

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Артеменков Михаил Николаевич

Должность: Ректор

Дата подписания: 07.10.2026 12:14:44

Уникальный программный ключ:

a63b74166e8f4fc17bd1e0462725f79e39b

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»
Кафедра прикладной математики и информатики

«Утверждаю»

Проректор по учебно-методической работе

_____ Ю.А. Устименко

«__» _____ 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины
Б1.О.06.06 Теория групп, колец и полей**

Направление подготовки: **44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

Направленность (профиль): **Физика, Математика**

Форма обучения: очная

Курс – 2

Семестр – 4

Всего зачетных единиц – 2, часов – 72

Форма отчетности: зачет – 4 семестр

Программу разработал: кандидат физико-математических наук, доцент Г.А. Банару

Одобрена на заседании кафедры

«07» июня 2023 г., протокол № 12

Заведующий кафедрой _____ С.В. Козлов

Смоленск
2023

1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Теория групп, колец и полей» относится к дисциплинам обязательной части учебного плана. Для ее успешного изучения студентам понадобятся компетенции, знания, умения и навыки, полученные при изучении таких дисциплин как математический анализ, линейная алгебра, аналитическая геометрия, основные алгебраические структуры и др.

Согласно учебному плану освоение данной дисциплины необходимо для дальнейшего изучения таких дисциплин как теория чисел, теория вероятностей и математическая статистика, числовые системы и др.

Изучение курса основано на традиционных методах высшей школы, тесной взаимосвязи со смежными курсами, а также на использовании как современной учебной и методической литературы, так и лучших образцов классических книг.

Характерной чертой курса является сочетание теоретических основ современной алгебры с практическими математическими приемами и методами.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения
ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	Знать: объект, предмет, основные категории, принципы, закономерности, структуру педагогической науки; сущность, структуру, динамику целостного педагогического процесса; состояние и тенденции развития отечественных и международных педагогических и психологических исследований; методологию педагогического исследования; особенности, логику, закономерности, формы, методы и средства процесса обучения и воспитания; основы психологии личности, основные теоретические подходы к пониманию феномена личности; познавательные процессы, их свойства, закономерности и роль в интеллектуальной и творческой деятельности; общетеоретические основы методики преподавания предмета в объеме, необходимом для осуществления педагогической деятельности; строение и функции организма, основные закономерности развития человека; общие закономерности и возрастные особенности функционирования основных систем организма учащихся; гигиенические требования к организации образовательного процесса и гигиену учебного процесса; инструментальные средства информационных технологий. Уметь: применять теоретические знания в решении педагогических задач; планировать, проектировать и осуществлять педагогический процесс в различных типах образовательных учреждений; определять структуру и методологию проведения педагогического исследования; адекватно целям выстраивать учебный и воспитательный процесс, выбирая соответствующие формы, методы и средства его осуществления; использовать в педагогической деятельности и межличностном взаимодействии современные достижения психологической науки; учитывать возрастные физиологические особенности учащихся в педагогическом процессе; использовать информационные технологии для решения профессиональных задач Владеть: педагогических задач; способами планирования и осуществления образовательного процесса; способами проведения педагогического эксперимента; формами и методами осуществления учебной и воспитательной работы; приемами и методами психодиагностики личности, изучения особенностей профессиональной деятельности; навыками организации педагогической деятельности с позиций сохранения здоровья;

	методами профилактики нарушений физического развития и повышения адаптационных резервов организма; методами оказания первой доврачебной помощи методами применения информационно-коммуникационных технологий в образовательном процессе.
ПК-5. Способен использовать научные знания в предметной области (математика) в процессе формирования предметной компетенции обучающихся в рамках реализации основной общеобразовательной программы	Знать: современное состояние и перспективы развития математики как учебной дисциплины, направления развития школьного математического образования, теоретические основы обучения математике, принципы построения методической системы обучения математике, основные линии школьного курса математики, их структуру, содержание и роль, этапы формирования математических понятий, методические подходы к изучению основных тем школьного курса математики; Уметь: анализировать и интерпретировать содержание математических понятий, теорем, задач, разрабатывать фрагменты уроков, организовывать образовательный процесс обучения математике, конструировать методику введения понятий, изучения теорем, решения задач; Владеть: основными приемами организации деятельности школьников по изучению математики, навыками разработки методики изучения частных вопросов обучения математике, исследовательскими методами в профессиональной деятельности.
ПК-7 Способен математически корректно ставить естественнонаучные задачи и классические задачи математики, строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	Знать: базовые принципы постановки естественнонаучных задач и классических задач математики, определения основных понятий и доказательства теорем по основным разделам математики; Уметь: решать основные типы математических задач, доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть его следствия; Владеть: первичными навыками применения математического аппарата к решению конкретных задач из различных областей прикладной математики и информатики.

3. Содержание дисциплины

- 1. Алгебраические системы и их основные виды.** Алгебраические и частичные операции. Бинарные алгебраические операции и их свойства. Алгебраические системы. Алгебры. Модели. Подалгебры. Основные виды алгебр с одной бинарной операцией.
- 2. Группа. Подгруппа. Нормальный делитель группы.** Группа, аддитивная и мультипликативная терминология. Абелевы группы. Группа преобразований. Простейшие свойства групп. Подгруппа. Критерий подгруппы. Разложение группы по подгруппе. Смежные классы. Нормальный делитель группы. Фактор-группа.
- 3. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп.** Гомоморфизмы групп и их виды. Ядро гомоморфизма. Изоморфные группы. Свойства гомоморфизмов. Теорема о гомоморфном образе группы. Теорема о гомоморфизмах групп.
- 4. Порядок элемента группы.** Порядок элемента группы. Свойства порядка элемента группы. Циклические группы. Конечные группы. Теоремы Лагранжа и Кэли.
- 5. Кольцо. Подкольцо.** Кольцо. Ассоциативные и коммутативные кольца. Кольца с единицей и без. Простейшие свойства колец. Подкольцо. Критерий подкольца. Делители нуля. Область целостности. Обратимые элементы кольца. Ассоциированные элементы области целостности. Простые и составные элементы области целостности.

6. Поле. Подполе. Поле. Простейшие свойства поля. Подполе. Критерий подполя. Числовые поля.

7. Идеалы колец. Идеалы колец. Главные идеалы. Кольца главных идеалов. Евклидовы кольца. Операции над идеалами. Делимость идеалов. НОК и НОД идеалов кольца.

8. Гомоморфизмы колец. Гомоморфизмы колец и их виды. Ядро гомоморфизма. Изоморфные кольца. Свойства гомоморфизмов колец. Теорема о гомоморфном образе кольца. Теорема о гомоморфизмах.

9. Факториальные кольца. Факториальные кольца. НОК и НОД элементов кольца. Поле частных области целостности. Кольцо многочленов над факториальным кольцом. Понятие о расширениях полей.

4. Тематический план

№ п/п	Разделы и Темы	Всего часов	Формы занятий		
			лекции	практические занятия	самостоятельная работа
1	Алгебраические системы и их основные виды	10	2	4	4
2	Группа. Подгруппа. Нормальный делитель группы.	10	2	4	4
3	Гомоморфизмы групп. Порядок элемента группы.	12	2	6	4
4	Кольцо. Подкольцо. Область целостности. Поле. Подполе.	12	2	6	4
5	Идеалы колец. Гомоморфизмы колец	14	4	6	4
6	Факториальные кольца	14	4	6	4
ИТОГО		72	16	32	24

5. Виды образовательной деятельности

Занятия лекционного типа

1. Алгебраические системы и их основные виды. Алгебраические и частичные операции. Бинарные алгебраические операции и их свойства. Алгебраические системы. Алгебры. Модели. Подалгебры. Основные виды алгебр с одной бинарной операцией.

2. Группа. Подгруппа. Нормальный делитель группы. Группа, аддитивная и мультипликативная терминология. Абелевы группы. Группа преобразований. Простейшие свойства групп. Подгруппа. Критерий подгруппы. Разложение группы по подгруппе. Смежные классы. Нормальный делитель группы. Фактор-группа.

3. Гомоморфизмы групп. Гомоморфизмы групп и их виды. Ядро гомоморфизма. Изоморфные группы. Свойства гомоморфизмов. Теорема о гомоморфном образе группы. Теорема о гомоморфизмах групп. Порядок элемента группы. Свойства порядка элемента группы. Циклические группы. Конечные группы. Теоремы Лагранжа и Кэли.

4. Кольцо. Подкольцо. Область целостности. Кольцо. Ассоциативные и коммутативные кольца. Кольца с единицей и без. Простейшие свойства колец. Подкольцо. Критерий подкольца. Делители нуля. Область целостности. Обратимые элементы кольца. Ассоциированные элементы области целостности. Простые и составные элементы области целостности. Поле. Простейшие свойства поля. Подполе. Критерий подполя. Числовые поля.

5-6. Идеалы колец. Идеалы колец. Главные идеалы. Кольца главных идеалов. Евклидовы кольца. Операции над идеалами. Делимость идеалов. НОК и НОД идеалов кольца. Гомоморфизмы колец и их виды. Ядро гомоморфизма. Изоморфные кольца. Свойства гомоморфизмов колец. Теорема о гомоморфном образе кольца. Теорема о гомоморфизмах колец.

7-8. Факториальные кольца. Факториальные кольца. НОК И НОД элементов кольца. Поле частных области целостности. Кольцо многочленов над факториальным кольцом. Понятие о расширениях полей.

Занятия семинарского типа

1-2. Алгебраические системы и их основные виды. Алгебраические и частичные операции. Бинарные алгебраические операции и их свойства. Алгебраические системы. Алгебры. Модели. Подалгебры. Основные виды алгебр с одной бинарной операцией.

3. Группа. Подгруппа. Группа, аддитивная и мультипликативная терминология. Абелевы группы. Группа преобразований. Простейшие свойства групп. Подгруппа. Критерий подгруппы.

4. Нормальный делитель группы. Разложение группы по подгруппе. Смежные классы. Нормальный делитель группы. Фактор-группа.

5. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп. Гомоморфизмы групп и их виды. Ядро гомоморфизма. Изоморфные группы. Свойства гомоморфизмов.

6. Теорема о гомоморфизмах групп. Теорема о гомоморфном образе группы. Теорема о гомоморфизмах групп.

7. Порядок элемента группы. Порядок элемента группы. Свойства порядка элемента группы. Циклические группы. Конечные группы. Теоремы Лагранжа и Кэли.

8-9. Кольцо. Подкольцо. Кольцо. Ассоциативные и коммутативные кольца. Кольца с единицей и без. Простейшие свойства колец. Подкольцо. Критерий подкольца.

10. Обратимые элементы кольца. Ассоциированные элементы области целостности. Простые и составные элементы области целостности. Простейшие свойства поля. Подполе. Критерий подполя. Числовые поля.

11-12. Идеалы колец. Идеалы колец. Главные идеалы. Кольца главных идеалов. Евклидовы кольца. Операции над идеалами. Делимость идеалов. НОК и НОД идеалов кольца.

13. Гомоморфизмы колец. Гомоморфизмы колец и их виды. Ядро гомоморфизма. Изоморфные кольца. Свойства гомоморфизмов колец. Теорема о гомоморфном образе кольца. Теорема о гомоморфизмах колец.

14-16. Факториальные кольца. Факториальные кольца. НОК И НОД элементов кольца. Поле частных области целостности. Кольцо многочленов над факториальным кольцом. Понятие о расширениях полей.

Практические занятия детально разработаны в пособии
Банару Г.А., Банару М.Б. Теория групп и колец. Смоленск, 2008.

Самостоятельная работа

Задания для самостоятельной работы представлены к каждому практическому занятию и содержатся в пособии Банару Г.А., Банару М.Б. Теория групп и колец. Смоленск, 2008.

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

Теоретические вопросы

1. Алгебраические системы и их основные виды.
2. Группа. Подгруппа. Нормальный делитель группы.
3. Гомоморфизмы групп.
4. Кольцо. Подкольцо. Область целостности.
5. Идеалы колец
6. Факториальные кольца.

Критерии оценивания теоретических вопросов

1. Нормы оценивания ответов на теоретические вопросы

№ п/п	Теоретический вопрос	Количество баллов (*)
1	Дан краткий ответ на поставленный вопрос	1 балл
2	Дан развернутый ответ на вопрос с анализом результатов	2 балла

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания. Оценка «зачтено» за ответы на теоретические вопросы выставляется, если набрано не менее 3 баллов при ответе на три вопроса, в противном случае выставляется «не зачтено».

6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

Зачетная контрольная работа

1. Доказать, что $\langle Z, * \rangle$ - группа, если $a * b = a + b - 3$.
2. Является ли f гомоморфизмом, эпиморфизмом, мономорфизмом, изоморфизмом аддитивной группы матриц размера 2×2 над полем действительных чисел в аддитивную группу целых чисел, если $f \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = 2a - b$?
3. Доказать, что множество чисел вида $a + bi\sqrt{3}$, где $a, b \in Q$, образует числовое поле.

Критерии оценивания зачетной контрольной работы

1. Нормы оценивания:

№п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов(*)
1	Задание 1	1 балл
2	Задание 2	2 балла
3	Задание 3	2 балла

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

№ п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

Критерий получения зачета

Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра согласно Положению о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Смоленский государственный университет».

Для получения зачета студент должен:

- уметь отвечать на теоретические вопросы, рассмотренные на лекциях;
- уметь решать задачи, предложенные на лабораторных занятиях.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

7.1. Основная литература

1. Бурмистрова, Е. Б. Линейная алгебра : учебник и практикум для академического бакалавриата / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 421 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3588-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/508147> (дата обращения: 06.05.2022).
2. Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра : учебник и практикум для бакалавриата и специалитета / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 422 с. — (Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-08547-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/432050>
3. Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман, И. М. Тришин ; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 422 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08547-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/488965> (дата обращения: 06.05.2022).
4. Ларин, С. В. Алгебра и теория чисел. Группы, кольца и поля : учебное пособие для академического бакалавриата / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2022. — 160 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05567-2. — Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/1AC57977-39C6-49FE-B4C4-7A5EF9A647DB.
5. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / Е. Г. Плотникова, А. П. Иванов, В. В. Логинова, А. В. Морозова ; под редакцией Е. Г. Плотниковой. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 340 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01179-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/489170> (дата обращения: 06.05.2022).
6. Лубягина, Е. Н. Линейная алгебра : учебное пособие для вузов / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 150 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10594-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/495162> (дата обращения: 06.05.2022).
7. Потапов, А. П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / А. П. Потапов. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 309 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01232-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/489949> (дата обращения: 06.05.2022).
8. Привалов, И. И. Аналитическая геометрия : учебник для вузов / И. И. Привалов. — 40-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 233 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01262-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/490111> (дата обращения: 06.05.2022).

9. Сабитов, И. Х. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие для вузов / И. Х. Сабитов, А. А. Михалев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 258 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08941-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/493221> (дата обращения: 06.05.2022).
10. Шилин, И. А. Линейная алгебра. Задачник : учебное пособие для вузов / И. А. Шилин. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 118 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14382-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/496646> (дата обращения: 06.05.2022).

7.2. Дополнительная литература

1. Орлова, И. В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия для экономистов : учебник и практикум для вузов / И. В. Орлова, В. В. Угрозов, Е. С. Филонова. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 370 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-9556-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/489189> (дата обращения: 06.05.2022).
2. Пахомова, Е. Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Сборник заданий : учебное пособие для вузов / Е. Г. Пахомова, С. В. Рожкова. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 110 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08428-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/490366> (дата обращения: 06.05.2022).
3. Варпаховский Ф.Л., Солодовников А.С., Стеллецкий И.В. Алгебра. М., 2003.
4. Винберг Э.Б. Курс алгебры. М., 2002.
5. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. М., 1979.
6. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М., СПб, 2006.
7. Курош Л.Г. Теория групп. СПб: Лань. 2005.
8. Банару Г.А., Банару М.Б. Основные алгебраические структуры // Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2016.
9. Банару Г.А. Элементы математической логики. Множества. Отношения. Метод математической индукции. Смоленск. СГУ. 2008.
10. Банару Г.А., Банару М.Б. Теория групп и колец. Смоленск, 2008.

7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Алгебра матриц и линейные пространства. Национальный открытый университет «Интуит». URL: <http://www.intuit.ru/studies/courses/992/207/info>
2. Основные сервисы и технологии Mathcad 14. URL: <http://www.intuit.ru/studies/courses/10678/1113/info>
3. Введение в алгебру. Национальный открытый университет. URL: <http://www.intuit.ru/studies/courses/1009/197/info>
4. Общероссийский математический портал MATH-NET URL: www.mathnet.ru:

8. Материально-техническое обеспечение

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная следующим оборудованием: стандартная учебная мебель (28 учебных посадочных мест), стол и стул для преподавателя – по 1 шт., кафедра для лектора – 1 шт., доска настенная трехэлементная – 1 шт., напольный мобильный проекционный экран DA-LITE – 1 шт., мультимедиапроектор BenQ – 1 шт., ноутбук Lenovo – 1шт., колонки Genius – 1 шт., персональные компьютеры, объединенные в сеть с выходом в Интернет, – 16 шт.

Помещение для самостоятельной работы аудитория №224 с выходом в Интернет оснащена следующим оборудованием: стандартная учебная мебель (15 учебных посадочных мест), стол и стул для преподавателя – по 1 шт., доска настенная – 1 шт., мультимедиапроектор

BenQ – 1 шт., колонки Genius – 1 шт., персональные компьютеры, объединенные в сеть с выходом в Интернет – 15 шт.

9. Программное обеспечение

Microsoft Open License (Windows XP, 7, 8, 10, Server, Office 2003-2016), лицензия 66975477 от 03.06.2016 (бессрочно).

PTC Mathcad 15.0 (Лицензия 449732)

Обучающимся обеспечен доступ к ЭБС «Юрайт», доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.