

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Артеменков Михаил Николаевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 07.10.2026 11:35:47
Уникальный программный ключ:
a63b74166e8f4fc17bd1e0462725f79e393bfd19

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»

Кафедра математического анализа

«Утверждаю»

Проректор по учебной работе

_____ Ю.А. Устименко

«11» ноября 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ Б1.В.01.02 АЛГЕБРА МНОГОЧЛЕНОВ

Направление подготовки: **44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

Направленность (профиль): **Математика, информатика**

Форма обучения – очная

Курс – 3

Семестр – 5

Всего зачетных единиц – 2, часов – 72

Форма отчетности: зачет – 5 семестр

Программу разработал: кандидат физико-математических наук, доцент С.А. Гомонов

Одобрена на заседании кафедры

«___» _____ 2024 г., протокол № ____

Заведующий кафедрой _____ К.М.Расулов

Смоленск
2024

1. Место дисциплины в структуре ОП.

Дисциплина «Алгебра многочленов» входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений, программы бакалавриата по направлению 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки). Она изучается в пятом семестре и является одной из основных дисциплин, т.к. завершает такой важный курс как «Алгебра».

При изучении данной дисциплины необходимы компетенции студентов, сформированные при изучении таких дисциплин, как: «Математический анализ», «Алгебра» и др. Курс построен так, чтобы можно было углубить и расширить тот объем знаний, что был получен при изучении вышеперечисленных дисциплин.

Освоения дисциплины преследует следующие цели:

- овладение основными понятиями алгебры многочленов;
- овладение логическими основами курса, необходимыми для решения теоретических и практических задач;
- приобретение навыков использования свойств многочленов при решении соответствующих прикладных математических задач;
- формирование навыков самостоятельной работы, необходимых для использования знаний при изучении специальных дисциплин и дальнейшей практической деятельности;
- развитие математической интуиции, воспитание математической культуры.

В процессе освоения дисциплины решаются такие задачи, как:

- познавательная – глубокое освоение математических понятий, изучаемых в указанном разделе высшей математики, что совершенно необходимо для изучения всех других дисциплин профессионального цикла;
- воспитательная – привитие и развитие культуры мышления, способности логически верно выстраивать устную и письменную речь, понимать необходимость доказательств, как в математике, так и в реальных жизненных ситуациях при общении с коллегами и при работе в ученическом и производственном коллективах;
- развивающая – усвоение определенного количества информации по данной дисциплине, накопленной человечеством в процессе развития математики; привитие способности понимания значения комбинаторного анализа, теории булевых функций, теории графов в других разделах математики и возможности применения полученных знаний в своей будущей профессиональной деятельности.

Изучение курса основано на традиционных методах высшей школы, а также тесной взаимосвязи со смежными курсами.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения
ПК-5. Способен использовать научные знания в предметной области (математика) в процессе формирования предметной компетенции обучающихся в рамках реализации основной общеобразовательной программы	Знать: современное состояние и перспективы развития математики как учебной дисциплины, направления развития школьного математического образования, теоретические основы обучения математике, принципы построения методической системы обучения математике, основные линии школьного курса математики, их структуру, содержание и роль, этапы формирования математических понятий, методические подходы к изучению основных тем школьного курса математики; Уметь: анализировать и интерпретировать содержание математических понятий, теорем, задач, разрабатывать фрагменты уроков, организовывать образовательный процесс обучения математике, конструировать методику введения понятий, изучения теорем, решения задач; Владеть: основными приемами организации деятельности школьников по изучению математики, навыками разработки

	методики изучения частных вопросов обучения математике, исследовательскими методами в профессиональной деятельности.
ПК-7. Способен математически корректно ставить естественнонаучные задачи и классические задачи математики, строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	Знать: базовые принципы постановки естественнонаучных задач и классических задач математики, определения основных понятий и доказательства теорем по основным разделам математики; Уметь: решать основные типы математических задач, доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть его следствия; Владеть: первичными навыками применения математического аппарата к решению конкретных задач из различных областей прикладной математики и информатики.

3. Содержание дисциплины

1. **Многочлены-функции.** Построение совокупности многочленов от одной переменной на языке функции. Равные многочлены. Основные операции над многочленами. Основные характеристики многочленов.

2. **Многочлены-формальные суммы.** Построение совокупности многочленов одной переменной над произвольным кольцом K на языке формальных сумм. Равенство многочленов. Основные операции над многочленами. Кольцо многочленов $K[x]$. Основные характеристики многочленов.

3. **Многочлены-финитные последовательности.** Построение совокупности многочленов одной переменной над произвольным кольцом K на языке финитных последовательностей.

4. **Теорема Безу.** Деление с остатком на двучлен $x - x_0$ и корни многочлена. Теорема Безу и следствие из нее. Схема Горнера. Число корней многочлена над областью целостности.

5. **Алгебраическое и функциональное равенства многочленов.** Сравнительный анализ понятий алгебраического и функционального равенства многочленов.

6. **Отношение делимости в кольце многочленов и его свойства.** Свойства отношения делимости многочленов и их применение к решению задач.

7. **Деление многочлена на многочлен с остатком.** Основная теорема о делении с остатком многочлена на многочлен. Способы нахождения неполного частного и остатка.

8. **НОД многочленов.** Существование и единственность НОД двух и нескольких многочленов. Алгоритм Евклида и его свойства. Свойства НОД многочленов. Взаимно простые многочлены и их свойства.

9. **НОК многочленов.** Существование и единственность НОК двух и нескольких многочленов. Связь НОД и НОК двух многочленов.

10. **Свойства НОД и НОК нескольких многочленов.** Теоремы существования и единственности НОД и НОК нескольких многочленов и способы вычисления НОД и НОК.

11. **Идеалы кольца $R[x]$.** Главенство всякого идеала кольца $R[x]$ где R – произвольное поле. Понятие евклидова кольца и его свойства.

12. **Факторизация многочленов.** Приводимые и неприводимые многочлены над произвольным полем и их свойства.

13. **Факториальность кольца $R[x]$ где R – произвольное поле.** Существование и единственность разложения многочлена на неприводимые множители.

14. **Кольцо многочленов одной переменной над факториальным кольцом.** Понятие факториального кольца и его свойства. Факториальность кольца многочленов одной переменной над факториальным кольцом.

15. **Формальная производная многочлена и ее свойства.** Отделение кратных неприводимых множителей многочлена. Алгоритм отделения.

16. **Формула Тейлора для многочленов.** Получение и обоснование формулы Тейлора для многочленов, заданных над произвольным полем коэффициентов.

17. **Понятие показателя кратности корня многочлена.** Критерий k - кратности корня многочлена.

18. **«Основная» теорема алгебры.** Следствия из «основной» теоремы алгебры. Формулы Виета и их обоснование.

19. **Свойства комплексных корней многочленов с вещественными коэффициентами.** Сопряженность комплексных корней многочлена из $R[x]$.

20. **Уравнение третьей степени над C .** Формула Кардано-Тарталья и ее обоснование. Понятие малого дискриминанта для случая приведенного кубического уравнения. Вещественные корни кубического уравнения с вещественными коэффициентами.

21. **Уравнения четвертой степени.** Метод Феррари. Кубическая резольвента. Результаты Н.Х.Абея и Э. Галуа.

22. **Отделение действительных корней многочлена из $R[x]$.** Методы отделения действительных корней. Теоремы Штурма и Декарта.

23. **Рациональные корни многочленов из $Q[x]$.** Алгоритм нахождения рациональных корней многочлена из $Q[x]$ и их $Z[x]$.

24. **Примитивные многочлены.** Понятие примитивных многочленов и их свойства. Теорема Гаусса о связи приводимости над Q и над Z . «Критерий» (достаточное условие) неприводимости многочленов из $Z[x]$ Эйзенштейна.

25. **Метод Кронекера.** Алгоритмы получения разложения многочлена из $Z[x]$ на неприводимые над Z множители.

26. **Алгебраические и трансцендентные числа.** Свойства алгебраических и трансцендентных чисел. Минимальный многочлен алгебраического числа. Поле алгебраических чисел.

27. **Многочлены от нескольких переменных.** Разложение многочленов от нескольких переменных на неприводимые множители. Факториальность кольца многочленов от нескольких переменных заданного над факториальным кольцом коэффициентов. Словарное упорядочивание одночленов многочлена.

28. **Основная теорема о симметрических многочленах.** Алгоритм получения представления симметрического многочлена через основные симметрические многочлены. Однородные многочлены и их свойства.

29. **Результант и дискриминант.** Результант двух многочленов и дискриминант многочлена, их свойства и их применение к решению задач.

30. **Базисы Грёбнера.** Применение базисов Гребнера к решению систем алгебраических уравнений.

4. Тематический план

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий		
			лекции	практические занятия	самостоятельная работа
1	Многочлены-функции.	2	2	—	-
2	Многочлены-формальные суммы.	4	2	2	-
3	Многочлены-финитные последовательности.	2	2	—	—
4	Теорема Безу.	4	—	4	-
5	Алгебраическое и функциональное равенства многочленов.	2	—	—	2
6	Отношение делимости в кольце многочленов и его свойства.	4	1	2	1

7	Деление многочлена на многочлен с остатком.	4	1	2	1
8	НОД многочленов.	7	2	4	1
9	НОК многочленов.	1	–	–	1
10	Свойства НОД и НОК нескольких многочленов.	1	–	–	1
11	Идеалы кольца $\mathbf{P}[x]$.	2	–	2	–
12	Факторизация многочленов.	3	2	–	1
13	Факториальность кольца $\mathbf{P}[x]$ где $\mathbf{P}$ – произвольное поле.	3	–	2	1
14	Кольцо многочленов одной переменной над факториальным кольцом.	1	–	–	1
15	Формальная производная многочлена и ее свойства.	1	–	–	1
16	Формула Тейлора для многочленов.	3	–	2	1
17	Понятие показателя кратности корня многочлена.	2	–	2	–
18	«Основная» теорема алгебры.	3	2	–	1
19	Свойства комплексных корней многочленов с вещественными коэффициентами.	3	–	2	1
20	Уравнение третьей степени над $\mathbf{C}$.	1	–	–	1
21	Уравнения четвертой степени.	1	–	–	1
22	Отделение действительных корней многочлена из $\mathbf{R}[x]$.	3	–	2	1
23	Рациональные корни многочленов из $\mathbf{Q}[x]$.	3	–	2	1
24	Примитивные многочлены.	4	2	–	2
25	Метод Кронекера.	2	–	2	–
26	Алгебраические и трансцендентные числа.	2	–	2	-
27	Многочлены от нескольких переменных.	1	–	–	1
28	Основная теорема о симметрических многочленах.	1	–	–	1
29	Результант и дискриминант.	1	–	–	1
30	Базисы Грёбнера.	1	–	–	1
ИТОГО		72	16	32	24

5. Виды учебной деятельности.

Занятия лекционного типа

Лекция 1. «Многочлены-функции»: построение совокупности многочленов от одной переменной на языке функции. Равные многочлены. Основные операции над многочленами. Основные характеристики многочленов.

Лекция 2. «Многочлены-формальные суммы»: построение совокупности многочленов одной переменной над произвольным кольцом $\mathbf{K}$ на языке формальных сумм. Равенство многочленов. Основные операции над многочленами. Кольцо многочленов $\mathbf{K}[x]$. Основные характеристики многочленов.

Лекция 3. «Многочлены-финитные последовательности»: построение совокупности

многочленов одной переменной над произвольным кольцом K на языке финитных последовательностей.

Лекция 4. «Отношение делимости в кольце многочленов и его свойства»: свойства отношения делимости многочленов и их применение к решению задач.

Лекция 5. «Деление многочлена на многочлен с остатком»: основная теорема о делении с остатком многочлена на многочлен. Способы нахождения неполного частного и остатка.

Лекция 6. «НОД многочленов»: существование и единственность НОД двух и нескольких многочленов. Алгоритм Евклида и его свойства. Свойства НОД многочленов. Взаимно простые многочлены и их свойства.

Лекция 7. «Факториальность кольца $R[x]$ где R – произвольное поле. Основная теорема алгебры»: существование и единственность разложения многочлена на неприводимые множители; следствия из «основной» теоремы алгебры. Формулы Виета и их обоснование.

Лекция 8. «Примитивные многочлены»: понятие примитивных многочленов и их свойства. Теорема Гаусса о связи приводимости над Q и над Z . «Критерий» (достаточное условие) неприводимости многочленов из $Z[x]$ Эйзенштейна.

Занятия семинарского типа

Практическое занятие № 1. Многочлены-формальные суммы.

Решение задач: [7] №1(a-e).

Практическое занятие №2-3. Теорема Безу.

Решение задач: [6] № 550-559, 562; [7] № 2-9 (§1), №4-8 (§3).

Практическое занятие №4. Отношение делимости в кольце многочленов и его свойства.

Решение задач: [6] №547, 548; [7] №3 (§2).

Практическое занятие №5. Деление многочлена на многочлен с остатком.

Решение задач: [6] №546; [7] №1-2 (§2).

Практическое занятие №6-7. НОД многочленов.

Решение задач: [6] №577-583; [7] №4-6 (§2).

Практическое занятие №8. Идеалы кольца $R[x]$.

Решение задач: [6] №588-589; [7] №7 (§2).

Практическое занятие № 9. Факториальность кольца $R[x]$ где R – произвольное поле.

Решение задач: [6] №587, 589-595; [7] №1-2 (§3).

Практическое занятие №10. Формальная производная многочлена и ее свойства.

Решение задач: [6] №585; [7] №10-14 (§3).

Практическое занятие №11. Формула Тейлора для многочленов.

Решение задач: [6] №551; [7] №4-9 (§3).

Практическое занятие №12. Понятие показателя кратности корня многочлена.

Решение задач: [6] №552-555.

Практическое занятие №13. Свойства комплексных корней многочленов с вещественными коэффициентами.

Решение задач: [6] №590-595; [7] №1-4 (§5).

Практическое занятие №14. Отделение действительных корней многочлена из $\mathbb{R}[x]$.

Решение задач: [6] №773-775, 779.

Практическое занятие №15. Рациональные корни многочленов из $\mathbb{Q}[x]$.

Решение задач: [6] №649,650; [7] №1-5 (§8).

Практическое занятие №16. Метод Кронекера. Алгебраические и трансцендентные числа.

Решение задач: [6] №680-683; [7] №6-7 (§8); [6] №684-686; [7] №1-7 (§12), 15-16 (§12).

Самостоятельная работа

Текущая самостоятельная работа студента направлена на углубление и закрепление знаний студентов и развитии практических умений. Она заключается в работе с лекционными материалами, поиске и обзоре литературы и электронных источников, информации по заданным темам курса, опережающей самостоятельной работе, в изучении тем, вынесенных на самостоятельную проработку, подготовке к практическим занятиям.

Самостоятельная внеаудиторная работа студентов состоит в:

- проработке лекционного материала, составлении конспекта лекций по темам, вынесенным на самостоятельное изучение;
- выполнении домашних заданий.

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

Текущая аттестация осуществляется на каждом практическом занятии в процессе фронтального опроса, выполнения заданий для аудиторной работы, в процессе проверки домашней самостоятельной работы.

Проведение текущего контроля осуществляется также посредством проведения аудиторных контрольных работ и разноуровневых самостоятельных работ.

Оценочные средства

I. Контрольные вопросы для проверки теоретической подготовки к практическому занятию.

Перечень вопросов приводится в методических разработках, рекомендованных к каждому практическому занятию.

Критерии оценки ответа на теоретический вопрос

Показатель	Количество баллов
1) Полнота и глубина ответа (усвоенные теории, понятия, факты и пр.)	1
2) Сознательность ответа (понимание излагаемого материала)	1
3) Логика изложения материала (умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией)	1
4) Умение приводить примеры использования описанных явлений, теорий и устройств	1

5) Использование при подготовке ответа на вопрос дополнительных источников информации	0,5
6) Наличие конспекта ответа на вопрос	0,5
Итоговая (суммарная) оценка	Max - 5

II. Задания для самостоятельной работы.

Список заданий для самостоятельной работы по каждому из занятий хранится на кафедре.

Критерии оценивания выполнения заданий для самостоятельной работы

Показатель	Количество баллов
1) Полнота и глубина изложения ответа (усвоенные теории, понятия, факты)	1
2) Логика изложения материала	1
3) Примеры использования описанных явлений, теорий и устройств на практике	1
4) Использование при подготовке ответа на вопрос дополнительных источников информации	1
5) Оформление работы	1
Итоговая (суммарная) оценка	Max - 5

III. Проверочные работы по дисциплине.

Образец проверочной работы

- Используя схему Горнера, разложите многочлен $f(x) = x^4 - 3x^3 + \frac{1}{2}x - 7$ по степеням двучлена $x - 2$ и вычислите значения производных всех порядков этого многочлена в точке $x_0 = 2$.
- Найдите НОД и НОК многочленов
 $y(x) = 2x^3 - x^2 - 1$, $\varphi(x) = x^4 + 2x^2 - 3x$.
- Найдите рациональные корни многочлена $f(x) = x^3 - 11x^2 + 38x - 40$.

Критерии оценивания работы

- Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильно реализован каждый метод решения	1 балл
2	Анализ результатов	2 балла

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

- Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация осуществляется посредством проведения зачета

Критерий получения зачета

Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра согласно Положению о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов в

федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Смоленский государственный университет».

Для получения зачета студент должен:

- уметь отвечать на теоретические вопросы, рассмотренные на лекциях;
- уметь решать задачи, предложенные на практических занятиях.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

7.1. Список основной литературы

1. Ларин, С. В. Алгебра: многочлены : учебное пособие для академического бакалавриата / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 136 с. [электронный ресурс: <https://urait.ru/book/algebra-mnogochleny-409796>].

2. Кашапова, Ф. Р. Высшая математика. Общая алгебра в задачах : учебное пособие для академического бакалавриата / Ф. Р. Кашапова, И. А. Кашапов, Т. Н. Фоменко. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 171 с. [электронный ресурс: <https://urait.ru/book/vyshshaya-matematika-obschaya-algebra-v-zadachah-411431>].

7.2. Список дополнительной литературы

3. Аржанцев И.В. Базисы Грёбнера и системы алгебраических уравнений.- М.: МЦНМО, 2003.

4. Куликов Л.Я. Курс высшей алгебры.- М.: Высшая школа, 1979.

5. Винберг Э.Б. Алгебра многочленов.- М.: Просвещение, 1980.

6. Курош А.Г. Курс высшей алгебры.- М.: Наука, 1976.

7. Б.Л. ван дер Варден. Алгебра.- М.: Наука, 1976.

8. Прасолов В.В. Многочлены.- М.: МЦНМО, 2001.

9. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре.- М.: Наука, 2006.

10. Солодовников А.С., Родина М.А. Задачник-практикум по алгебре. Ч. IV.- М.: Просвещение, 1985.

7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Электронная библиотека <https://urait.ru/>

2. Электронно-библиотечная система <http://znanium.com>

3. Математическое бюро: решение задач по высшей математике (по разделу теории чисел) - www.matburo.ru

4. <http://www.exponenta.ru/> сайт материалов по математическим пакетам.

8. Материально-техническое обеспечение

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная стандартной учебной мебелью, мультимедиапроектором, ноутбуком, колонками и интерактивной доской.

Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная стандартной учебной мебелью.

Помещение для самостоятельной работы – компьютерный класс с доступом к сети «Интернет» и ЭИОС СмолГУ.

9. Программное обеспечение

Microsoft Open License (Windows XP, 7, 8, 10, Server, Office 2003-2016), лицензия 66975477 от 03.06.2016 (бессрочно).

Обучающимся обеспечен доступ к ЭБС «Юрайт», доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.