание параметров, доверительные интервалы. Построение точных и асимптотических доверительных интервалов. Точный и асимптотический доверительные интервалы для параметра биномиального распределения. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Доверительный интервал для квантилей.

13. **Проверка гипотез.** Проверка гипотез о параметрах нормального распределения. Проверка однородности двух нормальных выборок: критерий Фишера равенства дисперсий, критерий Стьюдента равенства средних значений. Однофакторная статистическая модель. Дисперсионный анализ выборок из нормального распределения. множественное сравнение средних значений нормальных выборок. Статистические задачи

для схемы Бернулли. Свойства частоты как оценки параметра схемы Бернулли. Критерии проверки гипотез о значении параметра схемы Бернулли. Непараметрический критерий знаков для одной и двух выборок. Критерий «хи-квадрат» для гипотезы о полиномиальном распределении. Теорема об асимптотическом хи-квадрат распределении статистики Пирсона. Критерий «хи-квадрат» для проверки гипотезы о произвольном распределении. Линейная регрессия. Метод наименьших квадратов для оценки коэффициентов линейной регрессии. Доверительный эллипсоид и проверка гипотез о коэффициентах регрессии в нормальной статистической модели. Проверка статистических гипотез. Общие понятия: простые и сложные гипотезы, статистический критерий, критическая область, вероятность ошибок I и II рода, размер и мощность критерия, функция мощности критерия. Теорема Неймана-Пирсона: критерий отношения правдоподобия как наиболее мощный критерий для проверки двух простых гипотез. Понятие равномерно наиболее мощного критерия. Равномерно наиболее мощный критерий для семейства распределений с монотонным отношением правдоподобия.

4. Тематический план и виды образовательной деятельности

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий		
			лекции	практические занятия	самостоятельная работа
1.	Введение	3	2	–	2
2.	Случайные события	25	4	6	2
3.	Случайные величины	40	4	6	2
4.	Системы случайных величин	11	4	4	3
5.	Функции случайных величин	7	4	–	3
6.	Закон больших чисел	9	3	6	3
7.	Производящие функции	5	2		3
8.	Характеристические функции	5	2	–	3
9.	Центральная предельная теорема	7	2	4	3
10.	Многомерные характеристические функции	5	2	–	3
11.	Подготовка к экзамену	27			27
Всего за семестр		108	28	26	54

5. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации (перечень)

Критерии оценивания работы на зачете.

«отлично» – студент показал знание тем курса, грамотно изложил материал, показал способность мыслить, анализировать и систематизировать информацию, выделил основные положения в изучаемых источниках, подтвердил выдвигаемые положения правильно решенными задачами.

«хорошо» – студент показал знание тем курса, грамотно изложил материал, показал способность мыслить, анализировать и систематизировать информацию, выделил

основные положения в изучаемых источниках, подтвердил выдвигаемые положения правильно решенными задачами, но при ответе допускает неточности или студент не отвечает на дополнительные вопросы

«удовлетворительно» – если студент показал знания основных понятий по курсу, но допускает ошибки в изложении, не знает частных случаев, не отвечает на дополнительные вопросы, плохо ориентируется в материале, допускает ошибки при решении задач использует недостоверные источники;

«неудовлетворительно» – если студент допускает грубые ошибки в теоретических вопросах и не в состоянии решать практические задачи.

6. Перечень основной и дополнительной литературы

6.1 Основная литература

1. Теория вероятностей и математическая статистика. Математические модели : учебник для вузов / В. Д. Мятлев, Л. А. Панченко, Г. Ю. Ризниченко, А. Т. Терехин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 321 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01698-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/584183.
2. Прохоров, Ю. В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / Ю. В. Прохоров, Л. С. Пономаренко. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 219 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-20240-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/587489 .

6.2 Дополнительная литература

1. Бочаров П. П. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для студентов вузов/ П. П. Бочаров, А. В. Печинкин. - 2-е изд.. – М.: Физматлит, 2005. – 296 с.
2. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей: учебник для студентов математ. спец. ун-тов/ Б. В. Гнеденко ;Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - М.: Едиториал УРСС, 2005. – 448 с.
3. Кибзун А. И. Теория вероятностей и математическая статистика: Базовый курс с примерами и задачами :учеб.пособие для студентов высш. техн. учеб. заведений/ А. И. Кибзун, Е. Р. Горяинова, А. В. Наумов – М.: Физматлит, 2005. – 232 с.
4. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах: учеб.пособие для студентов вузов по направлению "Прикладная математика"/ В. А. Ватутин, Г. И. Ивченко, Ю. И. Медведев, В. П. Чистяков. – М.: Дрофа, 2005. – 320 с.
5. Федоткин М. А. Основы прикладной теории вероятностей и статистики: учебник для студентов вузов по спец. "Приклад.математика и информатика". – М.: Высшая школа, 2006. – 368 с.

6.3 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Электронная библиотека https://www.biblio-online.ru
2. http://www.intuit.ru – Интернет-Университет Информационных Технологий
3. http://window.edu.ru – Каталог образовательных Internet-ресурсов.
4. Математическое бюро: решение задач по высшей математике - www.matburo.ru
5. http://www.exponenta.ru/ сайт материалов по математическим пакетам.

7. Материально - техническое обеспечение

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и

промежуточной аттестации, в том числе: стандартная учебная мебель (50 посадочных мест); стол и стул для преподавателя (по 1 шт.); кафедра для лектора (1 шт.); доска настенная трехэлементная (1 шт.); мультимедиапроектор TOSHIBA (1 шт.); ноутбук Lenovo (1 шт.); колонки Genius (1 пара); экран настенный переносной (1 шт.).

Помещение для самостоятельной работы, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду организации, в том числе: компьютеры (12 шт.); компьютерный студенческий стол (12 шт.); стол и стул для преподавателя (по 1 шт.); доска настенная трехэлементная (1 шт.).

8. Программное обеспечение

Microsoft Open License (WindowsXP, 7, 8, 10, Server, Office 2003-2016), лицензия 66975477 от 03.06.2016 (бессрочно).

Обучающимся обеспечен доступ к ЭБС «Юрайт», а также доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.