

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Артеменков Михаил Николаевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 07.10.2026 12:00:14
Уникальный программный ключ:
a63b74166e8f4fc17bde0462123f79e393bdf3

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Смоленский государственный университет»

Кафедра математического анализа

«Утверждаю»
Проректор по учебно-
методической работе
Ю.А. Устименко
«15» июня 2023 г.

Рабочая программа дисциплины
Б1.О.18 Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки: **44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

Направленность (профиль): **Математика. Информатика**

Форма обучения: очная

Курс – 4

Семестр – 7, 8

Всего зачетных единиц – 6, часов – 216

Форма отчетности: зачет – 7 семестр, экзамен – 8 семестр

Программу разработал
доктор педагогических наук, профессор Г.С. Евдокимова

Одобрена на заседании кафедры
«8» июня 2023 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой

К.М. Расулов

Смоленск
2023

1. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина теория вероятностей и математическая статистика включена в обязательную часть обязательных дисциплин ФГОС ВО по направлению подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование. Профиль: Математика. Информатика. Изучение теории вероятностей и математической статистика позволяет создать условия, необходимые для формирования у студентов современного мировоззрения и целостной научной картины мира, в которой органично сочетаются знания из различных областей науки.

Для освоения курса необходимы знания и навыки, приобретенные в результате предварительного обучения дисциплинам: математический анализ, линейная алгебра, основные алгебраические структуры и др.

Изучение курса основано на традиционных методах высшей школы, тесной взаимосвязи со смежными курсами, а также на использовании современных систем компьютерной математики.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индикаторы достижения
ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.	Знать: объект, предмет, основные категории, принципы, закономерности, структуру педагогической науки; сущность, структуру, динамику целостного педагогического процесса; состояние и тенденции развития отечественных и международных педагогических и психологических исследований; методологию педагогического исследования; особенности, логику, закономерности, формы, методы и средства процесса обучения и воспитания; основы психологии личности, основные теоретические подходы к пониманию феномена личности; познавательные процессы, их свойства, закономерности и роль в интеллектуальной и творческой деятельности; общетеоретические основы методики преподавания предмета в объеме, необходимом для осуществления педагогической деятельности; строение и функции организма, основные закономерности развития человека; общие закономерности и возрастные особенности функционирования основных систем организма учащихся; гигиенические требования к организации образовательного процесса и гигиену учебного процесса; инструментальные средства информационных технологий. Уметь: применять теоретические знания в решении педагогических задач; планировать, проектировать и осуществлять педагогический процесс в различных типах образовательных учреждений; определять структуру и методологию проведения педагогического исследования; адекватно целям выстраивать учебный и воспитательный процесс, выбирая соответствующие формы, методы и средства его осуществления; использовать в педагогической

	деятельности и межличностном взаимодействии современные достижения психологической науки; учитывать возрастные физиологические особенности учащихся в педагогическом процессе; использовать информационные технологии для решения профессиональных задач. Владеть: категориальным аппаратом педагогической науки; навыками решения педагогических задач; способами планирования и осуществления образовательного процесса; способами проведения педагогического эксперимента; формами и методами осуществления учебной и воспитательной работы; приемами и методами психодиагностики личности, изучения особенностей профессиональной деятельности; навыками организации педагогической деятельности с позиций сохранения здоровья; методами профилактики нарушений физического развития и повышения адаптационных резервов организма; методами оказания первой доврачебной помощи; методами применения информационно-коммуникационных технологий в образовательном процессе.
ПК-5. Способен использовать научные знания в предметной области (математика) в процессе формирования предметной компетенции обучающихся в рамках реализации основной общеобразовательной программы	Знать: современное состояние и перспективы развития математики как учебной дисциплины, направления развития школьного математического образования, теоретические основы обучения математике, принципы построения методической системы обучения математике, основные линии школьного курса математики, их структуру, содержание и роль, этапы формирования математических понятий, методические подходы к изучению основных тем школьного курса математики; Уметь: анализировать и интерпретировать содержание математических понятий, теорем, задач, разрабатывать фрагменты уроков, организовывать образовательный процесс обучения математике, конструировать методику введения понятий, изучения теорем, решения задач; Владеть: основными приемами организации деятельности школьников по изучению математики, навыками разработки методики изучения частных вопросов обучения математике, исследовательскими методами в профессиональной деятельности.
ПК-7 Способен использовать специализированные знания в области физики для освоения профильных	Знать: базовые принципы постановки естественнонаучных задач и классических задач математики, определения основных понятий и

физических дисциплин, математически корректно ставить и решать естественнонаучные задачи	доказательства теорем по основным разделам математики; Уметь: решать основные типы математических задач, доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть его следствия; Владеть: первичными навыками применения математического аппарата к решению конкретных задач из различных областей прикладной математики и информатики.
--	--

3. Содержание дисциплины

7 семестр

Раздел 1. Теория вероятностей

1. Элементы комбинаторики. Размещения, перестановки, сочетания. Связи между ними. Основной комбинаторный принцип. Выборки с возвращением. Выборки без возвращения. Выборки элементов, некоторые из которых повторяются.

2. Основные понятия теории вероятностей. Основные понятия теории вероятностей. Случайные события. Операции над событиями. Классическая формула вероятности. Статистическая вероятность. Геометрические вероятности.

3. Теоремы сложения и умножения. Несовместные события. Независимые события. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность. Формула полной вероятности, формула Байеса.

4. Асимптотические формулы. Повторение испытаний. Формула Бернулли. Асимптотические формулы.

5. Случайные величины. Случайные величины. Понятие случайной величины. Ряд распределения случайной величины. Функция распределения вероятностей. Плотность распределения вероятностей. Числовые характеристики случайной величины.

6. Виды распределений. Виды распределений. Равномерное распределение. Нормальное распределение. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Распределения, связанные с нормальным распределением. Показательное распределение.

7. Предельные теоремы. Предельные теоремы. Предварительные замечания. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема.

8. Цепи Маркова. Определение. Вероятности перехода. Эргодические Марковские цепи. Теоремы о предельных вероятностях. Вычисление предельных вероятностей. Стационарное распределение.

9. Случайные процессы. Понятие о случайном процессе. Процессы с независимыми приращениями. Пуассоновский процесс. Простейший поток.

8 семестр

Раздел 2. Элементы математической статистики

10. Выборки, их характеристики. Выборочные аналоги закона распределения и числовых характеристик случайной величины. Генеральная совокупность и выборка. Вариационные ряды. Выборочные аналоги интегральной и дифференциальной функций распределения. Полигон и гистограмма. Статистические характеристики вариационных рядов. Среднее арифметическое и его

свойства. Выборочная дисперсия и ее свойства. Выборочные начальные и центральные моменты. Асимметрия. Эксцесс. Упрощенный способ вычисления статистических характеристик вариационных рядов.

11. Точечные и интервальные оценки. Статистическое оценивание числовых характеристик случайной величины и закона распределения. Понятия о точечной оценке числовой характеристики случайной величины; свойства точечной оценки. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии. Частота как точечная оценка вероятности события. Методы получения точечных оценок. Параметрическое оценивание закона распределения. Понятие об интервальной оценке числовой характеристики случайной величины. Интервальные оценки параметров нормального распределения. Интервальная оценка вероятности события. Понятие доверительной области. Функция правдоподобия. Оценки. Метод наибольшего правдоподобия.

12. Проверка статистических гипотез. Проверка статистических гипотез. Понятие статистической гипотезы. Основные этапы проверки гипотезы. Различение двух гипотез: мощность и размер статистического критерия. Проверка гипотез о числовых значениях параметров нормального распределения. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух нормальных распределений с известными дисперсиями. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух нормальных распределений с неизвестными, но равными дисперсиями. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных распределений. Проверка гипотезы о числовом значении вероятности события. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей. Проверка гипотезы о модели закона распределения. Критерий согласия Пирсона. Критерий Колмогорова. Достаточные статистики и эффективные оценки. Асимптотически нормальные оценки.

13. Дисперсионный анализ. Основы дисперсионного анализа. Однофакторный дисперсионный анализ. Двухфакторный дисперсионный анализ.

14. Корреляционно-регрессионный анализ. Корреляционно-регрессионный анализ. Понятие функциональной, стохастической и корреляционной зависимости. Функция регрессии. Генеральное корреляционное отношение. Его свойства. Выборочное корреляционное отношение. Его значимость. Линейная функция регрессии. Генеральный коэффициент корреляции. Выборочный коэффициент корреляции. Метод наименьших квадратов. Линейное уравнение регрессии. Погрешность выборочного линейного уравнения регрессии. Смысл выборочного коэффициента корреляции, его значимость. Проверка гипотезы о линейности функции регрессии. Пример нелинейной функции регрессии. Множественная регрессия.

4. Тематический план

7 семестр

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий			
			Лекции	Практическое занятие	Лабораторная занятая	Самостоятельная работа
1.	Элементы комбинаторики	6	2	2	-	2
2.	Основные понятия теории вероятностей	14	4	4	-	6
3.	Теоремы сложения и умножения	14	4	4	-	6
4.	Асимптотические формулы	12	4	4	-	4
5.	Случайные величины	14	4	4	-	6
6.	Виды распределений	12	4	4	-	4

7.	Предельные теоремы	14	4	4	-	6
8.	Цепи Маркова	14	4	4	-	6
9.	Случайные процессы	8	2	2	-	4
Всего за семестр		108	32	32	-	44

8 семестр

№ п/п	Разделы и темы	Всего часов	Формы занятий			
			Лекции	Практическое занятие	Лаборатор. занятия	Самостоятельная работа
1.	Выборки, их характеристики	13	4	-	4	5
2.	Точечные и интервальные оценки	15	4	-	4	7
3.	Проверка статистических гипотез	23	8	-	8	7
4.	Дисперсионный анализ	14	4	-	4	6
5.	Корреляционно-регрессионный анализ	16	4	-	4	8
Всего за семестр		108	24	24	-	33+27
Итого		216	56	56	-	104

5. Виды образовательной деятельности

Занятия лекционного типа

7 семестр

1. **Элементы комбинаторики.** Размещения, перестановки, сочетания. Связи между ними. Основной комбинаторный принцип. Выборки с возвращением. Выборки без возвращения. Выборки элементов, некоторые из которых повторяются.

2-3. **Основные понятия теории вероятностей.** Основные понятия теории вероятностей. Случайные события. Операции над событиями. Классическая формула вероятности. Статистическая вероятность. Геометрические вероятности.

4-5. **Теоремы сложения и умножения.** Несовместные события. Независимые события. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность. Формула полной вероятности, формула Байеса.

6-7. **Асимптотические формулы.** Повторение испытаний. Формула Бернулли. Асимптотические формулы.

8-9. Случайные величины. Случайные величины. Понятие случайной величины. Ряд распределения случайной величины. Функция распределения вероятностей. Плотность распределения вероятностей. Числовые характеристики случайной величины.

10-11. Виды распределений. Виды распределений. Равномерное распределение. Нормальное распределение. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Распределения, связанные с нормальным распределением. Показательное распределение.

12-13. Предельные теоремы. Предельные теоремы. Предварительные замечания. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема.

14-15. Цепи Маркова. Определение. Вероятности перехода. Эргодические Марковские цепи. Теоремы о предельных вероятностях. Вычисление предельных вероятностей. Стационарное распределение.

16. Случайные процессы. Понятие о случайном процессе. Процессы с независимыми приращениями. Пуассоновский процесс. Простейший поток.

8 семестр

1-2. Выборки, их характеристики. Выборочные аналоги закона распределения и числовых характеристик случайной величины. Генеральная совокупность и выборка. Вариационные ряды. Выборочные аналоги интегральной и дифференциальной функций распределения. Полигон и гистограмма. Статистические характеристики вариационных рядов. Среднее арифметическое и его свойства. Выборочная дисперсия и ее свойства. Выборочные начальные и центральные моменты. Асимметрия. Эксцесс. Упрощенный способ вычисления статистических характеристик вариационных рядов.

2-4. Точечные и интервальные оценки. Статистическое оценивание числовых характеристик случайной величины и закона распределения. Понятия о точечной оценке числовой характеристики случайной величины; свойства точечной оценки. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии. Частота как точечная оценка вероятности события. Методы получения точечных оценок. Параметрическое оценивание закона распределения. Понятие об интервальной оценке числовой характеристики случайной величины. Интервальные оценки параметров нормального распределения. Интервальная оценка вероятности события. Понятие доверительной области. Функция правдоподобия. Оценки. Метод наибольшего правдоподобия.

5-8. Проверка статистических гипотез. Проверка статистических гипотез. Понятие статистической гипотезы. Основные этапы проверки гипотезы. Различение двух гипотез: мощность и размер статистического критерия. Проверка гипотез о числовых значениях параметров нормального распределения. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух нормальных распределений с известными дисперсиями. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух нормальных распределений с неизвестными, но равными дисперсиями. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных распределений. Проверка гипотезы о числовом значении вероятности события. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей. Проверка гипотезы о модели закона распределения. Критерий согласия Пирсона. Критерий Колмогорова. Достаточные статистики и эффективные оценки. Асимптотически нормальные оценки.

9-10. Дисперсионный анализ. Основы дисперсионного анализа. Однофакторный дисперсионный анализ. Двухфакторный дисперсионный анализ.

11-12. Корреляционно-регрессионный анализ. Корреляционно-регрессионный анализ. Понятие функциональной, стохастической и корреляционной зависимости. Функция регрессии. Генеральное корреляционное отношение. Его свойства. Выборочное корреляционное отношение. Его значимость. Линейная функция регрессии. Генеральный коэффициент корреляции. Выборочный коэффициент корреляции. Метод наименьших квадратов. Линейное уравнение регрессии. Погрешность выборочного линейного уравнения регрессии. Смысл выборочного

коэффициента корреляции, его значимость. Проверка гипотезы о линейности функции регрессии. Пример нелинейной функции регрессии. Множественная регрессия.

Практические занятия

Занятие 1. Элементы комбинаторики.

Теоретические вопросы

1. Размещения.
2. Перестановки
3. Сочетания.
4. Основной комбинаторный принцип.
5. Выборки с возвращением.
6. Выборки без возвращения.
7. Выборки элементов, некоторые из которых повторяются.

Задания для аудиторной работы:

[1, Задачи и упражнения] Глава 1, №№ 1.1, 1.3, 1.5, 1.9, 1.12, 1.16.

Задания для самостоятельной работы:

[1, Задачи и упражнения] Глава 1, №№ 1.2, 1.3, 1.4, 1.6, 1.8, 1.11, 1.13, 1.15, 1.17, 1.19, 1.20.

Занятия 2-3. Основные понятия теории вероятностей.

Теоретические вопросы

1. Основные понятия теории вероятностей.
2. Случайные события.
3. Операции над событиями.
4. Классическая формула вероятности.
5. Статистическая вероятность.
6. Геометрические вероятности

Задания для аудиторной работы:

[1, Задачи и упражнения] Глава 2, №№ 2.1 – 2.22 (нечетные номера)
[12] №№ 16, 19, 20, 20, 26.

Задания для самостоятельной работы:

[1, Задачи и упражнения] Глава 2, №№ 2.1 – 2.22 (четные номера)
[12] №№ 15, 18, 21, 22, 28, 30.

Занятия 4-5. Теоремы сложения и умножения. Следствия теорем сложения и умножения

Теоретические вопросы

1. Несовместные события.
2. Независимые события.
3. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
4. Условная вероятность.
5. Формула полной вероятности.
6. Формула Байеса.

Задания для аудиторной работы:

[1, Задачи и упражнения] Глава 3, №№ 3.1 – 3.20 (нечетные номера)
[12] №№ 80, 83, 85, 94, 95.

Задания для самостоятельной работы:

[1, Задачи и упражнения] Глава 3, №№ 3.1 – 3.20 (четные номера)
[12] №№ 81, 86, 87, 97, 100, 101, 108

Занятие 6. Последовательность независимых испытаний.Теоретические вопросы

1. Повторение испытаний.
2. Формула Бернулли.

Задания для аудиторной работы:

[1, Задачи и упражнения] Глава 4, №№ 4.1 – 4.21 (нечетные номера)
[12] №№ 180, 182, 185, 188, 193, 195, 205.

Задания для самостоятельной работы:

[1, Задачи и упражнения] Глава 4, №№ 4.1 – 4.21 (четные номера)
[12] №№ 181, 183, 187, 189, 191, 192, 193, 196, 202.

Занятие 7. Предельные теоремы в схеме Бернулли.Теоретические вопросы

1. Локальная предельная теорема.
2. Интегральная предельная теорема.
3. Теорема Пуассона.

Задания для аудиторной работы:

[12] №№ 206, 207, 210, 212, 215, 217, 220, 222.

Задания для самостоятельной работы:

[12] №№ 209, 211, 213, 214, 218, 221, 223.

Занятия 8-9. Случайные величины.Теоретические вопросы

1. Понятие случайной величины.
2. Ряд распределения случайной величины.
3. Функция распределения вероятностей.
4. Плотность распределения вероятностей.
5. Числовые характеристики случайной величины.

Задания для аудиторной работы:

[1, Задачи и упражнения] Глава 5, №№ 5.1 – 5.20 (нечетные номера)
[12] №№ 237, 239, 241, 243, 249, 253, 265, 290, 294.

Задания для самостоятельной работы:

[1, Задачи и упражнения] Глава 5, №№ 5.1 – 5.20 (четные номера)
[12] №№ 238, 242, 244, 250, 256, 258, 268, 291, 295, 308.

Занятия 10-11. Виды распределений.

Теоретические вопросы

1. Равномерное распределение.
2. Нормальное распределение.
3. Биномиальное распределение.
4. Распределение Пуассона.
5. Распределения, связанные с нормальным распределением.
6. Показательное распределение.

Задания для аудиторной работы:

[1, Задачи и упражнения] Глава 6, №№ 6.1 – 6.24 (нечетные номера)

[12] №№ 240, 246, 251, 293, 303, 316, 323.

Задания для самостоятельной работы:

[1, Задачи и упражнения] Глава 6, №№ 6.1 – 6.24 (четные номера)

[12] №№ 247, 304.

Занятия 12-13. Предельные теоремы.

Теоретические вопросы

1. Неравенство Чебышева.
2. Теорема Чебышева.
3. Теорема Бернулли.
4. Центральная предельная теорема.

Задания для аудиторной работы:

[12] №№ 542, 543, 545, 547, 548, 551, 561.

Задания для самостоятельной работы:

[12] №№ 544, 546, 557.

Задача 162. Устройство состоит из большого числа независимо работающих элементов с одинаковой (очень малой) вероятностью отказа каждого элемента за время t . Найти среднее число отказавших за время t элементов, если вероятность того, что за это время откажет хотя бы один элемент, равна 0.98.

Задача 163. Используя неравенство Чебышева, оценить длину интервала, симметричного относительно среднего значения, вероятность попадания в который не менее 0.5. Дисперсия $D\xi = 1$.

Задача 164. В осветительную сеть параллельно включено 20 ламп. Вероятность того, что за время T лампа будет включена, равна 0.8. Пользуясь неравенством Чебышева, оценить вероятность того, что абсолютная величина разности между числом включенных ламп и средним числом включенных ламп за время T окажется меньше трех.

Занятие 14-15. Цепи Маркова.

Теоретические вопросы

1. Определение цепи Маркова.
2. Вероятности перехода.
3. Эргодические марковские цепи.
4. Теоремы о предельных вероятностях.
5. Вычисление предельных вероятностей.
6. Стационарное распределение.

Задания для аудиторной работы:

[12] №№ 573, 574, 575, 577, 578, 582, 587, 591, 593.

Задания для самостоятельной работы:

[12] №№ 576, 579, 583, 585, 586, 590, 594, 596.

Занятие 16. Случайные процессы.

Теоретические вопросы

1. Понятие о случайном процессе.
2. Процессы с независимыми приращениями.
3. Пуассоновский процесс.
4. Простейший поток.

Задания для аудиторной работы:

[12] №№ 598 (а, б), 602 (а, б, в), 605, 606, 608.

Задания для самостоятельной работы:

[12] №№ 601, 603, 604, 615.

8 семестр

Все работы должны быть выполнены с применением систем компьютерной математики

Лабораторная работа 1. Выборки, варианты их представления.

Теоретические вопросы

1. Выборочные аналоги закона распределения и числовых характеристик случайной величины.
2. Генеральная совокупность и выборка.
3. Вариационные ряды.
4. Выборочные аналоги интегральной и дифференциальной функций распределения.
5. Полигон и гистограмма.

Задания для аудиторной работы:

[1, Задачи и упражнения] Глава 7, №№ 7.1, 7.3, 7.5, 7.7

[5] №№ 439, 441, 443, 446.

[12] №№ 712, 714

Задания для самостоятельной работы:

[1, Задачи и упражнения] Глава 7, №№ 7.2, 7.4, 7.6.

[5] №№ 440, 442, 444, 449.

[12] №№ 713

Лабораторная работа 2. Статистические характеристики вариационных рядов.

Теоретические вопросы

1. Среднее арифметическое и его свойства.
2. Выборочная дисперсия и ее свойства.
3. Выборочные начальные и центральные моменты.
4. Асимметрия.
5. Эксцесс.
6. Упрощенный способ вычисления статистических характеристик вариационных рядов

Задания для аудиторной работы:

[1, Задачи и упражнения] Глава 7, №№ 7.8, 7.10, 7.12, 7.14.

[12] №№ 715, 716, 719, 720, 723.

Задания для самостоятельной работы:

[1, Задачи и упражнения] Глава 7, №№ 7.9, 7.11, 7.13, 7.15

[12] №№ 717, 718, 721, 722.

Лабораторная работа 3. Точечные оценки. Методы получения точечных оценок.

Теоретические вопросы

1. Статистическое оценивание числовых характеристик случайной величины и закона распределения.
2. Понятия о точечной оценке числовой характеристики случайной величины; свойства точечной оценки.
3. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Частота как точечная оценка вероятности события.
5. Метод моментов.
6. Метод наибольшего правдоподобия.

Задания для аудиторной работы:

[5] №№ 450, 452, 456, 457, 460, 466, 469.

[3] стр. 365 (Условия задач) №№ 1, 3, 5, 7, 9.

стр. 370 (Условия задач) №№ 1, 4, 7.

Задания для самостоятельной работы:

[5] №№ 451, 453, 454, 458, 461, 467, 470.

[3] стр. 365 (Условия задач) №№ 2, 4, 6, 8, 10.

стр. 370 (Условия задач) №№ 2, 5, 8.

Лабораторная работа 4. Интервальные оценки.

Теоретические вопросы

1. Понятие об интервальной оценке числовой характеристики случайной величины.
2. Интервальные оценки параметров нормального распределения.
3. Интервальная оценка вероятности события.

Задания для аудиторной работы:

[1, Задачи и упражнения] Глава 7, №№ 7.16, 7.18, 7.20, 7.23

[5] №№ 501, 505, 508, 510, 512, 517.

[12] №№ 725, 727, 730, 732, 734, 736.

Задания для самостоятельной работы:

[1, Задачи и упражнения] Глава 7, №№ 7.17, 7.19, 7.21, 7.24

[5] №№ 502, 507, 509, 511, 513, 518.

[12] №№ 724, 726, 728, 731, 733, 735

Лабораторные работы 5-6. Проверка статистических гипотез.

Теоретические вопросы

1. Понятие статистической гипотезы.
2. Основные этапы проверки гипотезы.
3. Различение двух гипотез: мощность и размер статистического критерия.
4. Проверка гипотез о числовых значениях параметров нормального распределения.
5. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух нормальных распределений с известными дисперсиями.
6. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух нормальных распределений с неизвестными, но равными дисперсиями.
7. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных распределений. Проверка гипотезы о числовом значении вероятности события.
8. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей.

Задания для аудиторной работы:

[5] №№ 554, 556, 558, 560, 567, 570, 573, 574, 581, 586, 588.

Задания для самостоятельной работы:

[3] №№ 555, 557, 559, 561, 568, 569, 571, 575, 582, 587, 589, 590.

Лабораторные работы 7-8. Проверка гипотезы о модели закона распределения.

Теоретические вопросы

1. Критерий согласия Пирсона.
2. Критерий Колмогорова.

Задания для аудиторной работы:

[1, Задачи и упражнения] Глава 9, №№ 9.17, 9.20

[5] №№ 635, 637, 639, 642.

[12] №№ 762, 770, 772.

Задания для самостоятельной работы:

[1, Задачи и упражнения] Глава 9, №№ 9.21, 9.22

[5] №№ 636, 638, 640, 643.

[12] №№ 771, 773.

Лабораторные работы 9-10. Дисперсионный анализ.

Теоретические вопросы

1. Основы дисперсионного анализа.
2. Однофакторный дисперсионный анализ.
3. Двухфакторный дисперсионный анализ с одним наблюдением в клетке.

Задания для аудиторной работы:

[1, Задачи и упражнения] Глава 10, №№ 10.1 – 10.21 (нечетные номера)

[5] №№ 668, 670, 674.

Задания для самостоятельной работы:

[1, Задачи и упражнения] Глава 10, №№ 10.1 – 10.21 (четные номера)

[3] №№ 669, 671, 672, 675, 678.

Лабораторные работы 11-12. Корреляционно-регрессионный анализ.

Теоретические вопросы

1. Понятие функциональной, стохастической и корреляционной зависимости. Функция регрессии.
2. Генеральное корреляционное отношение. Его свойства.
3. Выборочное корреляционное отношение. Его значимость.
4. Линейная функция регрессии.
5. Генеральный коэффициент корреляции. Выборочный коэффициент корреляции.
6. Метод наименьших квадратов. Линейное уравнение регрессии. Погрешность выборочного линейного уравнения регрессии.
7. Смысл выборочного коэффициента корреляции, его значимость.
8. Проверка гипотезы о линейности функции регрессии.
9. Пример нелинейной функции регрессии.
10. Множественная регрессия.

Задания для аудиторной работы:

[1, Задачи и упражнения] Глава 8, №№ 8.1 –8.20(нечетные номера)

[5] №№ 535.

[12] №№ 777, 779, 781.

Задания для самостоятельной работы:

[1, Задачи и упражнения] Глава 10, №№ 8.1 –8.20(четные номера)

[5] №№ 536 (а).

[12] №№ 778, 780, 782.

6. Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (модуля)

6.1. Оценочные средства и критерии оценивания для текущей аттестации

Теоретические вопросы по основным темам курса предложены к каждому практическому и лабораторному занятию.

Критерии оценивания ответа на теоретический вопрос

Оценка	Критерии
отлично	полностью раскрывает содержание вопроса, приводит примеры ситуаций, демонстрирующих теоретические положения, рассмотренные в вопросе
хорошо	допускает неточности при изложении теоретического материала, приводит примеры ситуаций, демонстрирующих теоретические положения, рассмотренные в вопросе
удовлетворительно	допускает ошибки при изложении теоретического материала, с трудом приводит примеры ситуаций, демонстрирующих теоретические положения, рассмотренные в вопросе
неудовлетворительно	допускает грубые ошибки при изложении теоретического материала, с трудом приводит примеры ситуаций, демонстрирующих теоретические положения, рассмотренные в вопросе

Практические и лабораторные задания

Задания по основным темам курса предложены к каждому практическому и лабораторному занятию.

Критерии оценивания выполнения практических заданий

Оценка	Критерии
отлично	студент добросовестно выполняет предложенные задания, анализирует полученные данные, делает содержательные выводы, активно участвует в обсуждении результатов
хорошо	студент добросовестно выполняет предложенные задания, анализирует полученные данные, делает выводы, но допускает неточности, не участвует в обсуждении результатов
удовлетворительно	студент выполняет предложенные задания, с трудом проводит анализ данных, затрудняется в выводах, не участвует в обсуждении результатов
неудовлетворительно	студент не выполняет задания

7 семестр

Контрольная работа

1. На сельскохозяйственные работы из трех бригад выделяют по одному человеку. Известно, что в первой бригаде 15 человек, во второй – 12, в третьей – 10 человек. Определить число возможных групп по 3 человека, если известно, что на сельскохозяйственные работы может быть отправлен каждый рабочий.

2. Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово «песня». Ребенок, не умеющий читать, рассыпал буквы и затем собрал их в произвольном порядке. Найти вероятность того, что у него снова получилось слово «песня».

3. В телестудии три телевизионные камеры. Вероятности того, что в данный момент камера включена, равны соответственно 0,9; 0,8; 0,7. Найти вероятность того, что в данный момент включены: а) две камеры; б) не более одной камеры; в) три камеры.

4. 20% приборов монтируется с применением микромодулей, остальные – с применением интегральных схем. Надежность прибора с применением микромодулей – 0,9, интегральных схем – 0,8. Найти: а) вероятность надежной работы наугад взятого прибора; б) вероятность того, что прибор – с микромодулем, если он был исправен.

5. Всхожесть семян некоторого растения составляет 80%. Найти вероятность того, что из 6 посеянных семян взойдут: а) три; б) не менее трех; в) четыре.

Критерии оценивания контрольной работы

1. Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильное решение задачи	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
-----	--------	-------------------

1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

8 семестр

Критерии оценивания выполнения лабораторных работ

1. Нормы оценивания каждой лабораторной работы:

№п/п	Структурная часть работы	Количество баллов (*)
1	Ответ на теоретические вопросы по теме лабораторной работы	1 балл
2	Демонстрация выполнения конкретного задания, предложенного для самостоятельного решения к лабораторной работе	2 балла

(*) с возможностью градации до 0,25 балла.

2. Шкала оценивания. Оценка «зачтено» за лабораторную работу выставляется, если набрано не менее 2 баллов, в противном случае за работу выставляется «не зачтено».

Контрольная работа

1. В таблице приведена выборка результатов измерения роста 105 студентов (юношей). Измерения проводились с точностью до 1 см.

155	170	185	180	188	152	173	178	178	168	185
173	170	183	175	173	170	183	175	180	175	193
178	183	180	197	178	181	187	168	174	179	184
183	178	180	178	163	166	178	175	182	190	167
170	178	183	170	178	181	173	168	185	175	170
155	169	186	179	189	155	174	179	179	169	186
174	171	184	175	193	178	184	180	196	175	181
188	168	179	178	183	184	178	181	177	163	166
178	175	183	190	167	170	178	183	170	178	182
173	168	186	176	171	188					

Требуется составить интервальный вариационный ряд. Построить выборочную (эмпирическую) функцию распределения.

2. Выручка в магазине от продажи обуви составила соответственно по месяцам следующие значения (млн. руб.):

Выручка в магазине от продажи обуви составила соответственно по месяцам следующие значения (млн. руб.):

Месяц	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P	0,2	0,5	0,4	0,2	0,4	0,5	0,2	0,2	0,4	0,5	0,4	0,2

Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию.

3. При условии показательного распределения случайной величины X

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & \text{если } x \geq 0, \\ 0, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

произведена выборка

x_i	4	3	10	12	15
n_i	3	3	6	4	4

Найти оценку параметра λ методом моментов и методом наибольшего правдоподобия.

4. Фирма-поставщик в рекламном буклете утверждает, что средний срок безотказной работы предлагаемого изделия – 2900 ч. Для выборки из 50 изделий средний срок безотказной работы оказался равным 2720 ч. при выборочном среднем квадратичном отклонении 700 ч. При 5%-м уровне значимости проверить гипотезу о том, что значение 2900 ч. является математическим ожиданием.

5. Экзаменационный билет по математике содержит 10 заданий. Пусть X – случайная величина числа задач, решенных абитуриентами на вступительном экзамене. Результаты сдачи экзамена по математике для 300 абитуриентов таковы:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m_i	13	17	15	35	10	9	40	51	45	33	32

Оценить закон распределения случайной величины X .

Критерии оценивания контрольной работы

1. Нормы оценивания работы

№ п/п	Структурная часть контрольной работы	Количество баллов (*)
1	Правильное решение задачи	1 балл

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

7 семестр

Критерии получения зачета

Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра согласно Положению о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Смоленский государственный университет» (утверждено приказом ректора от 26 сентября 2019 г. №01-113).

«Зачтено» выставляется студенту если он:

- отвечает на теоретические вопросы, рассмотренные на лекциях и практических занятиях (см. Текущий контроль);
- выполняет практические задания, предложенные на занятиях (см. Текущий контроль).
- получает за контрольную работу не менее 3 баллов.

«Не зачтено» выставляется студенту при невыполнении хотя бы одного из указанных условий.

6.2. Оценочные средства и критерии оценивания для промежуточной аттестации

Вопросы для подготовки к экзамену

- 1) Выборочные аналоги закона распределения и числовых характеристик случайной величины.
- 2) Генеральная совокупность и выборка.
- 3) Вариационные ряды.
- 4) Выборочные аналоги интегральной и дифференциальной функций распределения.
- 5) Полигон и гистограмма.
- 6) Статистические характеристики вариационных рядов.
- 7) Среднее арифметическое и его свойства.
- 8) Выборочная дисперсия и ее свойства.
- 9) Выборочные начальные и центральные моменты.
- 10) Асимметрия.
- 11) Эксцесс.
- 12) Упрощенный способ вычисления статистических характеристик вариационных рядов.
- 13) Статистическое оценивание числовых характеристик случайной величины и закона распределения.
- 14) Понятия о точечной оценке числовой характеристики случайной величины; свойства точечной оценки.
- 15) Точечные оценки математического ожидания и дисперсии.
- 16) Частота как точечная оценка вероятности события.
- 17) Методы получения точечных оценок.
- 18) Параметрическое оценивание закона распределения.
- 19) Понятие об интервальной оценке числовой характеристики случайной величины.
- 20) Интервальные оценки параметров нормального распределения.
- 21) Интервальная оценка вероятности события.
- 22) Понятие доверительной области.
- 23) Функция правдоподобия. Оценки. Метод наибольшего правдоподобия.
- 24) Понятие статистической гипотезы.
- 25) Основные этапы проверки гипотезы.
- 26) Различение двух гипотез: мощность и размер статистического критерия.
- 27) Проверка гипотез о числовых значениях параметров нормального распределения.
- 28) Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух нормальных распределений с известными дисперсиями.
- 29) Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух нормальных распределений с неизвестными, но равными дисперсиями.
- 30) Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных распределений. Проверка гипотезы о числовом значении вероятности события.
- 31) Проверка гипотезы о равенстве вероятностей.
- 32) Проверка гипотезы о модели закона распределения.
- 33) Критерий согласия Пирсона.
- 34) Критерий Колмогорова.
- 35) Достаточные статистики и эффективные оценки.
- 36) Асимптотически нормальные оценки.
- 37) Основы дисперсионного анализа.
- 38) Однофакторный дисперсионный анализ.
- 39) Двухфакторный дисперсионный анализ с одним наблюдением в клетке.
- 40) Понятие функциональной, стохастической и корреляционной зависимости. Функция регрессии.
- 41) Генеральное корреляционное отношение. Его свойства.

- 42) Выборочное корреляционное отношение. Его значимость.
- 43) Линейная функция регрессии.
- 44) Генеральный коэффициент корреляции. Выборочный коэффициент корреляции.
- 45) Метод наименьших квадратов. Линейное уравнение регрессии. Погрешность выборочного линейного уравнения регрессии.
- 46) Смысл выборочного коэффициента корреляции, его значимость.
- 47) Проверка гипотезы о линейности функции регрессии.
- 48) Пример нелинейной функции регрессии.
- 49) Множественная регрессия.

Образец экзаменационного билета

1. Генеральная совокупность и выборка.
2. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Наблюдаемое значение критерия
3. Дано среднее квадратическое отклонение $\sigma=6$, выборочная средняя $\bar{x}_e=7,7$ и объем выборки $n=15$ нормально распределенного признака. Найти доверительные интервалы для оценки неизвестного математического ожидания с заданной надежностью $\gamma=0,95$.

Критерии оценивания ответа на экзамене

3. Нормы оценивания ответа

№п/п	Структурная часть билета	Количество баллов
1	Теоретический вопрос	1 балла
2	Математическая модель	1 балл
3	Реализация решения задачи	2 балла

(*) Возможна градация в 0,25 балла.

2. Шкала оценивания работы:

п/п	Оценка	Количество баллов
1	Отлично	4,75-5
2	Хорошо	3,75-4,5
3	Удовлетворительно	3-3,5
4	Неудовлетворительно	менее 3

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

7.1. Основная литература

7 семестр

1. Васильев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для академического бакалавриата / А. А. Васильев. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 253 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05175-9. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/3F13A609-9D28-44A2-A070-1A025A293A4F.
2. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика в 2 ч. Часть 1. Теория вероятностей : учебник и практикум для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер. — 4-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 264 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-01925-4. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/426BE322-E08B-4904-B13E-D01A9872443A.

8 семестр

1. Васильев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для академического бакалавриата / А. А. Васильев. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 253 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05175-9. —

Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/3F13A609-9D28-44A2-A070-1A025A293A4F.

2. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика в 2 ч. Часть 2. Теория вероятностей : учебник и практикум для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер. — 4-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 264 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-01925-4. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/426BE322-E08B-4904-B13E-D01A9872443A.

7.2. Дополнительная литература

3. Афанасьев В.И. Высшая математика: Специальные разделы: решебник/ В. И. Афанасьев, О. В. Зими́на, А. И. Кириллов и др. ; под ред. А. И. Кириллова. - 2-е изд., стер. - М.: Физматлит, 2006. - 400 с.
4. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. - М.: Высшая школа, 2008. - 575 с.
5. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. - М.: Высшее образование, 2008. - 404 с.
6. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. - М.: Высшее образование, 2008. - 479 с.
7. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. - М.: Едиториал УРСС, 2005. - 448 с.
8. Кибзун А. И. Теория вероятностей и математическая статистика: Базовый курс с примерами и задачами / А. И. Кибзун, Е. Р. Горяинова, А. В. Наумов ; под ред. А. И. Кибзуна. - 2-е изд., перераб. и доп.. - М.: Физматлит, 2005. - 232 с.
9. Письменный Д. Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам. - М.: Айрис-пресс, 2008. - 288 с.
10. Солодовников А. С. Теория вероятностей: Учеб. пособие для студ. пед. вузов по спец. математика. - М.: Вербум-М, 2006.
11. Ниворожкина Л. И. Математическая статистика с элементами теории вероятностей в задачах с решениями: учеб. пособие для студентов вузов/ Л.И. Ниворожкина, З.А. Морозова. - М.: ИКЦ МарТ; Ростов н/Д: МарТ, 2005. - 600 с.

7.3.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

7 семестр

1. Электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета - www.lib.mexmat.ru/books/41
2. Электронная библиотека социологического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова: <http://www.lib.socio.msu.ru/>
3. Российская Государственная Библиотека: <http://www.rsl.ru/>
4. Научная электронная библиотека: <http://txt.elibrary.ru/>

8 семестр

1. Научная библиотека Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова: <http://www.lib.msu.ru/index.html>
2. Научная библиотека Санкт-Петербургского государственного университета: <http://www.lib.spb.ru/>
3. Научная электронная библиотека: <http://elibrary.ru>

8. Материально-техническое обеспечение

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине используется интерактивная доска; проектор. Осуществляется поиск информации в WWW-пространстве; работа с Web-страницами и ресурсами сети Интернет.

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине в университете имеется следующая необходимая инструментальная база: учебные аудитории для проведения

практических занятий; компьютерный класс, оборудованный персональными ЭВМ с необходимым математическим софтом и выходом в Интернет; кабинеты, оборудованные проекторами и электронными досками для проведения лекционных занятий. Имеется кабинет ксерокопирования и кафедральный принтер для подготовки индивидуальных дидактических карточек, контрольных и экзаменационных материалов. Доступна электронная библиотека СмолГУ.

9. Программное обеспечение

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине используется Информационно-вычислительный центр физико-математического факультета (Положение о Центре утверждено приказом ректора №01-66 от 28.09.2015 г.).

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине используются информационные технологии обработки данных с помощью прикладных программных продуктов. Осуществляется поиск информации в WWW-пространстве; работа с Web-страницами и социальными ресурсами сети Интернет, а также используются различные системы компьютерной математики.