

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Артеменков Михаил Николаевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 07.10.2026 21:57:52
Уникальный программный ключ:
a63b74166e8f4fc17bd1e0462725f79e393bdfd9

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»

Кафедра аналитических и цифровых технологий

«Утверждаю»

Проректор по учебно-
методической работе

Ю.А. Устименко
«30» июня 2022 г.

**Рабочая программа дисциплины
Б1.О.08.02 Математический анализ**

Специальность: 38.05.01 Экономическая безопасность

Специализация: Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности

Форма обучения: заочная

Курс – 2

Семестр – 3, 4

Всего зачетных единиц – 5; всего часов – 180

Форма отчетности: зачет – 3 семестр, экзамен – 4 семестр.

Программу разработал:

кандидат физико-математических наук Перельман Н.Р.

Одобрена на заседании кафедры аналитических и цифровых технологий
«23» июня 2022 года, протокол №10

Смоленск
2022

1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Математический анализ» относится к базовой части образовательной программы по направлению подготовки 38.05.01 Экономическая безопасность.

Обучение происходит в первом и втором семестрах. Освоение данной дисциплины необходимо для дальнейшего изучения таких дисциплин как теория вероятностей и математическая статистика, методы оптимальных решений и элементы теории игр, математическая экономика и основы финансовой математики и др.

Изучение курса основано на традиционных методах отечественной высшей школы, тесной взаимосвязи со смежными курсами, а также на использовании как современной учебной и методической литературы, так и классических изданий.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения
ОПК-1: Способен использовать знания и методы экономической науки, применять статистико-математический инструментарий, строить экономико-математические модели, необходимые для решения профессиональных задач, анализировать и интерпретировать полученные результаты.	Знать: теоретические основы экономической науки; статистико-математический инструментарий, применяемый при решении профессиональных задач; способы анализа, систематизации, обобщения экономической информации; методы построения эконометрических моделей объектов, явлений и процессов; методы критического осмысления экономической информации в ходе решения профессиональных задач и выбора путей их эффективного решения. Уметь: ориентироваться в социально-экономических процессах; выявлять особенности и закономерности функционирования современных экономических систем; осмысливать основные экономические показатели, характеризующие функционирование экономической системы на макро- и микроуровнях; применять на практике статистико-математический инструментарий для решения профессиональных задач; строить на основе описания ситуаций стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты. Владеть: понятийным аппаратом современной экономической теории; навыками поиска и использования информации, необходимой для осуществления анализа современной экономики, применения статистико-математического инструментария, современной методикой построения и анализа эконометрических моделей, навыками выявления взаимосвязей и взаимозависимости экономических явлений в профессиональной деятельности.
ПК-1: Способен обосновывать выбор методик расчета экономических показателей в соответствии с действующей нормативно-правовой базой, рассчитывать экономические показатели, характеризующие социально-	Знать: различные методики расчета экономических показателей в соответствии с действующей нормативно-правовой базой с использованием лучших практик, оценивать экономические показатели, характеризующие социально-экономические процессы на различных уровнях в целях выявления рисков и угроз экономической безопасности.

экономические процессы на различных уровнях в целях выявления рисков и угроз экономической безопасности.	Уметь: производить расчет экономических показатели, характеризующие социально-экономические процессы на различных уровнях в целях выявления рисков и угроз экономической безопасности. Владеть: навыками использования различных методик для расчета экономических показателей в соответствии с действующей нормативно-правовой базой, рассчитывать экономические показатели, характеризующие социально-экономические процессы на различных уровнях в целях выявления рисков и угроз экономической безопасности.
--	--

3. Содержание дисциплины

- Введение в анализ.** Понятие множества и операции над множествами. Понятие функции одной переменной и ее свойства. Графики основных элементарных функций. Предел числовой последовательности и его свойства. Предел и непрерывность функции. Точки разрыва функции. Глобальные свойства непрерывных функций.
- Дифференциальное исчисление функций одной переменной.** Производная и дифференциал функции одной переменной. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя. Исследование функций с помощью производной и построение их графиков. Асимптоты.
- Интегральное исчисление функций одной переменной.** Неопределенный интеграл. Методы интегрирования. Определенный интеграл и его вычисление. Несобственные интегралы.
- Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.** Понятие функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные. Дифференцируемость и дифференциал функции двух переменных. Экстремум функции двух переменных.
- Дифференциальные уравнения.** Дифференциальные уравнения первого порядка (уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейные уравнения). Дифференциальные уравнения второго порядка. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
- Ряды.** Понятие числового ряда. Сходящиеся и расходящиеся числовые ряды. Свойства числовых рядов. Положительные ряды. Признаки сходимости положительных рядов. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Понятие функционального ряда. Область сходимости и равномерная сходимость функционального ряда. Степенные ряды. Теорема Абеля. Разложение основных элементарных функций в степенной ряд.

4. Тематический план

3 семестр

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий			
			Лекции	Лабор. занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа
1	Введение в анализ	34	4	0	4	26
2	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	34	4	0	4	26
Всего за семестр		72	8	0	18	52+4

4 семестр

№	Разделы и	Всего	Формы занятий
---	-----------	-------	---------------

п/п	темы	часов	Лекции	Лабор. занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа
1	Интегральное исчисление функций одной переменной	26	2	0	4	20
2	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	24	2	0	2	20
3	Дифференциальные уравнения	24	2	0	2	20
3	Ряды	25	0	0	0	25
Всего за семестр		108	6	0	8	85+9
ИТОГО		180	14	0	26	137+13

5. Виды образовательной деятельности

Занятия лекционного типа

3 семестр

Тема 1. Введение в анализ

Лекция № 1. Понятие множества и операции над множествами и их свойства. Функциональная зависимость. Понятие функции одной переменной и ее свойства.

Предел числовой последовательности и его свойства. Теорема о единственности предела последовательности. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Теорема об арифметических действиях над последовательностями и их пределами. Предел функции в точке и на бесконечности. Определение предела функции в точке по Коши и по Гейне.

Лекция № 2. Теоремы о пределах функции в точке. Предел функции на бесконечности и бесконечные пределы. Замечательные пределы. Бесконечно малые функции в точке. Эквивалентные бесконечно малые.

Непрерывность функции. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва. Свойства функций непрерывных на отрезке.

Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Лекция № 3. Производная и дифференциал функции одной переменной. Геометрический смысл производной.

Применение дифференциалы к приближенным вычислениям. Правила вычисления производных. Основные теоремы дифференциального исчисления. Теоремы Ферма, Ролля и Лагранжа. Правило Лопиталя.

Лекция № 4. Экстремумы функций. Исследование функции на монотонность с помощью производной. Наибольшее и наименьшее значение функции. Выпуклость графика функции. Асимптоты.

4 семестр

Тема 1. Интегральное исчисление функций одной переменной

Лекция № 1. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Метод замены переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование тригонометрических функций. Универсальная тригонометрическая подстановка.

Определенный интеграл и его свойства. Геометрический смысл. Метод замены переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.

Тема 2. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Лекция № 2. Понятие функции нескольких переменных. Область определения функции. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные. Дифференцируемость и дифференциал функции двух переменных. Необходимые условия дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости. Полный дифференциал функции двух переменных и его применение в приближенных вычислениях. Экстремум функции двух переменных. Условный экстремум функции двух переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции нескольких переменных в замкнутой области.

Тема 3. Дифференциальные уравнения

Лекция № 3. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения и его решения. Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.

Занятия семинарского типа (практические занятия)

3 семестр

Занятие 1. Множества и операции над ними. Числовые множества

Теоретические вопросы

1. Какие множества называются равными?
2. Как можно задать множество? Приведите примеры.
3. Дайте определение объединения, пересечения, разности и симметрической разности множеств. Перечислите свойства этих операций.
4. Что называется подмножеством данного множества?
5. Что называется числовым множеством? Назовите основные числовые множества.
6. Дайте определение модуля действительного числа. В чем заключается геометрическое свойство модуля?
7. Какое числовое множество называется ограниченным? Дайте определения верхней и нижней граней, точных верхней и нижней граней.
8. Сформулируйте аксиому непрерывности действительных чисел. Какое свойство ограниченных множеств из нее следует?

Задачи и упражнения

1. Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \Delta B$, если
 - а) $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$;
 - б) $A = (-3; 2]$, $B = [1; 2)$;
 - в) $A = [0; 2]$, $B = \{1; 3\}$;
 - г) $A = \{x \mid x = t^2 + t, t \in \mathbb{R}\}$, $B = \{2\}$.
2. Изобразите с помощью диаграмм Эйлера-Венна множества четырехугольников: U – множество всех четырехугольников, P – параллелограммов, R – ромбов, L – прямоугольников, K – квадратов, T – трапеций, W – равнобоких трапеций, O – описанных выпуклых четырехугольников.
3. С помощью диаграмм Эйлера-Венна покажите, что
 - а) $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$;
 - б) $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.
4. Решите уравнения:
 - а) $|x - 3| = 2$;
 - б) $|3x + 1| = x$;
 - в) $|x^2 - x - 2| = 2 + x - x^2$.
5. Решите неравенства:
 - а) $|x + 2| < 3$;
 - б) $|2x - 1| \geq 1$;
 - в) $|x - 3| + |x + 4| < 5$.

6. Для точек $x_1 = 0$, $x_2 = 3$, $x_3 = -1$ укажите две каких-либо окрестности, одна из которых содержит точку $x_0 = 1$, а другая не содержит эту точку. Задайте эти окрестности в виде неравенств с модулями.

7. Является ли множество A ограниченным сверху? снизу? ограниченным? Укажите точные верхние и нижние грани.

а) $A = \{1, 2, 3, 4\}$;

б) $A = (-3; 2]$;

в) $A = [0; 2]$;

г) $A = \{x \mid x = 2t^2 + 1, t \in R\}$; д) $A = (1; 2] \cup [3; 4)$.

Занятие 2. Понятие функции. Основные свойства функций. Функциональные зависимости в экономике

Теоретические вопросы

1. Что называется числовой функцией? Перечислите основные способы задания функции.
2. Что называется графиком функции.
3. Дайте определение ограниченной (неограниченной) функции. Приведите примеры.
4. Дайте определение возрастающей (убывающей) на промежутке функции. Приведите примеры.
5. Сформулируйте определение четной (нечетной) функции. Приведите примеры. Какова специфика графиков четных и нечетных функций?
6. Какая функция называется периодической. Приведите примеры.
7. Какие функции называются основными элементарными функциями? Какими свойствами обладает каждая из них?
8. Какие функции называются взаимно обратными? Приведите примеры. Какова специфика расположения графиков взаимно обратных функций?

Задачи и упражнения

1. Найдите область определения функций:

а) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 5x}}$;

б) $f(x) = \frac{\log_2 x^3}{x - 2}$;

в) $f(x) = \arccos(1 - x^2)$.

2. Изобразите графики функций и перечислите основные свойства функций:

а) $f(x) = \frac{x}{x+1}$;

б) $f(x) = 3^{|x-1|}$;

в) $f(x) = 1 - \ln(x+1)$.

3. Найдите множество значений функции. Укажите, какие из функций являются четными, нечетными, периодическими.

а) $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$;

б) $f(x) = 4\sin 2x$;

в) $f(x) = 2\cos^2 x$.

4. Известно, что количество потребляемого товара (спрос) q зависит от цены этого товара p , и количество предлагаемого товара s также зависит от его цены p , то есть имеются функции спроса $q = q(p)$ и предложения $s = s(p)$. Изобразите кривые спроса и предложения и найдите цену рыночного равновесия, если $q = 24 - 2p$, $s = p^2 + 3p$. Определите дефицит товара на рынке при уровне цены $p = 2$.

Занятие 3. Числовые последовательности и их свойства. Предел числовой последовательности

Теоретические вопросы

1. Дайте определение числовой последовательности. Приведите примеры.
2. Какие последовательности называются ограниченными? Приведите примеры ограниченной и неограниченной последовательности.
3. Что называется пределом последовательности.

- Каковы основные свойства сходящихся последовательностей?
- Какая последовательность называется бесконечно малой? Бесконечно большой?
- Сформулируйте теорему об арифметических действиях над последовательностями и их пределами.

Задачи и упражнения

- Напишите первые пять членов последовательности x_n . Выясните, является ли эта последовательность ограниченной? Монотонной?

а) $x_n = \frac{2n-1}{n^2+1}$; б) $x_n = \frac{(-1)^{n-1}}{3^n}$; в) $x_n = n - \sqrt{n-1}$.

- Пользуясь определением предела, докажите, что

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{3n+1} = \frac{2}{3}$; б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{2^n+1} = 1$.

- Вычислите предел последовательности:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - n + 1}{4n^2 + 2n - 1}$; б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 3n + 1}{3n^3 - 1}$; в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n^3}{n^2 + 5n + 6}$;
 г) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+n^2)^{10}}{(1+2n^{10})^2}$; д) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}-1}{n+2}$; е) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2^n}{3^n + 2^n}$;
 ж) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n - \sin n}{5^n + \cos n}$; з) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt{n^2 - n})$.

Занятие 4. Вычисление пределов числовых последовательностей

Теоретические вопросы

- Сформулируйте теоремы Вейерштрасса о пределе ограниченной и монотонной последовательности.
- Сформулируйте теорему о пределе промежуточной последовательности.
- Сходится ли последовательность $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$? Чему равен ее предел?
- Дайте определение подпоследовательности последовательности x_n . Каким свойством обладает любая подпоследовательность сходящейся последовательности x_n ?
- Как с помощью подпоследовательностей можно доказать расходимость последовательности?

Задачи и упражнения

- Вычислите предел последовательности:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{n}\right)^n$; б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-1}{2n+3}\right)^{2n+1}$; в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2-1}{n^2+2n}\right)^{n^2-n}$;
 г) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+n)^3 + (1-n)^3}{(1-n)^2 + (1+n)^2}$; д) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(\sqrt[3]{5+n^3} - \sqrt[3]{3+n^3}\right)$.

- Докажите, что последовательность не имеет предел:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \frac{n}{2n+1}$; б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos(\pi n)$; в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - (-1)^{n-1}}{0,2^n}$.

- В банк сделан вклад A рублей при доходности p процентов годовых. Начисление процентов производится ежемесячно. Задайте формулой последовательность x_n — величина вклада через n месяцев, при условии, что:

- а) проценты по вкладу ежемесячно перечисляются на другой счет (простые проценты);
- б) проценты по вкладу ежемесячно зачисляются на счет вклада, т.е. капитализируются (сложные проценты).

Какая при этом получается прибыль в каждом случае? Во сколько раз можно увеличить начальную сумму A при долгосрочном вложении ($n \rightarrow \infty$)?

2 семестр

Занятие 1. Неопределенный интеграл. Непосредственное интегрирование и интегрирование методом замены

Теоретические вопросы

1. Что называется первообразной функции $y = f(x)$ на промежутке?
2. Дайте определение неопределенного интеграла.
3. Сформулируйте основные свойства неопределенного интеграла.
4. Сформулируйте теорему о замене переменной в неопределенном интеграле. Приведите примеры.
5. Чему равен интеграл $\int f(kx+b) dx$, где k и b – некоторые числа, $k \neq 0$, если известно, что $\int f(x) dx = F(x) + C$, C – произвольная постоянная.

Задачи и упражнения

1. Найдите неопределенные интегралы:

а) $\int (2x^2 - x + 3\sqrt{x}) dx;$	б) $\int \frac{(x-1)^2}{x^3} dx;$	в) $\int \frac{2x}{x+3} dx;$
г) $\int \left(2\sin x - \frac{3}{\cos^2 x} \right) dx;$	д) $\int \frac{e^x - 1}{e^{2x}} dx;$	е) $\int tg^2 x dx;$
ж) $\int \frac{dx}{x^2 - 16};$	з) $\int \frac{dx}{x^2 + 16};$	и) $\int \frac{dx}{\sqrt{16 - x^2}};$
к) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 16}};$	л) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 16}};$	м) $\int \frac{dx}{\sqrt{16 - 2x^2}}.$

2. Заполните пропуски так, чтобы получились верные равенства:

а) $x dx = d(...);$	б) $d(\cos x) = (...) dx;$	в) $(...) dx = d(x^2 + 1);$
г) $d(...) = e^x dx;$	д) $d(tgx) = (...) dx;$	е) $\frac{dx}{x} = d(...).$

3. Найдите неопределенные интегралы методом внесения под знак дифференциала или методом замены:

а) $\int 2\cos(3x-1) dx;$	б) $\int \frac{2x+3}{3x-1} dx;$	в) $\int \frac{2x}{x^2+3} dx;$
г) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2-3}} dx;$	д) $\int x e^{-x^2} dx;$	е) $\int \frac{dx}{x^2+4x+8};$
ж) $\int \frac{dx}{x^2+4x-8};$	з) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+8x}};$	и) $\int \frac{dx}{\sqrt{8x-x^2}}.$

Занятие 2. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных дробей

Теоретические вопросы

1. Сформулируйте теорему об интегрировании по частям.

2. В каких случаях можно использовать метод интегрирования по частям? Что в этих случаях нужно принимать за функциональную, а что за дифференциальную часть?
3. Сформулируйте алгоритм интегрирования рациональной дроби?

Задачи и упражнения

1. Найдите неопределенные интегралы методом интегрирования по частям:

а) $\int x \ln x \, dx$;	б) $\int x e^{2x} \, dx$;	в) $\int \arcsin x \, dx$;
г) $\int x^2 \sin 3x \, dx$;	д) $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \, dx$;	е) $\int \sqrt{16 - x^2} \, dx$.

2. Найдите неопределенные интегралы от рациональных дробей:

а) $\int \frac{2x^2 - x}{x^2 + 1} \, dx$;	б) $\int \frac{x^3}{x + 1} \, dx$;	в) $\int \frac{dx}{x^2 + 2x}$;
г) $\int \frac{2x + 3}{x^2 + 2x + 5} \, dx$;	д) $\int \frac{dx}{x^2(x - 1)}$;	е) $\int \frac{x^2 + x}{x^3 + 1} \, dx$.

Занятие 3. Интегрирование тригонометрических функций и некоторых иррациональностей

Теоретические вопросы

1. Какие приемы интегрирования тригонометрических функций Вам известны?
2. Что называется универсальной тригонометрической подстановкой? Приведите примеры.
3. Какие виды иррациональностей и методы их интегрирования Вам известны?

Задачи и упражнения

1. Найдите неопределенные интегралы:

а) $\int \sin^2 3x \, dx$;	б) $\int \sin x \cos^3 x \, dx$;	в) $\int \sin 2x \cos 3x \, dx$.
-----------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------

2. Найдите неопределенные интегралы с помощью универсальной тригонометрической подстановки:

а) $\int \frac{dx}{3 + 5 \cos x}$;	б) $\int \frac{\sin x}{1 - \sin x} \, dx$.
-------------------------------------	---

3. Найдите неопределенные интегралы:

а) $\int \frac{x^3}{\sqrt{x - 1}} \, dx$;	б) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x + 1}}$;	в) $\int \frac{dx}{x \sqrt{x^2 - 1}}$.
--	--	---

Занятие 4. Определенный интеграл и его вычисление

Теоретические вопросы

1. Сформулируйте определение определенного интеграла функции $f(x)$ на отрезке $[a; b]$.
2. Назовите основные свойства определенного интеграла?
3. Как можно вычислить определенный интеграл при помощи формулы Ньютона-Лейбница?
4. Сформулируйте теоремы о замене переменной и об интегрировании по частям в определенном интеграле.

Задачи и упражнения

1. Вычислите определенные интегралы:

$$\begin{array}{lll}
\text{а) } \int_1^4 (3x^2 - 2x + 2\sqrt{x}) dx; & \text{б) } \int_1^2 \frac{(x+1)^2}{x} dx; & \text{в) } \int_0^{\pi/2} \sin 2x dx; \\
\text{г) } \int_0^{\pi/4} \left(2\sin x - \frac{3}{\cos^2 x} \right) dx; & \text{д) } \int_0^1 \frac{e^{2x} + 1}{e^x} dx; & \text{е) } \int_{-\pi/6}^{\pi/3} \cos^2 3x dx; \\
\text{ж) } \int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 9}; & \text{з) } \int_0^{\pi} \frac{dx}{x^2 + 9}; & \text{и) } \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{dx}{\sqrt{9 - x^2}}.
\end{array}$$

2. Вычислите определенные интегралы методом замены или при помощи интегрирования по частям:

$$\begin{array}{lll}
\text{а) } \int_3^8 \frac{x^2}{\sqrt{x+1}} dx; & \text{б) } \int_1^8 \frac{dx}{\sqrt[3]{x+2}}; & \text{в) } \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx; \\
\text{г) } \int_1^2 x \arctg 3x dx; & \text{д) } \int_1^5 \frac{x-1}{x(x+1)} dx; & \text{е) } \int_{-2}^0 \frac{x^3}{x^3 - x + 2} dx.
\end{array}$$

Самостоятельная работа

Задания для самостоятельной работы предложены к каждому практическому занятию. При изучении каждой темы курса в ходе лекций, а также на практических занятиях рассматриваются решения типовых задач по соответствующей теме. Для самостоятельной работы студентам предлагаются аналогичные задачи, поэтому они могут воспользоваться этими образцами.

3 семестр

Занятие 1. Множества и операции над ними. Числовые множества

Домашнее задание

- Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \Delta B$, если
 - $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5\}$; б) $A = [-1; 3]$, $B = [-1; 3]$;
 - $A = [0; 2]$, $B = \{0; 2\}$; г) $A = \{x \mid x = t^2 - t, t \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{2; 3\}$.
- Изобразите с помощью диаграмм Эйлера-Венна множества треугольников: A – множество всех треугольников, B – остроугольных, C – прямоугольных, D – тупоугольных, E – равнобедренных, F – равносторонних.
- Найдите пересечение множества четных чисел и множества чисел, кратных трем.
- Решите уравнения:
 - $|3x - 3| = -2$; б) $|3 - x| = 2$; в) $|x^2 + x| = x^2 + x$.
- Решите неравенства:
 - $|2x + 3| < 1$; б) $|2x - 1| \geq -1$; в) $|x - 1| - |x + 1| < 3$.

Занятие 2. Понятие функции. Основные свойства функций. Функциональные зависимости в экономике

Домашнее задание

1. Найдите область определения функций:

а) $f(x) = \ln(3 - 2x - x^2)$; б) $f(x) = \sqrt{x-3} + \sqrt{x^2+3x}$.

2. Изобразите графики функций и перечислите основные свойства функций:

а) $f(x) = \cos x + \sin x$; б) $f(x) = 2\arccos(x-1)$.

3. Найдите множество значений функции. Укажите, какие из функций являются четными, нечетными, периодическими.

а) $f(x) = e^{\frac{x^2}{2}}$; б) $f(x) = 2^{x^2+x}$.

4. Величина дохода R фирмы при производстве q единиц продукции определяется зависимостью $R(q) = 2q^2 - 3q + 10$, а издержки C производства – зависимостью $C(q) = 5q + 2$. При каких объемах производства q фирма сможет себе гарантировать наибольшую прибыль?

5. Зависимость спроса q на некоторый товар от его цены p задается функцией $q = 16 - p$. При какой цене товара, прибыль от его реализации будет наибольшей? Сколько при этом нужно произвести товара?

6. В стране A функции спроса и предложения некоторого товара имеют вид $q = 10 - 2p$ и $s = 4 + p$, а в стране B функции спроса и предложения этого же товара – $q = 20 - 3p$ и $s = 2 + 2p$. Определите равновесную цену на этот при торговле между странами A и B . Указание: равновесная цена находится при условии равенства импорта и экспорта товара.

Занятие 3. Числовые последовательности и их свойства. Предел числовой последовательности

Домашнее задание

1. Пользуясь определением предела, докажите, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{2n} = \frac{1}{2}$.

2. Вычислите предел последовательности:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + 1}{n^3 + n^2 - n}$; б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 4n - 1}{3n - 1}$; в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 1}{n^3 + 2}$;
г) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+n^2)^{10}}{(1+n^6)(1-n^2)^2}$; д) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 3n} - n)$; е) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n}{n+1} - \frac{2^n}{3^{n+1}} \right)$.

Занятие 4. Вычисление пределов числовых последовательностей

Домашнее задание

1. Вычислите предел последовательности:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{n+1} \right)^n$; б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n-1}{3n+1} \right)^{2n}$; в) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n+2} - \sqrt[3]{n})$.

2. Имеет ли предел последовательность

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \cos(\pi n)}{2n+1}$; б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{n+1}{n} \right)^n$; в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{0,2^n}{1 + \lg^2 n}$?

Занятие 1. Неопределенный интеграл. Непосредственное интегрирование и интегрирование методом замены

Домашнее задание

1. Найдите неопределенные интегралы:

а) $\int x^4(3-x) dx;$

б) $\int \frac{(\sqrt{x}-x)^2}{x} dx;$

в) $\int \frac{2x}{x+3} dx;$

г) $\int \frac{1}{x^2} \cdot e^{\frac{1}{x}} dx;$

д) $\int x \sin(x^2) dx;$

е) $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 10};$

ж) $\int \frac{dx}{x^2 + 6x - 8};$

з) $\int \frac{dx}{\sqrt{2x^2 - 8x}};$

и) $\int \frac{dx}{\sqrt{8x - 4x^2}};$

к) $\int \frac{(2x-1)dx}{\sqrt{x^2 - x + 2}};$

л) $\int \frac{(1-x)dx}{\sqrt{x^2 + x}};$

м) $\int \frac{\arctg x dx}{1+x^2}.$

Занятие 2. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных дробей

Домашнее задание

1. Найдите неопределенные интегралы:

а) $\int x \cos 2x dx;$

б) $\int \ln^2 x dx;$

в) $\int \frac{x \sin x}{\cos^2 x} dx;$

г) $\int \frac{x-3}{x^2+1} dx;$

д) $\int \frac{dx}{x(x+1)^2};$

е) $\int \frac{2x^2 - x}{x^2 + 1} dx.$

Занятие 3. Интегрирование тригонометрических функций и некоторых иррациональностей

Домашнее задание

1. Найдите неопределенные интегралы:

а) $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx;$

б) $\int \sin 2x \sin 6x dx;$

в) $\int \frac{\cos x}{1 + \cos x} dx;$

г) $\int \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x+1}} dx;$

д) $\int \sqrt{9-x^2} dx;$

е) $\int \frac{dx}{x\sqrt{2x-x^2}}.$

Занятие 4. Определенный интеграл и его вычисление

Домашнее задание

1. Вычислите определенные интегралы:

а) $\int_{-1}^3 (3x^2 - 2x + 5) dx;$

б) $\int_1^4 \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx;$

в) $\int_0^{\pi/2} \cos 3x dx;$

г) $\int_1^9 \frac{x^2}{\sqrt{x}+1} dx;$

д) $\int_1^2 (x-1) \sin 2x dx;$

е) $\int_2^3 \frac{x-1}{x^2(x-1)} dx.$

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

3 семестр

Контрольная работа №1 (типовая)

1. Найдите область определения функции $y = \frac{1}{1 - \log_3(x - 2)}$.
2. Вычислите:
 - а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 1}{n^2 - 1}$;
 - б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - 1}{\sqrt{n^2 + 3n + 1}}$.
3. Вычислите:
 - а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 8x + 12}$;
 - б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x \operatorname{tg} 2x}{x^2}$.
4. Исследовать функцию на непрерывность и установить характер точек разрыва
$$y = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}.$$
4. Исследуйте функцию $y = x^3 + 3x$ и постройте ее график.

Критерии оценивания контрольной работы №1

1. Нормы оценивания: каждое правильно выполненное задание оценивается в 1 балл, с возможностью градации в 0,25 балла.
2. Шкала оценивания работы:

№ п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,35
4	Неудовлетворительно	менее 3

Теоретические вопросы для самопроверки

1. Понятие множества. Операции над множествами и их свойства.
2. Декартово произведение множеств. Бинарное отношение.
3. Понятие функции одной переменной и ее свойства.
4. Числовые последовательности и их пределы. Теорема о единственности предела последовательности.
5. Бесконечно малые последовательности и их свойства.
6. Теорема об арифметических действиях над последовательностями и их пределами.
7. Определение предела функции в точке по Коши. Теоремы о пределах функции в точке.
8. I и II замечательные пределы
9. Бесконечно малые функции в точке. Эквивалентные бесконечно малые.
10. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.
11. Свойства функций непрерывных на отрезке.
12. Понятие производной функции. Геометрический смысл производной.
13. Правила вычисления производных. Примеры.
14. Дифференцируемость функции. Связь дифференцируемости и непрерывности.
15. Дифференциал функции. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.
16. Теоремы Ферма, Ролля и Лагранжа.

17. Правило Лопиталя. Примеры.
18. Исследование функции на монотонность. Экстремум.
19. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба.
20. Асимптоты графика функции.
21. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства.
22. Замена переменной в неопределенном интеграле. Примеры.
23. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Примеры.
24. Интегрирование рациональных дробей.
25. Интегрирование тригонометрических функций.
26. Определенный интеграл, его геометрический смысл и свойства.
27. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
28. Замена переменной в определенном интеграле.
29. Геометрические приложения определенного интеграла.
30. Понятие о несобственных интегралах. Примеры.

4 семестр

Контрольная работа №2(типовая)

1. Исследуйте на сходимость ряд: б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$.
2. Вычислите частные производные функции $z = x^2y - xy + x$ в точке $M(1; -2)$.
3. Найдите частное решение дифференциального уравнения первого порядка $y' = xy^2$, удовлетворяющее начальному условию $y(1) = -1$.
4. Найдите общее решение дифференциального уравнения: $y'' + 5y' + 4y = 0$.

Критерии оценивания контрольной работы №12

1. Нормы оценивания: каждое правильно выполненное задание оценивается в 1 балл, с возможностью градации в 0,25 балла.
2. Шкала оценивания работы:

№ п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	3,75-4
2	Хорошо	3,25-3,5
3	Удовлетворительно	2,25-3,0
4	Неудовлетворительно	менее 2

6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

3 семестр

Критерии оценивания уровня овладения студентами компетенциями на зачете

Оценка по дисциплине складывается из двух составляющих:

- успешность текущей работы в течение семестра (A);
- бонусных баллов (B).

Пусть $A_{\max}$ – максимальный суммарный балл за текущую работу. Тогда оценка по 100-балльной шкале определяется следующим образом:

$$R_{100} = \text{Min}(100, 100 (A+B) / A_{\max}).$$

Оценка на зачете определяется по таблице:

Оценка по 5-балльной шкале	Оценка по 10-балльной шкале	Оценка по 100-балльной системе
зачтено	10	95-100 баллов
	9	91-95 баллов
	8	86-90 баллов
	7	79-85 баллов
	6	71-78 баллов
	5	63-70 баллов
не зачтено	4	56-62 баллов
	3	38-55 баллов
	2	19-37 баллов
	1	0-18 баллов

4 семестр

Вопросы для подготовки к экзамену

1. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства.
2. Замена переменной в неопределенном интеграле. Примеры.
3. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Примеры.
4. Интегрирование рациональных дробей.
5. Интегрирование тригонометрических функций.
6. Определенный интеграл, его геометрический смысл и свойства.
7. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
8. Замена переменной в определенном интеграле.
9. Геометрические приложения определенного интеграла.
10. Понятие о несобственных интегралах. Примеры.
11. Понятие функции нескольких переменных. Область определения функции. Примеры.
12. Частные производные функций двух переменных.
13. Производная по направлению функций двух переменных. Градиент.
14. Экстремум функций двух переменных.
15. Полный дифференциал функции двух переменных и его применение в приближенных вычислениях.
16. Понятие о дифференциальном уравнении. Общее и частное решение.
17. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
18. Однородные дифференциальные уравнения.
19. Линейные дифференциальные уравнения I порядка.
20. Дифференциальные уравнения II порядка с постоянными коэффициентами.
21. Линейные дифференциальные уравнения II порядка
22. Числовые ряды. Геометрический и обобщенный гармонический ряды.
23. Необходимый признак сходимости числовых рядов. Примеры.
24. Признаки сравнения положительных рядов. Примеры.
25. Признаки Даламбера и радикальный признак Коши для положительных рядов. Примеры.
26. Интегральный признак Коши для положительных рядов.

27. Знакопередающие ряды. Признак Лейбница. Примеры.
28. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов.
29. Функциональные ряды. Сходимость функциональных рядов. Равномерно сходящиеся функциональные ряды.
30. Степенные ряды. Интервал и область сходимости.
31. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора. Разложение в ряд Маклорена функций $y = e^x$, $y = \cos x$, $y = \sin x$, $y = \ln(1+x)$.

Пример типового экзаменационного теста



СМОЛЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ



Б1.Б.8.2 Математический анализ

► Личный кабинет ► Математический анализ ► 1 семестр ► Экзаменационный тест (демонстрационный вариант) ► Просмотр

Вопрос 1

Пока нет ответа
Балл: 4,00

Соотнесите названия операций над множествами и их определения

Множество, состоящее из тех и только тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств A или B, называется

Выберите...

Множество, состоящее из тех и только тех элементов, которые принадлежат и A и B одновременно, называется

Выберите...

Вопрос 2

Пока нет ответа
Балл: 4,00

$\forall \epsilon > 0 \exists N(\epsilon)(\forall n > N \Rightarrow |x_n - A| < \epsilon)$

Выше написанное в символьном виде определение - это

Выберите один ответ:

- ☐ а. Определение предела по Гейне
- ☐ б. Определение предела последовательности
- ☐ с. Определение предела функции в точке
- ☐ d. определение предела по Коши

Вопрос 3

Пока нет ответа
Балл: 4,00

$A = \{-3; 2\}$, $B = \{1; 2\}$

Сколько целых чисел содержит множество $A \cap B$?

Ответ:

Вопрос 4

Пока нет ответа
Балл: 4,00

Вычислите предел и запишите ответ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^n}{2^n - 3^n}$$

Ответ:

Вопрос 5

Пока нет ответа
Балл: 4,00

Вычислите предел и запишите ответ в виде десятичной дроби

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + 3n} - n$$

Ответ:

Вопрос 6

Пока нет ответа
Балл: 4,00

Вычислите предел и запишите ответ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{n+2} - \sqrt[3]{n}$$

Ответ:

Вопрос 7

Пока нет ответа
Балл: 4,00

$$x_n = -3^{-n}$$

Укажите номер n , начиная с которого модуль x_n станет и будет оставаться меньше 0,0001

Ответ:

Вопрос 8

Пока нет ответа
Балл: 4,00

Соотнесите определения

$$\forall M > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in D(f) (0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x)| > M)$$

Выберите...



$$\forall \epsilon > 0 \exists K > 0 \forall x \in D(f) (|x| > K \Rightarrow |f(x) - b| < \epsilon)$$

Выберите...



Вопрос 9

Ответ сохранен
Балл: 4,00

Вычислите предел и запишите ответ в виде десятичной дроби

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$$

Ответ: 1

Вопрос 10

Пока нет ответа
Балл: 4,00

Вычислите предел и запишите ответ

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$$

Ответ:

Вопрос 11

Пока нет ответа
Балл: 4,00

Вычислите предел и запишите в ответе получившуюся степень числа e

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right)^{3x}$$

Ответ:

Вопрос 12

Пока нет ответа
Балл: 4,00

Вычислите предел и запишите ответ

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{\sqrt[3]{x+6}-2}$$

Ответ:

Вопрос 13

Пока нет ответа
Балл: 4,00

Соотнесите характеристики точек разрыва с их названием

Оба односторонних предела конечны, равны и отличны от значения функции в точке

Выберите... ▼

Оба односторонних предела конечны и не равны друг другу

Выберите... ▼

Вопрос 14

Пока нет ответа
Балл: 4,00

Запишите абсциссу точки разрыва второго рода функции $y = \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 3x + 2}$

Ответ:

Вопрос 15

Пока нет ответа
Балл: 4,00

Как называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента при стремлении последнего к нулю? (Ответ дайте одним словом в именительном падеже)

Ответ:

Вопрос 16

Пока нет ответа
Балл: 4,00

Как называется прямая, представляющая собой предельное положение секущей при стремлении приращения аргумента к нулю? (Ответ дайте одним словом в именительном падеже)

Ответ:

Вопрос 17

Пока нет ответа
Балл: 4,00

Чему равна производная функции $y = \arctg x$

Выберите один ответ:

☐ a. $-\frac{1}{1+x^2}$

☐ b. $\frac{1}{1+x^2}$

☐ c. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

☐ d. $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Вопрос 18

Пока нет ответа
Балл: 4,00

$y = \frac{7}{x^2}$
Чему равно выражение $y' \cdot x^3$

Ответ:

Вопрос 19

Пока нет ответа
Балл: 4,00

Найдите значение производной $y = 3^{\cos^2 x}$ в точке $x = \frac{\pi}{2}$

Ответ:

Вопрос 20

Пока нет ответа
Балл: 4,00

Угловой коэффициент касательной $y = \frac{x^3}{3}$ в точке с абсциссой $x = -1$ равен

Ответ:

Критерии оценивания ответа на экзамене

1. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть билета	Количество баллов (по 100балльной шкале)
1	Тест	80 баллов с градацией 1 балл
2	Задача	10 баллов
3	Бонусные баллы (работа в течение семестра)	10 баллов

2. Шкала оценивания работы:

Оценка на экзамене определяется по таблице:

Оценка по 5-балльной шкале	Оценка по 10-балльной шкале	Оценка по 100-балльной шкале
5 – «отлично»	10	95-100 баллов
	9	91-95 баллов
	8	86-90 баллов
4 – «хорошо»	7	79-85 баллов
	6	71-78 баллов
3 – «удовлетворительно»	5	63-70 баллов
	4	56-62 баллов
2 – «неудовлетворительно»	3	38-55 баллов
	2	19-37 баллов
	1	0-18 баллов

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

7.1 Основная литература

- Кремер, Н. Ш. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин ; отв. ред. Н. Ш. Кремер. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 244 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02017-5. — Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/5C094630-BD03-40AB-AB13-C25AADB55CD1.
- Кремер, Н. Ш. Математический анализ в 2 ч. Часть 2 : учебник и практикум для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин ; отв. ред. Н. Ш.

Кремер. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 389 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02019-9. — Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/09CE20BE-CF09-409C-82A4-2337E5612ADA.

7.2 Дополнительная литература

1. *Кытманов, А. М.* Математический анализ : учебное пособие для бакалавров / А. М. Кытманов. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 607 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-2785-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/425244> (дата обращения: 20.04.2022).

7.3 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет

1. Математика. URL: <http://www.intuit.ru/departament/mathematics/>;
2. Общероссийский математический портал MATH-NET URL: www.mathnet.ru;
3. Национальный открытый университет (intuit.ru);
4. Национальная платформа открытого образования (openedu.ru).

8. Материально-техническое обеспечение

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа

ауд. 508, 510 учебного корпуса № 2

Стандартная учебная мебель (75 учебных посадочных места), стол и стул для преподавателя – по 1 шт.

Кафедра для лектора – 1 шт.

Доска настенная трехэлементная – 1 шт.

Настенный проекционный экран DA-LITE – 1 шт.

Мультимедиапроектор BenQ – 1 шт.

Ноутбук Lenovo – 1 шт.

Колонки Genius – 1 шт.

Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации – компьютерный класс

ауд. 517 учебного корпуса № 2

Стандартная учебная мебель (26 учебных посадочных мест), стол и стул для преподавателя – по 1 шт.

Кафедра для лектора – 1 шт.

Доска настенная трехэлементная – 1 шт.

Мультимедиапроектор BenQ – 1 шт.

Ноутбук Lenovo – 1 шт.

Напольный проекционный экран DA-LITE – 1 шт.

Колонки Genius – 1 шт.

9. Программное обеспечение

1. Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный АО «Лаборатория Касперского», лицензия 1FB6-161215-133553-1-6231.
2. Microsoft Open License, лицензия 66975477 от 03.06.2016 в составе:
 - Microsoft Windows Professional 7 Russian;
 - Microsoft Office 2003/2007 Russian.